Página 135

PRACTICA

1 Completa los siguientes sistemas de ecuaciones para que ambos tengan la solución $x = 2,\ y = -1$.

a) $\begin{cases} 2x + 3y = \dots \\ 3x - 4y = \dots \end{cases}$ b) $\begin{cases} \dfrac{3}{2}x + 7y = \dots \\ -2x - \dfrac{5}{2}y = \dots \end{cases}$

Sustituimos en cada ecuación $x = 2,\ y = -1$ y operamos:

a) $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 3x - 4y = 10 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \dfrac{3}{2}x + 7y = -4 \\ -2x - \dfrac{5}{2}y = \dfrac{-3}{2} \end{cases}$

2 Comprueba si $x = -2,\ y = \dfrac{1}{2}$ es solución de los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{cases} 7x + 4y = -12 \\ 3x - 2y = -7 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + 2y = -3 \\ 2x + 6y = 1 \end{cases}$

Sustituimos los valores en cada ecuación y vemos si se cumplen:

a) $\left.\begin{cases} 7 \cdot (-2) + 4 \cdot \dfrac{1}{2} = -14 + 2 = -12 \\ 3 \cdot (-2) - 2 \cdot \dfrac{1}{2} = -6 - 1 = -7 \end{cases}\right\}$ Se cumplen las ecuaciones: $x = -2,\ y = \dfrac{1}{2}$ es solución del sistema.

b) $-2 + 2 \cdot \dfrac{1}{2} = -2 + 1 = -1 \neq -3 \ \rightarrow$ No se cumple. $\rightarrow$ No es solución.

3 Resuelve por sustitución:

a) $\begin{cases} x = 2y + 5 \\ 3x - 2y = 19 \end{cases}$ b) $\begin{cases} y = 5 \\ \dfrac{4x}{3} + \dfrac{2y}{5} = 6 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x - 4y = 17 \\ 6x - y = 9 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2x + 16 = 2y \\ 2y - 3x = 16 \end{cases}$

a) $\left.\begin{array}{l} x = 2y + 5 \\ 3x - 2y = 19 \end{array}\right\}$ $3(2y + 5) - 2y = 19 \ \rightarrow\ 6y + 15 - 2y = 19$
$4y = 4 \ \rightarrow\ y = 1 \ \rightarrow\ x = 2y + 5 = 7$

Solución: $x = 7;\ y = 1$

b) $\left.\begin{array}{l} y = 5 \\ \dfrac{4x}{3} + \dfrac{2y}{5} = 6 \end{array}\right\}$ $\dfrac{4x}{3} + 2 = 6 \rightarrow \dfrac{4x}{3} = 4 \rightarrow 4x = 12 \rightarrow x = 3$

Solución: $x = 3$; $y = 5$

c) $\left.\begin{array}{l} 5x - 4y = 17 \\ 6x - \ \ y = 9 \end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l} y = 6x - 9 \\ 5x - 4(6x - 9) = 17 \end{array}\right\}$ $\begin{array}{l} 5x - 24x + 36 = 17 \\ -19x = -19 \rightarrow x = 1 \end{array}$

$y = 6x - 9 = -3$. *Solución*: $x = 1$; $y = -3$

d) $\left.\begin{array}{l} 2x + 16 = 2y \\ 2y - 3x = 16 \end{array}\right\}$ $\begin{array}{l} 2x + 16 - 3x = 16 \rightarrow -x = 0 \rightarrow x = 0 \\ 2y = 2x + 16 = 16 \rightarrow y = 8 \end{array}$

Solución: $x = 0$; $y = 8$

4 Resuelve por igualación:

a) $\begin{cases} x = \dfrac{2y}{5} \\ x = 4y - 9 \end{cases}$

b) $\begin{cases} y = 6x \\ x = \dfrac{2y - 5}{7} \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - y = 2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2y = \dfrac{4x}{3} \\ 5y = 2x + \dfrac{2}{3} \end{cases}$

e) $\begin{cases} 5 + 3y = 2x \\ x + 2y = 9 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 7x - 2y = 8 \\ 5x - 3y = 1 \end{cases}$

a) $\left.\begin{array}{l} x = \dfrac{2y}{5} \\ x = 4y - 9 \end{array}\right\}$ $\begin{array}{l} \dfrac{2y}{5} = 4y - 9 \rightarrow 2y = 20y - 45 \rightarrow 45 = 18y \rightarrow \\ \rightarrow y = \dfrac{45}{18} = \dfrac{5}{2} \rightarrow x = \dfrac{2y}{5} = 1 \end{array}$

Solución: $x = 1$; $y = \dfrac{5}{2}$

b) $\left.\begin{array}{l} y = 6x \\ x = \dfrac{2y - 5}{7} \end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l} x = \dfrac{y}{6} \\ x = \dfrac{2y - 5}{7} \end{array}\right\}$ $\begin{array}{l} \dfrac{y}{6} = \dfrac{2y - 5}{7} \rightarrow 7y = 12y - 30 \rightarrow \\ \rightarrow 30 = 5y \rightarrow y = \dfrac{30}{5} = 6 \rightarrow x = \dfrac{y}{6} = 1 \end{array}$

