**PROBLEMAS RESUELTOS**

**SELECTIVIDAD ANDALUCÍA**

**2014**

MATEMÁTICAS II

TEMA 2: SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

- Junio, Ejercicio 3, Opción A
- Reserva 2, Ejercicio 3, Opción A
- Reserva 3, Ejercicio 3, Opción A
- Reserva 4, Ejercicio 3, Opción B
- Septiembre, Ejercicio 3, Opción A

**Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales** $\left.\begin{aligned} x+2y-3z=3 \\ 2x+3y+\ \ z=5 \end{aligned}\right\}$

**a) Calcula $\alpha$ de manera que al añadir una tercera ecuación de la forma $\alpha x+y-7z=1$ el sistema resultante tenga las mismas soluciones que el original.**

**b) Calcula las soluciones del sistema dado tales que la suma de los valores de las incógnitas sea 4.**

**MATEMÁTICAS II. 2014. JUNIO. EJERCICIO 3. OPCIÓN A**

R E S O L U C I Ó N

a) El sistema que nos dan es un sistema compatible indeterminado y tiene infinitas soluciones, para que tenga las mismas soluciones al añadirle la nueva ecuación el rango de la matriz de los coeficientes tiene que valer 2, luego, el determinante tiene que valer 0.

Calculamos el determinante de la matriz de los coeficientes y lo igualamos a cero

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 3 & 1 \\ \alpha & 1 & -7 \end{vmatrix} = -21+2\alpha-6+9\alpha+28-1=0 \Rightarrow 11\alpha=0 \Rightarrow \alpha=0$$

Calculamos los rangos de la matriz de los coeficientes y de la matriz ampliada del sistema y hacemos la discusión:

| | R($A$) | R($M$) | |
|---|---|---|---|
| $\alpha=0$ | 2 | 2 | S. Compatible Indeterminado |

Luego, para $\alpha=0$, los dos sistemas tienen las mismas soluciones.

b) Nos están pidiendo que $x+y+z=4$, luego, resolvemos el sistema: $\left.\begin{aligned} x+2y-3z=3 \\ 2x+3y+\ \ z=5 \\ x+\ \ y+\ \ z=4 \end{aligned}\right\}$

Lo resolvemos por Cramer:

$$x=\frac{\begin{vmatrix} 3 & 2 & -3 \\ 5 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}}=\frac{25}{3}\ ;\ y=\frac{\begin{vmatrix} 1 & 3 & -3 \\ 2 & 5 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}}=-\frac{11}{3}\ ;\ z=\frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & 4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}}=-\frac{2}{3}$$

**Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales** $\left.\begin{array}{r} x+(m+1)y+2z= \quad -1 \\ mx+\ \ y+z= \quad m \\ (1-m)x+2y+z=-m-1 \end{array}\right\}$

**a) Discute el sistema según los valores del parámetro *m*.**

**b) Resuélvelo para $m=2$. Para dicho valor de *m*, calcula, si es posible, una solución en la que $z=2$.**

**MATEMÁTICAS II. 2014. RESERVA 2. EJERCICIO 3. OPCIÓN A**

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos el determinante de la matriz de los coeficientes y lo igualamos a cero

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & m+1 & 2 \\ m & 1 & 1 \\ 1-m & 2 & 1 \end{vmatrix} = -2m^2+5m-2=0 \Rightarrow m=\frac{1}{2} \ ; \ m=2$$

Calculamos los rangos de la matriz de los coeficientes y de la matriz ampliada del sistema y hacemos la discusión:

| | R(*A*) | R(*M*) | |
|---|---|---|---|
| $m=\frac{1}{2}$ | 2 | 3 | S. Incompatible |
| $m=2$ | 2 | 2 | S. Compatible Indeterminado |
| $m\neq\frac{1}{2}$ y $2$ | 3 | 3 | S. Compatible determinado |

b) Resolvemos el sistema para $m=2$:

$$\left.\begin{array}{r} x+3y=-1-2z \\ 2x+y \ = \ 2-z \end{array}\right\} \Rightarrow x=\frac{7-z}{5} \ ; \ y=\frac{-4-3z}{5} \ ; \ z=z$$

Calculamos la solución para $z=2$: $x=\frac{7-2}{5}=1 \ ; \ y=\frac{-4-3\cdot 2}{5}=-2 ; \ z=2$

**Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales,** $\left.\begin{aligned} \lambda y+(\lambda+1)z=\lambda \\ \lambda x+z=\lambda \\ x+\lambda z=\lambda \end{aligned}\right\}$

