

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

## Opción A

**Ejercicio 1.-** Sea  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = x + e^{-x}$ .

a) [0'75 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de  $f$ , así como los extremos relativos o locales de  $f$

b) [0'5 puntos] Determina los intervalos de concavidad y convexidad de  $f$

c) [0'75 puntos] Determina las asíntotas de la gráfica de  $f$ .

d) [0'5 puntos] Esboza la gráfica de  $f$

**Ejercicio 2.-** Sea  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  y  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  las funciones definidas por  $f(x) = x^2 + |x|$  y  $g(x) = 2$

a) [1 punto] Determina los puntos de corte de las gráficas de  $f$  y  $g$ . Esboza dichas gráficas.

b) [1'5 puntos] Calcula el área del recinto limitado por dichas gráficas

**Ejercicio 3.-** Se consideran las matrices  $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$  y  $B = A - kI$ , donde  $k$  es una constante e  $I$  la matriz

identidad de orden 2

a) [0'75 puntos] Determina los valores de  $k$  para los que  $B$  no tiene inversa

b) [0'5 puntos] Calcula  $B^{-1}$  para  $k = -1$

c) [1'25 puntos] Determina la constantes  $\alpha$  y  $\beta$  para las que se cumple  $A^2 + \alpha A = \beta I$

**Ejercicio 4.-** Sea la recta  $r$  definida por  $\begin{cases} x-y=-2 \\ x-z=-3 \end{cases}$  y la recta  $s$  definida por  $\begin{cases} x=1 \\ 2y-z=-2 \end{cases}$

a) [1 punto] Estudia la posición relativa de  $r$  y  $s$

b) [1'5 puntos] Halla la ecuación del plano que contiene a  $s$  y es paralelo a  $r$

a) Se estudiará, primeramente, si son paralelas analizando si hay proporcionalidad entre sus vectores directores, de ser así veremos si tienen un punto común y si ello se cumple la recta será coincidente. En el caso de que no exista la proporcionalidad se estudiará si tienen un punto común y si no se cortan son rectas que se cruzan.

## Opción B

**Ejercicio 1.-** [2'5 puntos] De todos los triángulos cuya base y altura suman **20 cm.**, ¿qué base tiene el de área máxima?

**Ejercicio 2.-** [2'5 puntos] Calcula un número positivo  $a$ , menor que **4**, para que el recinto limitado por la parábola de ecuación  $y = x^2$  y las dos rectas de ecuaciones  $y = 4$  y  $y = a$ , tenga un área de  $\frac{28}{3}$  unidades cuadradas.

**Ejercicio 3.-** Sea el sistema de ecuaciones  $\begin{cases} x+y=m+1 \\ x+my+z=1 \\ mx+y-z=m \end{cases}$

a) [1'5 puntos] Determina los valores de  $m$  para los que el sistema es compatible

b) [1 punto] Resuelve el sistema en el caso  $m = -1$

**Ejercicio 4.-** Sea el punto  $P(2, 3, -1)$  y la recta  $r$  definida por  $\begin{cases} x+y+2z=1 \\ x-2y-4z=1 \end{cases}$

a) [1'25 puntos] Halla la ecuación del plano que pasa por  $P$  y contiene  $r$

b) [1'25 puntos] Halla el punto de  $r$  que está más cerca de  $P$