Solución: $x = 1$; $y = 6$

c) $\left.\begin{array}{l} x + 2y = 5 \\ x - \ \ y = 2 \end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l} x = 5 - 2y \\ x = 2 + \ \ y \end{array}\right\}$ $\begin{array}{l} 5 - 2y = 2 + y \rightarrow 3 = 3y \rightarrow y = 1 \\ x = 2 + y = 3 \end{array}$

Solución: $x = 3$; $y = 1$

d) $\left.\begin{array}{l} 2y = \dfrac{4x}{3} \\ 5y = 2x + \dfrac{2}{3} \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} 6y = 4x \\ 15y = 6x + 2 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} y = \dfrac{4x}{6} = \dfrac{2x}{3} \\ y = \dfrac{6x + 2}{15} \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} \dfrac{2x}{3} = \dfrac{6x + 2}{15} \to \\ \to 10x = 6x + 2 \to \end{array}$

$\to 4x = 2 \to x = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2} \to y = \dfrac{2x}{3} = \dfrac{1}{3}$

Solución: $x = \dfrac{1}{2}$; $y = \dfrac{1}{3}$

e) $\left.\begin{array}{l} 5 + 3y = 2x \\ x + 2y = 9 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} x = \dfrac{5 + 3y}{2} \\ x = 9 - 2y \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} \dfrac{5 + 3y}{2} = 9 - 2y \to \\ \to 5 + 3y = 18 - 4y \to 7y = 13 \to y = \dfrac{13}{7} \end{array}$

$x = 9 - 2y = \dfrac{37}{7}$. *Solución*: $x = \dfrac{37}{7}$; $y = \dfrac{13}{7}$

f) $\left.\begin{array}{l} 7x - 2y = 8 \\ 5x - 3y = 1 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} x = \dfrac{8 + 2y}{7} \\ x = \dfrac{1 + 3y}{5} \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} \dfrac{8 + 2y}{7} = \dfrac{1 + 3y}{5} \to \\ \to 40 + 10y = 7 + 21y \to 33 = 11y \to y = 3 \end{array}$

$x = \dfrac{8 + 2y}{7} = 2$. *Solución*: $x = 2$; $y = 3$

5 **Resuelve por reducción:**

a) $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 9 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x - 5y = 9 \\ 6x - 2y = -6 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 10x - 3y = 1 \\ 10x + 3y = 3 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x - 3y = 21 \\ 2x + 5y = -35 \end{cases}$

a) $\left.\begin{array}{r} x + y = 3 \\ x - y = 9 \end{array}\right\}$

Sumando: $2x = 12 \to x = \dfrac{12}{2} = 6 \to y = 3 - x = -3$

Solución: $x = 6$; $y = -3$

b) $\left.\begin{array}{l} 3x - 5y = 9 \\ 6x - 2y = -6 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\cdot(-2)} -6x + 10y = -18 \\ \longrightarrow \quad 6x - 2y = -6 \end{array}$

Sumando: $8y = -24 \to y = \dfrac{-24}{8} = -3$

$x = \dfrac{9 + 5y}{3} = -2$. *Solución*: $x = -2$; $y = -3$

c) $\left.\begin{array}{l} 10x - 3y = 1 \\ 10x + 3y = 3 \end{array}\right\}$

$\left.\begin{array}{ll} \text{Sumando: } 20x \quad = 4 & \to x = \dfrac{4}{20} = \dfrac{1}{5} \\ \text{Restando: } \quad -6y = -2 & \to y = \dfrac{-2}{-6} = \dfrac{1}{3} \end{array}\right\}$

Solución: $x = \dfrac{1}{5}$; $y = \dfrac{1}{3}$

d) $\left.\begin{array}{r} x - 3y = 21 \\ 2x + 5y = -35 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\cdot(-2)} -2x + 6y = -42 \\ \longrightarrow \quad 2x + 5y = -35 \end{array}$

Sumando: $\quad 11y = -77 \to y = \dfrac{-77}{11} = -7$

$x = 21 + 3y = 0$

Solución: $x = 0$; $y = -7$

6 **Resuelve por el método que consideres más adecuado:**

a) $\begin{cases} 3x = 6 \\ 5x + \dfrac{4y}{3} = 14 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 6x - 3y = 5 \\ 3x + 6y = 5 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x + y = 6 \\ 3x - 2y = 14 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 1{,}2x + 0{,}7y = 7 \\ x - 0{,}5y = 1{,}5 \end{cases}$

e) $\begin{cases} \dfrac{2y}{5} - \dfrac{x}{3} = \dfrac{1}{15} \\ 15x - 15y = 2 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 5x = 2y - 2 \\ 4x = 20 - 2y \end{cases}$

a) $\left.\begin{array}{l} 3x = 6 \\ 5x + \dfrac{4y}{3} = 14 \end{array}\right\} \begin{array}{l} x = \dfrac{6}{3} = 2 \\ 10 + \dfrac{4y}{3} = 14 \to \dfrac{4y}{3} = 4 \to 4y = 12 \to y = \dfrac{12}{4} = 3 \end{array}$

Solución: $x = 2$; $y = 3$

b) $\left.\begin{array}{r} 6x - 3y = 5 \\ 3x + 6y = 5 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\cdot 2} 12x - 6y = 10 \\ \longrightarrow \quad 3x + 6y = 5 \end{array}$

