

Opción A

Ejercicio 1 opción A, modelo_1 Junio 2014

Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$.

a) [1'75 puntos] Halla a , b y c para que la gráfica de f tenga un punto de inflexión de abscisa $x = 1/2$ y que la recta tangente en el punto de abscisa $x = 0$ tenga de ecuación $y = 5 - 6x$.

a) [0'75 puntos] Para $a = 3$, $b = -9$ y $c = 8$, calcula los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que alcanzan).

Solución

Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$.

a)

Halla a , b y c para que la gráfica de f tenga un punto de inflexión de abscisa $x = 1/2$ y que la recta tangente en el punto de abscisa $x = 0$ tenga de ecuación $y = 5 - 6x$.

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Esta función es polinómica por tanto continua, derivable e integrable las veces que sean necesarias, en \mathbb{R} .

Como tiene un punto de inflexión en $x = 1/2$, sabemos que $f''(1/2) = 0$.

Como la recta tangente en el punto de abscisa $x = 0$ tiene de ecuación $y = 5 - 6x$, tenemos que $f(0) = 5$, porque en $x = 0$ la ordenada $f(0)$ y el valor $y(0)$ de la recta tangente coinciden. Sabemos también que la pendiente de la recta tangente ($y' = -6$) coincide con $f'(0)$ (por la interpretación geométrica de la derivada en un punto), por tanto $f'(0) = -6$.

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c; \quad f'(x) = 3x^2 + 2ax + b; \quad f''(x) = 6x + 2a.$$

De $f(0) = 5$, tenemos $5 = c$, por tanto $c = 5$

De $f'(0) = -6$, tenemos $-6 = b$, de donde $b = -6$.

De $f''(1/2) = 0$, tenemos $0 = 6(1/2) + 2a$, por tanto $a = -3/2$.

La función pedida es $f(x) = x^3 - 3x^2/2 - 6x + 5$.

a)

Para $a = 3$, $b = -9$ y $c = 8$, calcula los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que alcanzan).

Nuestra función es $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 8$.

Estudiamos la monotonía, es decir su primera derivada $f'(x)$.

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 8; \quad f'(x) = 3x^2 + 6x - 9.$$

De $f'(x) = 0$, tenemos $3x^2 + 6x - 9 = 0 \rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$, de donde $x = -3$ y $x = 1$ que serán los posibles extremos relativos.

Como $f'(-4) = 3(-4)^2 + 6(-4) - 9 = 15 > 0$, $f(x)$ es estrictamente creciente (\nearrow) en $(-\infty, -3)$.

Como $f'(0) = 3(0)^2 + 6(0) - 9 = -9 < 0$, $f(x)$ es estrictamente decreciente (\searrow) en $(-3, 1)$.

Como $f'(2) = 3(2)^2 + 6(2) - 9 = 15 > 0$, $f(x)$ es estrictamente creciente (\nearrow) en $(1, +\infty)$.

Por definición en $x = -3$ hay un máximo relativo que vale $f(-3) = (-3)^3 + 3(-3)^2 - 9(-3) + 8 = 35$.

Por definición en $x = 1$ hay un mínimo relativo que vale $f(1) = (1)^3 + 3(1)^2 - 9(1) + 8 = 3$.

Ejercicio 2 opción A, modelo_1 Junio 2014

Sean $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ las funciones definidas respectivamente por $f(x) = |x|/2$ y $g(x) = 1/(1 + x^2)$.

a) [1 puntos] Esboza las gráficas de f y g sobre los mismos ejes y calcula los puntos de corte entre ambas gráficas.

a) [1'5 puntos] Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de f y g .

Solución

Sean $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ las funciones definidas respectivamente por $f(x) = |x|/2$ y $g(x) = 1/(1+x^2)$.

a)

Esboza las gráficas de f y g sobre los mismos ejes y calcula los puntos de corte entre ambas gráficas.

