

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD CURSO 2012-2013. MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
 b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
 c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
 d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
 e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea f la función definida por $f(x) = \frac{x}{\ln(x)}$ para $x > 0$, $x \neq 1$ (donde \ln denota el logaritmo

neperiano).

- a) [1'25 puntos] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f .
 b) [1'25 puntos] Calcula la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = e$.

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Sea $g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $g(x) = \frac{x}{1 + \sqrt{x}}$.

Determina la primitiva de g cuya gráfica pasa por el punto $P(1,0)$. *Sugerencia:* se puede hacer el cambio de variable $t = \sqrt{x}$.

Ejercicio 3.- Sean $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -3 \\ -1 & m & m-2 \\ m & 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.

- a) [1'25 puntos] Determina el rango de A según los valores del parámetro m .
 b) [0'75 puntos] Discute el sistema $AX = B$ según los valores del parámetro m .
 c) [0'5 puntos] Resuelve el sistema $AX = B$ para $m = 1$.

Ejercicio 4.- Considera los puntos $A(1,2,1)$, $B(-1,0,2)$ y $C(3,2,0)$ y el plano π determinado por ellos.

- a) [1'75 puntos] Halla la ecuación de la recta r que está contenida en π y tal que A y B son simétricos respecto de r .
 b) [0'75 puntos] Calcula la distancia de A a r .

Opción B

Ejercicio 1.- Sea f la función definida por $f(x) = \frac{k}{(x-a)(2x-1)}$ para $x \neq a$ y $x \neq 1/2$.

- a) [1 punto] Halla a y k sabiendo que la gráfica de f pasa por el punto $(0,2)$ y que la recta $x = 2$ es una asíntota de dicha gráfica.
 b) [1'5 puntos] Para $k = 4$ y $a = 2$, halla los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) y sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento.

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Calcula $\int_0^{\pi/2} x \cdot \sin(2x) dx$.

Ejercicio 3.- Sean A y B las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -9 & 5 \end{pmatrix}$.

- a) [1'25 puntos] Calcula las matrices X e Y para las que $2X - Y = A$ y $X - 3Y = B$.
 b) [1'25 puntos] Halla la matriz Z que verifica $B^2 + ZA + B^t = 3I$ (I denota la matriz identidad y B^t la matriz traspuesta de B).

Ejercicio 4.- Considera las rectas r y s dadas por $r \equiv \begin{cases} x = 2 - 3\lambda \\ y = 3 + 5\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ z - 5 = 0 \end{cases}$

- a) [1 punto] Determina la posición relativa de r y s .
 b) [1'5 puntos] Calcula la distancia entre r y s .