Sumando: $15x \quad = 15 \to x = 1$

$y = \dfrac{6x - 5}{3} = \dfrac{1}{3}$. *Solución*: $x = 1$; $y = \dfrac{1}{3}$

c) $\left.\begin{array}{l} 5x + \ \ y = 6 \\ 3x - 2y = 14 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} y = 6 - 5x \\ 3x - 2(6 - 5x) = 14 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 3x - 12 + 10x = 14 \ \rightarrow \\ \rightarrow 13x = 26 \ \rightarrow \ x = \dfrac{26}{13} = 2 \end{array}$

$y = 6 - 5x = -4$. *Solución*: $x = 2$; $y = -4$

d) $\left.\begin{array}{r} 1{,}2x + 0{,}7y = 7 \\ x - 0{,}5y = 1{,}5 \end{array}\right\} \begin{array}{l} x = 1{,}5 + 0{,}5y \\ 1{,}2(1{,}5 + 0{,}5y) + 0{,}7y = 7 \end{array}$

$1{,}8 + 0{,}6y + 0{,}7y = 7 \ \rightarrow \ 1{,}3y = 5{,}2 \ \rightarrow \ y = \dfrac{5{,}2}{1{,}3} = 4$

$x = 1{,}5 + 0{,}5y = 3{,}5$. *Solución*: $x = 3{,}5$; $y = 4$

e) $\left.\begin{array}{l} \dfrac{2y}{5} - \dfrac{x}{3} = \dfrac{1}{15} \\ 15x - 15y = 2 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 6y - 5x = 1 \\ 15x - 15y = 2 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} -5x + 6y = 1 \\ 15x - 15y = 2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\cdot 3} \\ \longrightarrow \end{array} \begin{array}{r} -15x + 18y = 3 \\ 15x - 15y = 2 \\ \hline \end{array}$

Sumando: $3y = 5$

$y = \dfrac{5}{3} \ \rightarrow \ x = \dfrac{2 + 15y}{15} = \dfrac{27}{15} = \dfrac{9}{5}$

Solución: $x = \dfrac{9}{5}$; $y = \dfrac{5}{3}$

f) $\left.\begin{array}{l} 5x = 2y - 2 \\ 4x = 20 - 2y \end{array}\right\} \begin{array}{r} 5x - 2y = -2 \\ 4x + 2y = 20 \\ \hline \end{array}$

Sumando: $9x \quad = 18 \ \rightarrow \ x = \dfrac{18}{9} = 2 \ \rightarrow \ y = \dfrac{5x + 2}{2} = 6$

Solución: $x = 2$; $y = 6$

7 **Resuelve los sistemas:**

a) $\left\{\begin{array}{l} \mathbf{3 \cdot (x - 1) + 3 \cdot (y + 4) = 2 \cdot (3x + y) - 9} \\ \mathbf{\dfrac{x}{2} - \dfrac{y}{3} = 3} \end{array}\right.$

b) $\left\{\begin{array}{l} \mathbf{\dfrac{x + 3}{y} = 5} \\ \mathbf{2 \cdot (x - 3y) + x = 9} \end{array}\right.$

c) $\left\{\begin{array}{l} \mathbf{3 \cdot (x + 2) - 5 \cdot (y + 1) = 9} \\ \mathbf{4x + \dfrac{5 + 3y}{2} = 5} \end{array}\right.$

d) $\left\{\begin{array}{l} \mathbf{0{,}2x - 1{,}7y = 6{,}1} \\ \mathbf{1{,}23x + 0{,}8y = 3{,}75} \end{array}\right.$

a) $\left.\begin{array}{l} 3(x-1)+3(y+4)=2(3x+y)-9 \\ \dfrac{x}{2}-\dfrac{y}{3}=3 \end{array}\right\}\ \left.\begin{array}{l} 3x-3+3y+12=6x+2y-9 \\ 3x-2y=18 \end{array}\right\}$

$\left.\begin{array}{r} -3x+\ \ y=-18 \\ 3x-2y=18 \end{array}\right\}$

Sumando: $\quad -y=0 \ \rightarrow\ y=0 \ \rightarrow\ x=\dfrac{18+2y}{3}=6$

Solución: $x=6;\ y=0$

b) $\left.\begin{array}{l} \dfrac{x+3}{y}=5 \\ 2(x-3y)+x=9 \end{array}\right\}\ \left.\begin{array}{l} x+3=5y \\ 2x-6y+x=9 \end{array}\right\}\rightarrow$

$\rightarrow \left.\begin{array}{l} x=5y-3 \\ 3x-6y=9 \ \rightarrow\ x=\dfrac{9+6y}{3}=3+2y \end{array}\right\}\rightarrow$

$\rightarrow\ 5y-3=3+2y \ \rightarrow\ 3y=6 \ \rightarrow\ y=2 \ \rightarrow\ x=3+2y=7$

Solución: $x=7;\ y=2$

c) $\left.\begin{array}{l} 3(x+2)-5(y+1)=9 \\ 4x+\dfrac{5+3y}{2}=5 \end{array}\right\}\ \left.\begin{array}{l} 3x+6-5y-5=9 \\ 8x+5+3y=10 \end{array}\right\}\ \left.\begin{array}{l} 3x-5y=8 \\ 8x+3y=5 \end{array}\right\}$