Recordamos que la gráfica del valor absoluto $|x| = \begin{cases} -x & \text{si } x < 0 \\ x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$ es la de **dos semirrectas**

que coinciden en (0,0) porque $|x|$ es continua en \mathbb{R} por compuesta de continuas, **es**

simétrica respecto al eje OY porque $|-x| = |x|$, por tanto la gráfica de $f(x) = \begin{cases} -x/2 & \text{si } x < 0 \\ x/2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$ es

muy parecida a la de $|x|$ pero **pasa por los puntos (-1,1/2) y (1,1/2)**.

La gráfica de $g(x) = 1/(1+x^2)$, al ser una función racional podemos obtenerla calculando sus asíntotas y su corte con los ejes.

No tiene asíntotas verticales, porque ningún valor de "x" anula el denominador.

Vemos que $g(0) = 1/(1+0^2) = 1$, y que $g(x) > 0$. Como al aumentar el denominador disminuye el cociente, **el valor (0,1) es el máximo relativo y absoluto** pues se alcanza para $x = 0$.

Como $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} 1/(1+x^2) = 1/(1+(\pm\infty)^2) = 1/+\infty = 0^+$, **la recta $y = 0$ es una asíntota horizontal de**

g en $\pm\infty$, y además g está por encima de la asíntota horizontal $y = 0$ en $\pm\infty$.

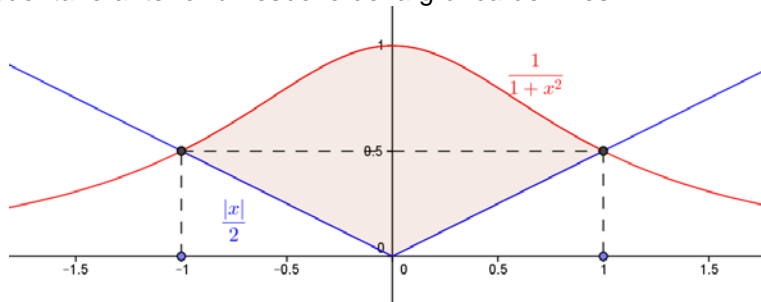
Como $g(-x) = g(x)$, **la gráfica de g es simétrica respecto al eje OY**.

Veamos los puntos de corte de f y g . Lo estudiamos sólo para $x > 0$, por simetría.

De $f(x) = g(x)$, tenemos ($x > 0$) $x/2 = 1/(1+x^2) \rightarrow x(1+x^2) = 2 \rightarrow x+x^3 = 2 \rightarrow x^3+x-2 = 0$.

Vemos que $x = 1$ es solución, porque $(1)^3 + 1 - 2 = 0$. Y ya no hay más cortes entre las gráficas para $x > 0$, luego los puntos de corte son $(-1,1/2)$ y $(1,1/2)$.

Teniendo en cuenta lo anterior un esbozo de la gráfica de f es:



a)

Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de f y g .

Para calcular el área observando la figura vemos que es simétrica respecto al eje OY, luego:

$$\begin{aligned} \text{Área} &= 2 \cdot \int_0^1 (1/(1+x^2) - x/2) dx = 2 \cdot [\text{artag}(x) - x^2/4]_0^1 = \\ &= 2 \cdot (\text{artag}(1) - 1/4 - \text{artag}(0)) = 2 \cdot (\pi/4 - 1/4 - 0) = \pi/2 - 1/2 \cong 1.0708 \text{ u}^2. \end{aligned}$$

Si no te das cuenta que es simétrica tienes que calcular el área como suma de dos integrales:

$$\text{Área} = \int_{-1}^0 (1/(1+x^2) - (-x/2)) dx + \int_0^1 (1/(1+x^2) - x/2) dx \text{ y se obtiene el mismo resultado.}$$

Ejercicio 3 opción A, modelo_1 Junio 2014

Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$x + 2y - 3z = 3$$

$$2x + 3y + z = 5$$

a) [1'5 puntos] Calcula α de manera que al añadir una tercera ecuación de la forma $\alpha x + y - 7z = 1$ el sistema resultante tenga las mismas soluciones que el original.

b) [1 punto] Calcula las soluciones del sistema dado tales que la suma de los valores de las incógnitas sea 4.

