

**Instrucciones:**

Duración: 1 HORA Y 30 MINUTOS

Elige entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**; **sin mezclar** los de una opción con los de la otra. Cada ejercicio vale 2'5 puntos. **Contesta las preguntas razonando tus conclusiones**; la mera respuesta numérica no vale para obtener la puntuación máxima de cada apartado.

**Por favor, escribe de forma ordenada y con letra clara.** Se permite el uso de calculadoras.

**Opción A**

**Ejercicio 1.** Considera las funciones  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  y  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definidas por  $f(x)=x^2+3x+2$  y  $g(x)=-x^2-3x+10$

(a) [1 punto] Representa gráficamente ambas funciones.

(b) [1'5 puntos] Halla el área de la región del plano que está formada por todos los puntos  $(x,y)$  que cumplen  $f(x) \leq y \leq g(x)$

**Ejercicio 2.** [2'5 puntos] Calcula las asíntotas de la gráfica de la función  $f$  definida para  $x \neq -1$  por

$$f(x) = \frac{x^2 + 3x + 1}{x + 1}$$

y estudia la posición de dicha gráfica con respecto a las asíntotas

**Ejercicio 3.** considera el plano  $\Pi$  y la recta  $r$  dados por  $\Pi \equiv ax + 2y - 4z + b = 0$  y  $r \equiv \frac{x-3}{4} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+3}{1}$

(a) [1'5 puntos] Halla los valores de  $a$  y  $b$  para los que  $r$  está contenida en  $\Pi$ .

(b) [1 punto] ¿Existe algún valor de  $a$  y algún valor de  $b$  para los que la recta  $r$  es perpendicular al plano  $\Pi$ .

**Ejercicio 4.-** Una persona trata de adivinar, mediante ciertas pistas, el coste de tres productos A, B y C que un amigo suyo ha comprado.

Pista 1: Si compro una unidad de A, dos de B y una de C me gasto 900 ptas.

Pista 2: Si compro  $m$  unidades de A,  $m + 3$  de B y 3 de C me gasto 2950 ptas.

(a) [1 punto] ¿Hay algún valor de  $m$  para el que estas dos pistas no son compatibles?

(b) [1 puntos] Si en la Pista 2 se toma  $m = 4$ , ¿es posible saber el coste de cada uno de los productos?

(c) [2'5 puntos] Pista 3. el amigo le dice finalmente que el producto C vale 5 veces lo que vale el producto A y que en la Pista 2 se tiene  $m = 4$ . ¿Cuánto valen A, B y C?

**Opción B**

**Ejercicio 1.** [2'5 puntos] Dibuja y halla el área de la región limitada por la recta  $y = -x + 3$  y la curva de ecuación  $y = x^2 - 4x + 3$ .

**Ejercicio 2.** Una partícula se desliza a lo largo de la curva de ecuación  $y = f(x)$  siendo  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función dada por  $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ xe^x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

(a) [1 punto] ¿Hay algún punto en la trayectoria de la partícula en el que dicha curva no admite recta tangente?.

(b) [1 punto] Determina las coordenadas del punto de la trayectoria en el que se alcanza la máxima altura.

(c) [0'5 puntos] ¿A que recta se aproxima la trayectoria cuando  $x \rightarrow \infty$ ? Justifica la respuesta.

**Ejercicio 3.** Considera el sistema

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = -1 \\ 2x + 5y + 4z = -2 \\ x + 3y + m^2z = m \end{cases}$$

(a) [1 punto] Discute el siguiente sistema según los valores del parámetro  $m$

(b) [1 punto] Resuélvelo cuando sea compatible indeterminado

(b) [0'5 puntos] Razona para que valores de  $m$  tiene inversa la matriz de los coeficientes del sistema.

**Ejercicio 4.** [2'5 puntos] Halla las ecuaciones de la recta que pasa por el punto  $P = (1, 0, 2)$  y corta a las

rectas  $r$  y  $s$  dadas por:  $r \equiv \frac{x}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1}$      $s \equiv \begin{cases} 2x+6y+2=0 \\ y+2z=0 \end{cases}$