$\begin{array}{l} \xrightarrow{\cdot 3} \\ \xrightarrow{\cdot 5} \end{array} \left.\begin{array}{r} 9x-15y=24 \\ 40x+15y=25 \end{array}\right\}$

Sumando: $49x \qquad = 49 \ \rightarrow\ x=1 \ \rightarrow\ y=\dfrac{5-8x}{3}=-1$

Solución: $x=1;\ y=-1$

d) $\left.\begin{array}{r} 0{,}2x-1{,}7y=6{,}1 \\ 1{,}23x+0{,}8y=3{,}75 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\cdot 0{,}8} \\ \xrightarrow{\cdot 1{,}7} \end{array} \begin{array}{r} 0{,}16x-1{,}36y=4{,}88 \\ 2{,}091x+1{,}36y=6{,}375 \end{array}$

Sumando: $2{,}251x \qquad = 11{,}255 \ \rightarrow$

$\rightarrow\ x=\dfrac{11{,}255}{2{,}251}=5 \ \rightarrow\ y=\dfrac{3{,}75-1{,}23x}{0{,}8}=-3$

Solución: $x=5;\ y=-3$

PIENSA Y RESUELVE

8 Calcula dos números cuya suma sea 191 y su diferencia 67.

Llamamos x e y a los números que buscamos. Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 191 \\ x - y = 67 \end{array}\right\}$$

Sumando: $2x = 258 \rightarrow x = \dfrac{258}{2} = 129 \rightarrow y = 191 - x = 62$

Solución: $x = 129$; $y = 62$

9 Dos kilos de peras y tres de manzanas cuestan 7,80 €. Cinco kilos de peras y cuatro de manzanas cuestan 13,20 €. ¿A cómo está el kilo de peras? ¿Y el de manzanas?

Llamamos x al precio del kilo de peras e y al precio del kilo de manzanas. Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{l} 2x + 3y = 7{,}8 \\ 5x + 4y = 13{,}2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\cdot(-4)} -8x - 12y = -31{,}2 \\ \xrightarrow{\cdot 3} 15x + 12y = 39{,}6 \end{array}$$

Sumando: $7x = 8{,}4 \rightarrow x = \dfrac{8{,}4}{7} = 1{,}2 \rightarrow x = 1{,}2$

$y = \dfrac{7{,}8 - 2x}{3} = 1{,}8 \rightarrow y = 1{,}8$

Solución: El kilo de peras cuesta 1,2 € y el de manzanas, 1,8 €.

10 Para pagar un artículo que costaba 3 €, he utilizado nueve monedas, unas de 20 céntimos y otras de 50 céntimos.

¿Cuántas monedas de cada clase he utilizado?

Llamamos x al número de monedas de 20 céntimos e y al número de monedas de 50 céntimos. Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 9 \\ 20x + 50y = 300 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} y = 9 - x \\ 2x + 5y = 30 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 2x + 5(9 - x) = 30 \\ 2x + 45 - 5x = 30 \end{array}$$

$-3x = -15 \rightarrow x = \dfrac{-15}{-3} = 5;\ y = 9 - x = 4$

Solución: Hemos utilizado 5 monedas de 20 céntimos y 4 monedas de 50 céntimos.

Página 136

11 Un fabricante de bombillas obtiene un beneficio de 0,3 € por cada pieza que sale del taller para la venta, pero sufre una pérdida de 0,4 € por cada pieza defectuosa que debe retirar. En una jornada ha fabricado 2 100 bombillas, obteniendo unos beneficios de 484,4 €. ¿Cuántas bombillas válidas y cuántas defectuosas se han fabricado en ese día?

Llamamos x al número de bombillas válidas e y al número de bombillas defectuosas. Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 2\,100 \\ 0{,}3x - 0{,}4y = 484{,}4 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} y = 2\,100 - x \\ 0{,}3x - 0{,}4(2\,100 - x) = 484{,}4 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} 0{,}3x - 840 + 0{,}4x = 484{,}4 \\ 0{,}7x = 1\,324{,}4 \end{array}\right\}$$

$$x = \frac{1\,324{,}4}{0{,}7} = 1\,892 \;\rightarrow\; y = 2\,100 - x = 208$$

Solución: Se han fabricado 1 892 bombillas válidas y 208 defectuosas.

12 **Una empresa aceitera ha envasado 3 000 litros de aceite en 1 200 botellas de dos y de cinco litros. ¿Cuántas botellas de cada clase se han utilizado?**

Llamamos x al número de botellas de dos litros e y al número de botellas de cinco litros. Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 1\,200 \\ 2x + 5y = 3\,000 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} y = 1\,200 - x \\ 2x + 5(1\,200 - x) = 3\,000 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 2x + 6\,000 - 5x = 3\,000 \\ 3\,000 = 3x \;\rightarrow\; x = 1\,000 \end{array}\right\}$$

$$y = 1\,200 - x = 200$$

Solución: Se han utilizado 1 000 botellas de dos litros y 200 botellas de cinco litros.

