

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x + e^{-x}$.

a) [0'75 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f , así como los extremos relativos o locales de f

b) [0'5 puntos] Determina los intervalos de concavidad y convexidad de f

c) [0'75 puntos] Determina las asíntotas de la gráfica de f .

d) [0'5 puntos] Esboza la gráfica de f

Ejercicio 2.- Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ las funciones definidas por $f(x) = x^2 + |x|$ y $g(x) = 2$

a) [1 punto] Determina los puntos de corte de las gráficas de f y g . Esboza dichas gráficas.

b) [1'5 puntos] Calcula el área del recinto limitado por dichas gráficas

Ejercicio 3.- Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = A - kI$, donde k es una constante e I la matriz

identidad de orden 2

a) [0'75 puntos] Determina los valores de k para los que B no tiene inversa

b) [0'5 puntos] Calcula B^{-1} para $k = -1$

c) [1'25 puntos] Determina la constantes α y β para las que se cumple $A^2 + \alpha A = \beta I$

Ejercicio 4.- Sea la recta r definida por $\begin{cases} x - y = -2 \\ x - z = -3 \end{cases}$ y la recta s definida por $\begin{cases} x = 1 \\ 2y - z = -2 \end{cases}$

a) [1 punto] Estudia la posición relativa de r y s

b) [1'5 puntos] Halla la ecuación del plano que contiene a s y es paralelo a r

a) Se estudiará, primeramente, si son paralelas analizando si hay proporcionalidad entre sus vectores directores, de ser así veremos si tienen un punto común y si ello se cumple la recta será coincidente. En el caso de que no exista la proporcionalidad se estudiará si tienen un punto común y si no se cortan son rectas que se cruzan.

Opción B

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] De todos los triángulos cuya base y altura suman **20 cm.**, ¿qué base tiene el de área máxima?

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Calcula un número positivo a , menor que **4**, para que el recinto limitado por la parábola de ecuación $y = x^2$ y las dos rectas de ecuaciones $y = 4$ y $y = a$, tenga un área de $\frac{28}{3}$ unidades cuadradas.

Ejercicio 3.- Sea el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x + y = m + 1 \\ x + my + z = 1 \\ mx + y - z = m \end{cases}$

a) [1'5 puntos] Determina los valores de m para los que el sistema es compatible

b) [1 punto] Resuelve el sistema en el caso $m = -1$

Ejercicio 4.- Sea el punto $P(2, 3, -1)$ y la recta r definida por $\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ x - 2y - 4z = 1 \end{cases}$

a) [1'25 puntos] Halla la ecuación del plano que pasa por P y contiene r

b) [1'25 puntos] Halla el punto de r que está más cerca de P