

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD CURSO 2012-2013. MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
 b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
 c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
 d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
 e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Un rectángulo está inscrito en un semicírculo de $\sqrt{5}$ cm. De radio, de forma que uno de sus lados está contenido en el diámetro del semicírculo y el lado opuesto tiene sus vértices sobre la semicircunferencia. Calcula las dimensiones del rectángulo sabiendo que es el de mayor perímetro posible.

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Hallar $\int \frac{1+x}{1+\sqrt{x}} dx$. *Sugerencia:* se puede hacer el cambio de variable $t = \sqrt{x}$.

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{aligned} x - y + z &= 0 \\ 2x + 3y - z &= 3 \end{aligned}$$

- a) [1'5 puntos] Determina el valor de m para el que al añadir la ecuación $x + my + 4z = -3$ al sistema anterior se obtenga un sistema con las mismas soluciones.
 b) [1 punto] Calcula la solución del sistema para la que la suma de los valores de las incógnitas sea 6.

Ejercicio 4.- Del paralelogramo ABCD se conocen los vértices $A(-1,0,3)$, $B(2,-1,1)$ y $C(3,2,-3)$.

- a) [1 punto] Halla la ecuación del plano que contiene al paralelogramo.
 b) [1 punto] Halla la ecuación de la recta que contiene a la diagonal AC del paralelogramo.
 c) [0'5 puntos] Calcula las coordenadas del vértice D.

Opción B

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Considera la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Determina a , b y c sabiendo que la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$ es $y + x = -3$ y que el punto de inflexión tiene abscisa $x = 1$.

Ejercicio 2.- Sea $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $g(x) = |\ln(x)|$ (donde \ln denota el logaritmo neperiano).

- a) [1'25 puntos] Esboza el recinto limitado por la gráfica de g y la recta $y = 1$. Calcula los puntos de corte entre ellas.
 b) [1'25 puntos] Calcula el área del recinto anterior.

Ejercicio 3.- Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

- a) [1'25 puntos] Calcula X e Y tales que $X - Y = A^t$ y $2X - Y = B$ (A^t es la matriz traspuesta de A).
 b) [1'25 puntos] Calcula Z tal que $AZ = BZ + A$.

Ejercicio 4.- Considera los puntos $A(1,2,3)$ y $B(-1,0,4)$.

- a) [1'25 puntos] Calcula las coordenadas de los puntos que dividen al segmento AB en tres partes iguales.
 b) [1'25 puntos] Halla la ecuación del plano que pasa por el punto A y es perpendicular al segmento AB.