Solución

Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$x + 2y - 3z = 3$$

$$2x + 3y + z = 5$$

a)

Calcula α de manera que al añadir una tercera ecuación de la forma $\alpha x + y - 7z = 1$ el sistema resultante tenga las mismas soluciones que el original.

Observamos que **el sistema** $\begin{cases} x + 2y - 3z = 3 \\ 2x + 3y + z = 5 \end{cases}$ tiene dos ecuaciones y tres incógnitas, y al nos

ser los coeficientes de las incógnitas proporcionales (podemos reducir por Gauus, o bien obtener un menor de orden 2 distinto de cero) **tiene de rango 2**, por tanto es un sistema compatible e indeterminado con infinitas soluciones.

Si le añadimos la ecuación $\alpha x + y - 7z = 1$ al sistema $\begin{cases} x + 2y - 3z = 3 \\ 2x + 3y + z = 5 \end{cases}$, **para que tenga las**

mismas soluciones que el original la matriz de los coeficientes A del nuevo sistema

$\begin{cases} x + 2y - 3z = 3 \\ 2x + 3y + z = 5 \\ \alpha x + y - 7z = 1 \end{cases}$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 3 & 1 \\ \alpha & 1 & -7 \end{pmatrix}$ **tiene que tener rango 2**, para lo cual **su determinante**

det(A) tiene que ser cero.

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 3 & 1 \\ \alpha & 1 & -7 \end{vmatrix} \begin{array}{l} \text{Adjuntos} \\ \text{primera} = (1)(-21-1) - (2)(-14-\alpha) + (-3)(2-3\alpha) = -22 + 28 + 2\alpha - 6 + 9\alpha = 0 = \\ \text{fila} \end{array}$$

$= 0 + 11\alpha = 0$, **de donde $\alpha = 0$, para que ambos sistemas ténganlas mismas soluciones.**

b)

Calcula las soluciones del sistema dado tales que la suma de los valores de las incógnitas sea 4.

El sistema que me piden resolver es $\begin{cases} x + 2y - 3z = 3 \\ 2x + 3y + z = 5 \\ x + y + z = 4 \end{cases}$. Lo haremos por Gauss. También se

puede resolver por Cramer.

Su matriz asociada es:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{array}{l} F_2 - 2F_1 \\ F_3 - F_1 \end{array} \approx \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & -1 & 7 & -1 \\ 0 & -1 & 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{array}{l} F_3 - F_2 \end{array} \approx \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & -1 & 7 & -1 \\ 0 & 0 & -3 & 2 \end{pmatrix}, \text{ por tanto nuestro sistema}$$

$$\text{asociado es } \begin{cases} x + 2y - 3z = 3 \\ -y + 7z = -1, \text{ de donde } \mathbf{z} = \mathbf{-2/3}. \\ -3z = 2 \end{cases}$$

De $-y + 7(-2/3) = -1$, tenemos $\mathbf{y} = 1 - 14/3 = \mathbf{-11/3}$.

De $x + 2(-11/3) - 3(-2/3) = 3$, tenemos $\mathbf{x} = 3 + 22/3 - 2 = \mathbf{25/3}$.

La solución es $(x,y,z) = (25/3, -11/3, -2/3)$, y es un sistema compatible y determinado con solución única.

Ejercicio 4 opción A, modelo_1 Junio 2014

Considera la recta r que pasa por los puntos $A(1,0,-1)$ y $B(-1,1,0)$.

(a) [1 punto] Halla la ecuación de la recta s paralela a r que pase por $C(-2,3,2)$.

(b) [1'5 puntos] Calcula la distancia entre r y s .

Solución

Considera la recta r que pasa por los puntos $A(1,0,-1)$ y $B(-1,1,0)$.

(a)

Halla la ecuación de la recta s paralela a r que pase por $C(-2,3,2)$.

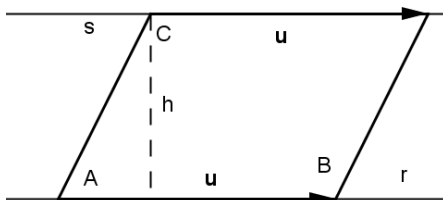
Para la recta s tengo el punto $C(-2,3,2)$, y como las rectas son paralelas me sirve como vector director de s el de la recta r , es decir el $\mathbf{u} = \mathbf{AB} = (-2,1,1)$.