13 **En un bar se venden bocadillos de jamón a 3,5 € y bocadillos de tortilla a 2 €. En una mañana vendieron 52 bocadillos y la recaudación final fue de 149 €. ¿Cuántos se vendieron de cada clase?**

Llamamos x al número de bocadillos de jamón e y al número de bocadillos de tortilla. Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 52 \\ 3{,}5x + 2y = 149 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} y = 52 - x \\ 3{,}5x + 2(52 - x) = 149 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 3{,}5x + 104 - 2x = 149 \\ 1{,}5x = 45 \rightarrow x = 45/1{,}5 = 30 \rightarrow \end{array}$$

$$\rightarrow\; y = 52 - x = 22$$

Solución: Se vendieron 30 bocadillos de jamón y 22 de tortilla.

14 **En un test de 30 preguntas se obtienen 0,75 puntos por cada respuesta correcta y se restan 0,25 puntos por cada error. Si mi nota ha sido 10,5, ¿cuántos aciertos y cuántos errores he tenido?**

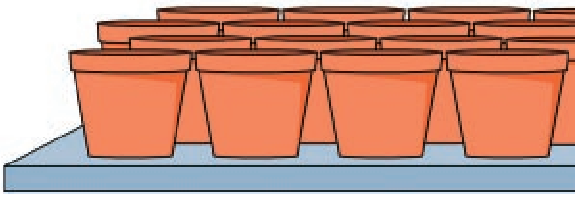
Llamamos x al número de aciertos e y al número de errores. Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 30 \\ 0{,}75x - 0{,}25y = 10{,}5 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} y = 30 - x \\ 0{,}75x - 0{,}25(30 - x) = 10{,}5 \end{array}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{array}{l} 0{,}75x - 7{,}5 + 0{,}25x = 10{,}5 \\ x = 18 \rightarrow y = 30 - x = 12 \end{array}$$

Solución: He tenido 18 aciertos y 12 errores.

15 **Una empresa de productos plásticos recibe el encargo de fabricar cierto número de macetas para un día determinado. Al planificar la producción, el gerente advierte que si fabrican 250 macetas diarias, faltarían 150 macetas al concluir el plazo que les han dado. Si fabrican 260 macetas diarias, entonces les sobrarían 80 macetas. ¿Cuántos días de plazo tenían y cuántas macetas les encargaron?**



Llamamos x a los días de plazo que tenían e y al número de macetas que encargaron. Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{l} 250x + 150 = y \\ 260x - 80 = y \end{array}\right\} \begin{array}{l} 250x + 150 = 260x - 80 \rightarrow 230 = 10x \rightarrow x = 23 \\ y = 250x + 150 = 5\,900 \end{array}$$

Solución: Tenían 23 días de plazo y les encargaron 5 900 macetas.

16 **Una empresa fabrica dos tipos de bicicletas, A y B. Para fabricar una del modelo A, se necesitan 1 kg de acero y 3 kg de aluminio, y para una del modelo B, 2 kg de cada uno de esos materiales. Si la empresa dispone de 80 kg de acero y 120 kg de aluminio, ¿cuántas bicicletas de cada tipo puede fabricar?**

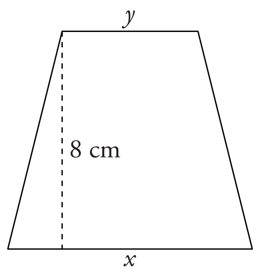
Llamamos x al número de bicicletas del tipo A e y al número de bicicletas del tipo B. Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{l} \text{Acero} \rightarrow x + 2y = 80 \\ \text{Aluminio} \rightarrow 3x + 2y = 120 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \text{Restando: } 2x = 40 \rightarrow x = 20 \\ y = \dfrac{80 - x}{2} = 30 \end{array}$$

Solución: Puede fabricar 20 bicicletas del tipo A y 30 del tipo B.

17 **La base mayor de un trapecio es 2 cm más larga que la menor; la altura del trapecio es 8 cm y su área 48 cm^2. ¿Cuánto miden las bases?**

Llamamos x a la base mayor e y a la base menor:



$$\left.\begin{array}{l} x = y + 2 \\ \text{Área} \rightarrow \dfrac{(x+y)\cdot 8}{2} = 48 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} x = y + 2 \\ (x+y)\cdot 4 = 48 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} x = y + 2 \\ x + y = 12 \end{array}\right\}$$

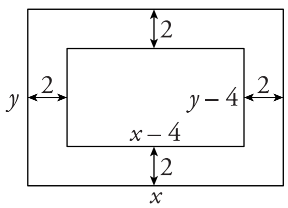
$y + 2 + y = 12 \rightarrow 2y = 10 \rightarrow y = 5 \rightarrow x = y + 2 = 7$

Solución: La base mayor mide 7 cm y la menor, 5 cm.

18 **En una parcela rectangular de 44 m de perímetro se hace un jardín rectangular bordeado por un camino de 2 m de ancho.**

Calcula las dimensiones de la parcela sabiendo que el área del jardín es de 45 m^2.