**a) Discute el sistema según los valores del parámetro $\lambda$.**
**b) Resuelve el sistema para $\lambda=1$.**
**c) Para $\lambda=0$, si es posible, da tres soluciones distintas.**
**MATEMÁTICAS II. 2014. RESERVA 3. EJERCICIO 3. OPCIÓN A.**

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos el determinante de la matriz de los coeficientes y lo igualamos a cero

$$|A|=\begin{vmatrix} 0 & \lambda & \lambda+1 \\ \lambda & 0 & 1 \\ 1 & 0 & \lambda \end{vmatrix}=\lambda-\lambda^3=0 \Rightarrow \lambda=0\ ;\ \lambda=1\ ;\ \lambda=-1$$

Calculamos el rango de la matriz de los coeficientes y hacemos la discusión del sistema.

| | R($A$) | R($M$) | |
|---|---|---|---|
| $\lambda=0$ | 2 | 2 | S. Compatible Indeterminado |
| $\lambda=1$ | 2 | 2 | S. Compatible Indeterminado |
| $\lambda=-1$ | 2 | 3 | S. Incompatible |
| $\lambda\neq 0,1,-1$ | 3 | 3 | S. Compatible determinado |

b) Resolvemos el sistema para $\lambda=1$. Cogemos 1ª y 2ª ecuación.

$$\left.\begin{aligned} y+2z=1 \\ x+z=1 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{cases} x=1-z \\ y=1-2z \\ z=z \end{cases}$$

c) Resolvemos el sistema para $\lambda=0$. Cogemos 2ª y 3ª ecuación.

$$\left.\begin{aligned} z=0 \\ x=0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=y \\ z=0 \end{cases}$$

Damos tres posibles soluciones: $(0,1,0)$ ; $(0,2,0)$ ; $(0,3,0)$

**Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales:** $\left.\begin{array}{r} mx-2y+z=1 \\ x-2my+z=-2 \\ x-2y+mz=1 \end{array}\right\}$

**a) Discute el sistema según los valores del parámetro *m*.**

**b) Si es posible, resuelve el sistema para $m=-2$.**

**MATEMÁTICAS II. 2014. RESERVA 4. EJERCICIO 3.OPCIÓN B.**

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos el determinante de la matriz de los coeficientes y lo igualamos a cero

$$|A|=\begin{vmatrix} m & -2 & 1 \\ 1 & -2m & 1 \\ 1 & -2 & m \end{vmatrix}=-2m^3+6m-4=0 \Rightarrow m=1 \,;\, m=-2$$

| | R(*A*) | R(*M*) | |
|---|---|---|---|
| $m=1$ | 1 | 2 | S. Incompatible |
| $m=-2$ | 2 | 2 | S. Compatible Indeterminado |
| $m\neq 1,-2$ | 3 | 3 | S. Compatible determinado |

b) Vamos a resolverlo para $m=-2$. Cogemos 1ª y 2ª ecuación

$$\left.\begin{array}{r} -2x-2y=1-z \\ x+4y=-2-z \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} x=z \\ y=\dfrac{-1-z}{2} \\ z=z \end{array}\right.$$

**Considera el siguiente sistema de ecuaciones** $\left.\begin{array}{r} \boldsymbol{x - y + mz = 0} \\ \boldsymbol{mx + 2y + z = 0} \\ \boldsymbol{-x + y + 2mz = 0} \end{array}\right\}$

**a) Halla los valores del parámetro *m* para los que el sistema tiene una única solución.**
**b) Halla los valores del parámetro *m* para los que el sistema tiene alguna solución distinta de la solución nula.**
**c) Resuelve el sistema para $\boldsymbol{m = -2}$.**
**MATEMÁTICAS II. 2014. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 3. OPCIÓN A**

R E S O L U C I Ó N

Calculamos el determinante de la matriz de los coeficientes y lo igualamos a cero

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & -1 & m \\ m & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2m \end{vmatrix} = 3m^2 + 6m = 0 \Rightarrow m = 0 \ ; \ m = -2$$

Calculamos el rango de la matriz de los coeficientes y hacemos la discusión del sistema.

| | R($A$) | |
|---|---|---|
| $m = 0$ | 2 | S. Homogéneo compatible |
| $m = -2$ | 2 | S. Homogéneo compatible |
| $m \neq 0$ y $-2$ | 3 | S. Homogéneo incompatible |

a) Para $m \neq 0$ y $m \neq -2$ el sistema sólo tiene la solución trivial $x = y = z = 0$

b) Para $m = 0$ y $m = -2$ el sistema tiene otras soluciones además de la trivial.

c) Resolvemos el sistema para $m = -2$

$$\left.\begin{array}{r} -y - 2z = -x \\ 2y + z = 2x \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} x = x \\ y = x \\ z = 0 \end{cases}$$