La recta s en forma paramétrica es : $s \equiv \begin{cases} x = -2 - 2\lambda \\ y = 3 + \lambda \\ z = 2 + \lambda \end{cases}$, con $\lambda \in \mathbb{R}$.

(b)

Calcula la distancia entre r y s .

Como ya sabemos que las rectas son paralelas, vamos a calcular la distancia entre ellas como el área de un paralelogramo. *Es la altura del paralelogramo*



Dada la recta "r" conocemos el punto A y el vector \mathbf{u} . De la recta "s" sólo tomamos el punto C

El área del paralelogramo determinado por los vectores \mathbf{u} y \mathbf{AC} es $\|\mathbf{AC} \times \mathbf{u}\| = \text{base} \cdot \text{altura} =$

$= \|\mathbf{u}\| \cdot h$, pero la altura "h" es $d(s,r) = d(C,r)$, luego $d(C;r) = (\|\mathbf{AC} \times \mathbf{u}\|) / (\|\mathbf{u}\|)$

De "r", punto el $A(1,0,-1)$ y vector, el $\mathbf{u} = (-2,1,1)$.

De "s", punto el $C(-2,3,2)$.

$$\mathbf{AC} = (-3, 3, 3); \mathbf{AC} \times \mathbf{u} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -3 & 3 & 3 \\ -2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \vec{i}(0) - \vec{j}(3) + \vec{k}(3) = (0, 3, 3); \|\mathbf{AC} \times \mathbf{u}\| = \sqrt{(0^2 + 3^2 + 3^2)} = 3 \cdot \sqrt{2}$$

$$\|\mathbf{u}\| = \sqrt{(2^2 + 1^2 + 1^2)} = \sqrt{6}$$

$$\text{Luego } d(s,r) = d(C;r) = (\|\mathbf{AC} \times \mathbf{u}\|) / (\|\mathbf{u}\|) = 3 \cdot (\sqrt{2}) / (\sqrt{6}) = 3 \cdot \sqrt{(1/3)} = \sqrt{3} \text{ u.l.}$$

Opción B

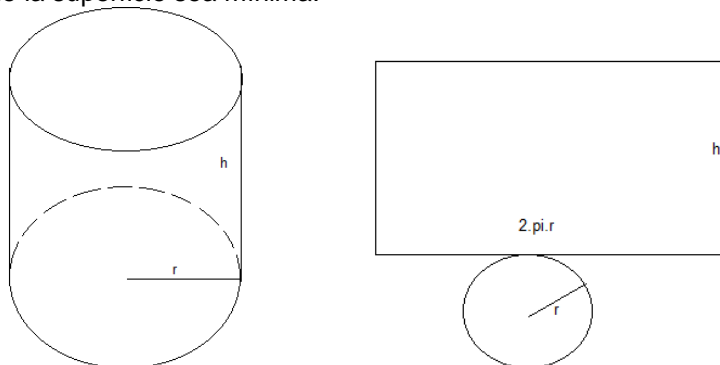
Ejercicio 1 opción B, modelo_1 Junio 2014

[2'5 puntos] Se desea construir un depósito en forma de cilindro recto, con base circular y sin tapadera, que tenga una capacidad de 125 m^3 . Halla el radio de la base y la altura que debe tener el depósito para que la superficie sea mínima..

Solución

Se desea construir un depósito en forma de cilindro recto, con base circular y sin tapadera,

que tenga una capacidad de 125 m^3 . Halla el radio de la base y la altura que debe tener el depósito para que la superficie sea mínima.



Función a minimizar: Superficie = $S = \text{área rectángulo} + \text{área base} = (2\pi r) \cdot h + \pi r^2$.

Relación entre las variables: Capacidad = Volumen = $125 = (\pi r^2) \cdot h$, de donde $h = \frac{125}{\pi r^2}$.