Llamamos x e y a las dimensiones de la parcela:



$$\left.\begin{array}{l} \text{Perímetro} \rightarrow 2x + 2y = 44 \rightarrow x + y = 22 \\ \text{Área jardín} \rightarrow (x-4)(y-4) = 45 \end{array}\right\}$$

$y = 22 - x$

$(x-4)(22-x-4) = 45 \rightarrow (x-4)(18-x) = 45 \rightarrow 18x - x^2 - 72 + 4x = 45$

$0 = x^2 - 22x + 117 \rightarrow x = \dfrac{22 \pm \sqrt{484-468}}{2} = \dfrac{22 \pm \sqrt{16}}{2} =$

$= \dfrac{22 \pm 4}{2} \begin{cases} x = 13 \rightarrow y = 9 \\ x = 9 \rightarrow y = 13 \end{cases}$

Solución: Las dimensiones de la parcela son 13 m × 9 m.

19 **María ha comprado un abrigo que estaba rebajado un 15%. Marta ha comprado otro abrigo 25 € más caro, pero ha conseguido una rebaja del 20%, con lo que solo ha pagado 8 € más que María. ¿Cuál era el precio de cada abrigo?**

Llamamos x al precio (sin rebajar) del abrigo de María e y al precio (sin rebajar) del abrigo de Marta. Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{l} y = x + 25 \\ 0{,}80y = 0{,}85x + 8 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 0{,}80(x + 25) = 0{,}85x + 8 \;\rightarrow\; 0{,}80x + 20 = 0{,}85x + 8 \\ 12 = 0{,}05x \;\rightarrow\; x = \dfrac{12}{0{,}05} = 240 \;\rightarrow\; y = x + 25 = 265 \end{array}$$

Solución: El abrigo de María costaba 240 € y el de Marta, 265 €.

20 **Un capital, colocado en el banco durante un año, ha producido un beneficio de 800 €. El beneficio habría sido el mismo si el capital se hubiera aumentado en 2 000 € y el interés anual se hubiera disminuido en un punto (en un 1%). ¿A cuánto asciende el capital y a qué tanto por ciento ha estado colocado?**

Llamamos x al capital (en euros) e y al tanto por ciento al que ha estado colocado. Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{l} x \cdot \dfrac{y}{100} = 800 \\ (x + 2\,000) \cdot \left(\dfrac{y-1}{100}\right) = 800 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} x \cdot y = 80\,000 \\ (x + 2\,000)(y - 1) = 80\,000 \end{array}\right\} y = \frac{80\,000}{x}$$

$$(x + 2\,000)\left(\frac{80\,000}{x} - 1\right) = 80\,000 \rightarrow 80\,000 - x + \frac{160\,000\,000}{x} - 2\,000 = 80\,000$$

$$-x^2 + 160\,000\,000 - 2\,000x = 0 \;\rightarrow\; x^2 + 2\,000x - 160\,000\,000 = 0$$

$$x = \frac{-2\,000 \pm \sqrt{4\,000\,000 + 640\,000\,000}}{2} =$$

$$= \frac{-2\,000 \pm 25\,377{,}16}{2} \begin{array}{l} x = 11\,688{,}58 \\ x = -13\,688{,}58 \text{ (no vale)} \end{array}$$

$$y = \frac{80\,000}{x} = 6{,}84\%$$

Solución: El capital es de 11 688,58 € y el tanto por ciento, 6,84%.

21 **Por un pantalón y unos zapatos he pagado 126 €. Si el precio del pantalón aumentara en un 14%, entonces sería el 75% del precio de los zapatos. ¿Cuánto pagué por cada uno?**

Pantalón → $\boxed{x}$ Aumenta un 14% → $\boxed{1{,}14x}$

Zapatos → $\boxed{y}$ El 75% de y → $\boxed{0{,}75y}$

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 126 \\ 1{,}14x = 0{,}75y \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} y = 126 - x \\ 1{,}14x = 0{,}75(126 - x) \end{array}\right\} \begin{array}{l} 1{,}14x = 94{,}5 - 0{,}75x \\ 1{,}89x = 94{,}5 \;\rightarrow\; x = 94{,}5/1{,}89 = 50 \end{array}$$

$$y = 126 - x = 76$$

Solución: El pantalón costaba 50 € y los zapatos, 76 €.

Página 137

22 **He pagado 90,50 € por una camisa y un jersey que costaban, entre los dos, 110 €. En la camisa me han rebajado un 20% y en el jersey, un 15%. ¿Cuál era el precio original de cada artículo?**

Llamamos x al precio original de la camisa e y al precio original del jersey. Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 110 \\ 0{,}80x + 0{,}85y = 90{,}5 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} y = 110 - x \\ 0{,}80x + 0{,}85(110 - x) = 90{,}5 \end{array}\right\}$$

$$0{,}80x + 93{,}5 - 0{,}85x = 90{,}5 \;\rightarrow\; 3 = 0{,}05x \;\rightarrow\; x = \frac{3}{0{,}05} = 60 \;\rightarrow\; y = 50$$

Solución: La camisa costaba 60 € y el jersey, 50 €.

