

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD CURSO 2012-2013. MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
 b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
 c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
 d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
 e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Un alambre de 10 metros de longitud se divide en dos trozos. Con uno de ellos se forma un triángulo equilátero y con el otro un cuadrado. Halla la longitud de dichos trozos para que la suma de las áreas sea mínima.

Ejercicio 2.-

- a) [2 puntos] Determina la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f'(x) = (2x + 1)e^{-x}$ y su gráfica pasa por el origen de coordenadas.
 b) [0'5 puntos] Calcula la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$.

Ejercicio 3.- Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

- a) [1 punto] Halla, si es posible, A^{-1} y B^{-1} .
 b) [0'25 puntos] Halla el determinante de $AB^{2013}A^t$ siendo A^t la matriz traspuesta de A .
 c) [1'25 puntos] Calcula la matriz X que satisface $AX - B = AB$.

Ejercicio 4.- Considera el plano π de ecuación $2x + y + 3z - 6 = 0$.

- a) [1'5 puntos] Calcula el área del triángulo cuyos vértices son los puntos de corte del plano π con los ejes coordenados.
 b) [1 punto] Calcula el volumen del tetraedro determinado por el plano π y los planos coordenados.

Opción B

Ejercicio 1.- Sea $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \frac{2\ln(x)}{x^2}$ (donde \ln denota el logaritmo neperiano).

- a) [1'75 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).
 b) [0'75 puntos] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f .

Ejercicio 2.- Sea $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $g(x) = -x^2 + 6x - 5$.

- a) [0'75 puntos] Halla la ecuación de la recta normal a la gráfica de g en el punto de abscisa $x = 4$.
 b) [1'75 puntos] Esboza el recinto limitado por la gráfica de g y la recta $x - 2y + 2 = 0$. Calcula el área de este recinto.

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales,

$$\begin{aligned} 2x - 4y + 6z &= 6 \\ my + 2z &= m + 1 \\ -3x + 6y - 3mz &= -9 \end{aligned}$$

- a) [1'75 puntos] Discute el sistema según los valores del parámetro m .
 b) [0'75 puntos] Resuélvelo para $m = 3$. Para dicho valor de m , calcula, si es posible, una solución en la que $y = 0$.

Ejercicio 4.- Considera los puntos $A(1,0,2)$, $B(-1,3,1)$, $C(2,1,2)$ y $D(1,0,4)$.

- a) [1 punto] Halla la ecuación del plano que contiene a A , B y C .
 b) [1'5 puntos] Halla el punto simétrico de D respecto del plano $x - y - 5z + 9 = 0$.