Función a minimizar $S(r) = (2\pi r) \cdot \frac{125}{\pi r^2} + \pi r^2 = \frac{250}{r} + \pi r^2$.

Si $S'(a) = 0$ y $S''(a) > 0$, $x = a$ es un mínimo de $S(r)$

$S'(r) = \frac{-250}{r^2} + 2\pi r$. De $S'(r) = 0$, tenemos $\frac{-250}{r^2} + 2\pi r = 0$, es decir $2\pi r = \frac{250}{r^2}$, de donde

tenemos $2\pi r^3 = 250$, y $r = \sqrt[3]{\frac{250}{2\pi}} = \frac{5}{\sqrt[3]{\pi}}$ m. $\cong 3'414$ m.

Las dimensiones del depósito son radio = $r = \frac{5}{\sqrt[3]{\pi}}$ m. y $h = \frac{125}{\pi \left(\frac{5}{\sqrt[3]{\pi}}\right)^2} = \frac{5\sqrt[3]{\pi^2}}{\pi} \text{ m} = \frac{5}{\sqrt[3]{\pi}} \cong$

$\cong 3'414$ m. Observamos que el radio y la altura son iguales.

Veamos que $r = \frac{5}{\sqrt[3]{\pi}}$ es un mínimo, viendo que $S''\left(\frac{5}{\sqrt[3]{\pi}}\right) > 0$

De $S'(r) = \frac{-250}{r^2} + 2\pi r = -250 \cdot r^{-2} + 2\pi r$, tenemos $S''(r) = -250 \cdot (-2) \cdot r^{-3} + 2\pi = \frac{500}{r^3} + 2\pi$, por

tanto sustituyendo $S''\left(\frac{5}{\sqrt[3]{\pi}}\right) = \frac{500}{\left(\frac{5}{\sqrt[3]{\pi}}\right)^3} + 2\pi = 4\pi + 2\pi = 6\pi > 0$, luego es un mínimo.

Ejercicio 2 opción B, modelo_1 Junio 2014

[2'5 puntos] Sea la función definida por $f(x) = x \cdot \ln(x + 1)$ para $x > -1$ (\ln denota el logaritmo neperiano). Determina la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $(1,0)$.

Solución

Una primitiva de $f(x) = x \cdot \ln(x + 1)$ es $F(x) = I = \int x \cdot \ln(x + 1) dx = \{ \text{Integral por partes por partes} \}$

$\int u dv = uv - \int v du$. En nuestro caso $u = \ln(x + 1)$ y $dv = x \cdot dx$, de donde $du = \frac{dx}{1+x}$ y $v = \int dv =$

$\int x \cdot dx = x^2/2$ } $= (x^2/2) \cdot \ln(x + 1) - \int \frac{x^2 dx}{2(1+x)} = (x^2/2) \cdot \ln(x + 1) - I_1$

$I_1 = \int \frac{x^2 dx}{2(1+x)} = \frac{1}{2} \int \frac{x^2 dx}{(1+x)}$, que es una integral racional, pero como el numerador es de grado mayor que el denominador tenemos que efectuar antes la división entera.

$$\begin{array}{r} x^2 \\ -x^2 - x \\ \hline x + 1 \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} x + 1 \\ x - 1 \end{array}$$

$$I_1 = (1/2) \cdot \int ((Cx) + R(x))/(d(x)) dx = (1/2) \cdot \int (x-1) dx + \frac{1}{2} \int \frac{dx}{x+1} = (1/2) \cdot (x^2/2 - x) + (1/2) \cdot \ln(x+1),$$

$$\text{luego } F(x) = I = (x^2/2) \cdot \ln(x+1) - I_1 = (x^2/2) \cdot \ln(x+1) - (1/2) \cdot (x^2/2 - x) - (1/2) \cdot \ln(x+1) + K = \\ = (x^2/2 - 1/2) \cdot \ln(x+1) - (1/2) \cdot (x^2/2 - x) + K.$$

Como pasa por (1,0), $F(1) = 0 \rightarrow (1/2 - 1/2) \cdot \ln(1+1) - (1/2) \cdot (1/2 - 1) + K = 0 = 1/4 + K = 0$, de donde $K = -1/4$ y la primitiva pedida es $F(x) = (x^2/2 - 1/2) \cdot \ln(x+1) - (1/2) \cdot (x^2/2 - x) - 1/4$.