23 **En un centro escolar hay matriculados 795 estudiantes entre los dos cursos de Bachillerato. El 45% de primero y el 52% de segundo son mujeres, lo que supone un total de 384 alumnas entre los dos cursos. ¿Cuántos estudiantes hay en cada curso?**

Llamamos x al número de estudiantes de 1º de Bachillerato e y al número de estudiantes de 2º de Bachillerato. Tenemos que:

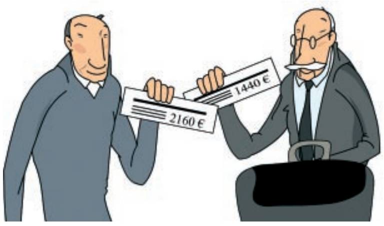
$$\left.\begin{array}{l} x + y = 795 \\ 0{,}45x + 0{,}52y = 384 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} y = 795 - x \\ 0{,}45x + 0{,}52(795 - x) = 384 \end{array}\right\}$$

$$0{,}45x + 413{,}4 - 0{,}52x = 384 \;\rightarrow\; 29{,}4 = 0{,}07x$$

$$x = \frac{29{,}4}{0{,}07} = 420 \;\rightarrow\; y = 795 - x = 375$$

Solución: Hay 420 estudiantes en 1º y 375 estudiantes en 2º.

24 **Dos comerciantes emprenden un negocio para cuya realización fue necesario invertir 100 000 €. A la hora de repartir beneficios, el primero cobró 2 160 € y el segundo, 1 440 €. ¿Qué cantidad invirtió cada uno?**



Llamamos x a la cantidad que invirtió el primero e y a la cantidad que invirtió el segundo.

- Total invertido = 100 000 €
- Beneficio total = 2 160 + 1 440 = 3 600 €

  3 600 : 100 000 = 0,036 € de beneficio corresponden a cada euro invertido.

- Al primero le corresponden → $0{,}036x = 2\,160$ € → $x = 60\,000$ €
- Al segundo le corresponden → $0{,}036y = 1\,440$ € → $y = 40\,000$ €

Solución: El primero invirtió 60 000 € y el segundo, 40 000 €.

25 **Tres socios han obtenido un beneficio de 12 900 €. ¿Qué cantidad corresponde a cada uno si para iniciar el negocio el primero aportó 2/3 de lo que aportó el segundo y este, 5/6 de lo que aportó el tercero?**

— Primero → aportó $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6}x = \frac{10x}{18} = \frac{5x}{9}$ €

— Segundo → aportó $\frac{5x}{6}$ €

— Tercero → aportó x €

Suma $= x + \frac{5x}{6} + \frac{5x}{9} = \frac{43x}{18}$ aportaron entre los tres.

$12\,900 : \frac{43x}{18} = \frac{5\,400}{x}$ € de beneficio corresponden por cada euro invertido.

— Primero → le corresponden $\frac{5x}{9} \cdot \frac{5\,400}{x} = 3\,000$ €

— Segundo → le corresponden $\frac{5x}{6} \cdot \frac{5\,400}{x} = 4\,500$ €

— Tercero → le corresponden $x \cdot \frac{5\,400}{x} = 5\,400$ €

Solución: Al primero le corresponden 3 000 €, al segundo, 4 500 €, y al tercero, 5 400 €.

26 **Un bodeguero ha mezclado dos cubas de vino: la primera, de mejor calidad, a 3 €/litro y la segunda, de calidad inferior, a 2,2 €/litro. De esta forma ha obtenido 16 hl de un vino de calidad intermedia que sale a 2,5 €/litro. ¿Cuál era el contenido de cada cuba?**

	CANTIDAD (l)	PRECIO/l	COSTE TOTAL (€)
MEJOR CALIDAD	x	3	$3x$
CALIDAD INFERIOR	y	2,2	$2{,}2y$
MEZCLA	$x + y = 1\,600$	2,5	$3x + 2{,}2y = 2{,}5 \cdot 1\,600$

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 1\,600 \\ 3x + 2{,}2y = 4\,000 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} y = 1\,600 - x \\ 3x + 2{,}2(1\,600 - x) = 4\,000 \end{array}\right\}$$

$$3x + 3\,520 - 2{,}2x = 4\,000 \;\rightarrow\; 0{,}8x = 480 \;\rightarrow\; x = \frac{480}{0{,}8} = 600$$

$y = 1\,600 - x = 1\,000$

Solución: La de mejor calidad contenía 600 litros y la de calidad inferior contenía 1 000 litros.

27 **El aceite de oliva cuesta el doble que el de orujo, y si se mezclan en una proporción de 5 a 3 (en litros), resulta un aceite de calidad intermedia que cuesta 2,6 €/litro ¿Cuál es el precio de cada clase de aceite?**

	CANTIDAD (l)	PRECIO/l	COSTE TOTAL (€)
OLIVA	5	$x = 2y$	$5x$
ORUJO	3	y	$3y$
MEZCLA	8	2,6	$5x + 3y = 8 \cdot 2,6$

$$\left.\begin{array}{l} x = 2y \\ 5x + 3y = 20,8 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 5 \cdot 2y + 3y = 20,8 \;\rightarrow\; 10y + 3y = 20,8 \;\rightarrow \\ \rightarrow\; 13y = 20,8 \;\rightarrow\; y = \dfrac{20,8}{13} = 1,6 \;\rightarrow\; x = 3,2 \end{array}$$

Solución: El de oliva cuesta 3,2 €/l y el de orujo, 1,6 €/l.

