

Instrucciones:

- Duración: 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Se considera la función $f: [1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \sqrt{x^2 - x} + x.$$

Determina la asíntota de la gráfica

Ejercicio 2.- La curva $y = \frac{1}{2}x^2$ divide el rectángulo de vértices $A = (0,0)$, $B = (2,0)$,

$C = (2,1)$ y $D = (0, 1)$ en dos recintos

- [0'75 puntos] Dibujar dichos recintos
- [1'75 puntos] Hallar el área de cada uno de ellos

Ejercicio 3.- a) [1'75 puntos] Discute según los valores λ el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 3x + \lambda y = 0 \\ x + \lambda z = \lambda \\ x + y + 3z = 1 \end{cases}$$

b) [0'75 puntos] Resuélvelo para $\lambda = 0$

Ejercicio 4.- Considera el punto $P(1, 0, 0)$, la recta r definida por $x - 3 = \frac{y}{2} = \frac{z + 1}{-2}$ y la

recta s definida por $(x, y, z) = (1, 1, 0) + \lambda(-1, 2, 0)$

- [1'25 puntos] Estudia la posición relativa de r y s
- [1'25 puntos] Halla la ecuación del plano que pasando por P es paralelo a r y s

Opción B

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] De entre todos los rectángulos cuya área mide 16 cm^2 , determina las dimensiones del que tiene diagonal de menor longitud

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Sea f la función definida por $f(x) = \frac{x}{\sqrt{4 - 9x^4}}$.

Halla la primitiva F de f que cumple $F(0) = 3$. (Sugerencia: Utiliza el cambio de variable

$$t = \frac{3}{2}x^2)$$

Ejercicio 3.- [2'5 puntos] Sean las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Determina la matriz X que verifica $AX - B^t = 2C$ (B^t es la matriz traspuesta de B)

Ejercicio 4.- Considera la recta r definida por $\begin{cases} x - y + 3 = 0 \\ x + y - z - 1 = 0 \end{cases}$ y la recta s definida por

$$\begin{cases} 2y + 1 = 0 \\ x - 2z + 3 = 0 \end{cases}$$

- [1'5 puntos] Determina la ecuación del plano que contiene a r y es paralelo a s
- [1'5 puntos] ¿Existe algún plano que contenga a r y sea perpendicular a s ? Razona la respuesta.