Ejercicio 3 opción B, modelo_1 Junio 2014

[2'5 puntos] Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$. Determina, si existe,

la matriz X que verifica $A \cdot X + B = A^2$

Solución

Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$. Determina, si existe, la matriz X

que verifica $A \cdot X + B = A^2$.

La matriz A tiene matriz inversa $A^{-1} = (1/|A|) \cdot \text{Adj}(A^t)$, si su determinante $\det(A) = |A|$ es distinto de cero.

Como $|A| = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ Adjuntos
tercera = $1(0-1) = -1 \neq 0$, la matriz A tiene matriz inversa A^{-1} .
fila

$$A^t = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \text{Adj}(A^t) = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}; A^{-1} = (1/|A|) \cdot \text{Adj}(A^t) = (1/-1) \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

De $A \cdot X + B = A^2$, tenemos $A \cdot X = A^2 - B$. Como existe A^{-1} multiplicamos por la izquierda la expresión $A \cdot X = A^2 - B$.

$$A^{-1} A X = A^{-1} A^2 - A^{-1} B \rightarrow I \cdot X = I \cdot A - A^{-1} \cdot B \rightarrow X = A - A^{-1} \cdot B$$

$$\text{Luego } X = A + A^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & -3 & -2 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & -2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4 opción B, modelo_1 Junio 2014

Sea r la recta definida por $\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 2x - y + z = 1 \end{cases}$

(a) [1'5 puntos] Determina la ecuación general del plano que contiene a r y pasa por el origen de coordenadas..

(b) [1 punto] Halla las ecuaciones paramétricas del plano que corta perpendicularmente a r en el punto $(1,1,0)$.

Solución

Sea r la recta definida por $\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 2x - y + z = 1 \end{cases}$ o $\begin{cases} x + 2y - z - 3 = 0 \\ 2x - y + z - 1 = 0 \end{cases}$

(a)

Determina la ecuación general del plano que contiene a r y pasa por el origen de coordenadas.

Una de las maneras de resolverlo es calcular el haz de planos que determina la recta r (pues me la han dado en forma implícita) y sustituir el punto por donde pasa el plano.

Haz de planos $(x + 2y - z - 3) + \lambda(2x - y + z - 1) = 0$. Sustituimos el origen $(0,0,0)$ y nos queda $(0 - 3) + \lambda(0 - 1) = 0$, de donde $\lambda = -3$, y **el plano pedido es:**

$$(x + 2y - z - 3) + (-3)(2x - y + z - 1) = 0 = -5x + 5y - 4z = 0$$

(b)

Halla las ecuaciones paramétricas del plano que corta perpendicularmente a r en el punto $P(1,1,0)$.

Como el plano π es perpendicular a la recta " r " tiene como vector normal \mathbf{n} el vector director de la recta r , el \mathbf{v} .

Un vector director \mathbf{v} lo sacamos como producto vectorial (\times) de los vectores normales que determinan dicha recta.

$$\mathbf{v} = (1,2,-1) \times (2,-1,1) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = \mathbf{i}(1) - \mathbf{j}(3) + \mathbf{k}(-5) = (1,-3,-5) = \mathbf{n}.$$

Si nos damos cuenta el vector normal se obtiene de los vectores independientes $(1,2,-1)$ y $(2,-1,1)$, que son los vectores normales de los planos que determinan la recta.

Para poner la ecuación paramétrica del plano necesitamos un punto, el $P(1,1,0)$ y dos vectores independientes el $(1,2,-1)$ y $(2,-1,1)$.

Las ecuaciones paramétricas del plano son: $\begin{cases} x = 1 + \lambda + 2\mu \\ y = 1 + 2\lambda - \mu \\ z = 0 - \lambda + \mu \end{cases}$, con $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ y (x,y,z) un punto

genérico del plano.