28 **Juntando el agua de una cazuela que está a 15 °C con la de otra cazuela, a 60 °C, se ha llenado una olla de 9 litros que ha resultado a una temperatura de 45 °C. ¿Cuántos litros había en cada cazuela?**

	CANTIDAD (l)	TEMPERATURA (°C)	
1ª CAZUELA	x	15 °C	$15x$
2ª CAZUELA	y	60 °C	$60y$
MEZCLA	$x + y = 9$	45 °C	$15x + 60y$

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{15x + 60y}{9} = 45 \\ x + y = 9 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 15x + 60y = 405 \\ y = 9 - x \end{array}\right\} \begin{array}{l} 15x + 60(9 - x) = 405 \;\rightarrow \\ \rightarrow\; 15x + 540 - 60x = 405 \;\rightarrow \end{array}$$

$$\rightarrow\; 135 = 45x \;\rightarrow\; x = \frac{135}{45} = 3$$

$y = 9 - x = 6$

Solución: En la 1ª cazuela había 3 litros y en la segunda, 6 litros.

29 **Se ha fundido una cadena de oro del 80% de pureza junto con un anillo del 64% de pureza. Así se han obtenido 12 gramos de oro de una pureza del 76%. ¿Cuántos gramos pesaba la cadena y cuántos el anillo?**

	CANTIDAD (g)	PUREZA	CANTIDAD DE ORO (g)
CADENA	x	80%	$0,8x$
ANILLO	y	64%	$0,64y$
MEZCLA	$x + y = 12$	76%	$0,8x + 0,64y = 12 \cdot 0,76$

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 12 \\ 0,8x + 0,64y = 9,12 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} y = 12 - x \\ 0,8x + 0,64(12 - x) = 9,12 \end{array}\right\}$$

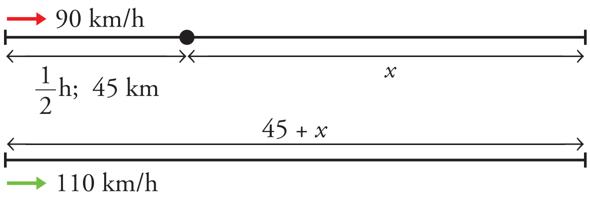
$$0,8x + 7,68 - 0,64x = 9,12 \;\rightarrow\; 0,16x = 1,44 \;\rightarrow\; x = \frac{1,44}{0,16} = 9$$

$y = 12 - x = 3$

Solución: La cadena pesaba 9 gramos y el anillo, 3 gramos.

30 **Un tren de cercanías sale de una estación a 90 km/h. Media hora más tarde, sale otro más rápido en la misma dirección a 110 km/h. ¿Cuánto tardará en alcanzar al primero?**

El primer tren ha recorrido 45 km en 1/2 hora. (e = v · t)

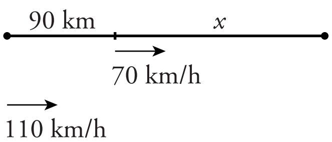


	ESPACIO	VELOCIDAD	TIEMPO
1er TREN	x	90	t
2º TREN	$x + 45$	110	t

$$\left.\begin{array}{l} x = 90t \\ x + 45 = 110t \end{array}\right\} \begin{array}{l} 90t + 45 = 110t \to 45 = 20t \to t = \dfrac{45}{20} = 2{,}25 \text{ h} = 2 \text{ h } 15 \text{ min} \\ x = 90 \cdot 2{,}25 = 202{,}5 \text{ km} \end{array}$$

Solución: Tardará 2,25 h, es decir, 2 h 15 min, en alcanzarlo.

31 **Un tren que avanza a 70 km/h lleva una ventaja de 90 km a otro tren que avanza por una vía paralela a 110 km/h. Calcula el tiempo que tarda el segundo tren en alcanzar al primero y la distancia recorrida hasta lograrlo.**

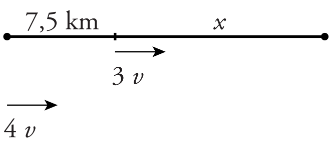


	ESPACIO	VELOCIDAD	TIEMPO
1er TREN	x	70	t
2º TREN	$x + 90$	110	t

$$\left.\begin{array}{l} x = 70t \\ x + 90 = 110t \end{array}\right\} \begin{array}{l} 70t + 90 = 110t \to 90 = 40t \to t = 2{,}25 \text{ h} \\ x = 70t = 157{,}5 \to x + 90 = 247{,}5 \end{array}$$

Solución: Tarda 2,25 h, es decir, 2 h 15 min, en alcanzarlo. Hasta ese momento recorre 247,5 km.

32 **Dos ciclistas avanzan por la misma carretera en el mismo sentido y les separa una distancia de 7,5 km. Si sus velocidades están en relación de 3 a 4, y el segundo tarda 45 minutos en alcanzar al primero, ¿cuál era la velocidad de cada uno?**



$$t = 45 \text{ min} = \frac{3}{4} \text{ h} = 0{,}75 \text{ h}$$

	ESPACIO (km)	VELOCIDAD (km/h)	TIEMPO (h)
1er CICLISTA	x	$3v$	0,75
2º CICLISTA	$x + 7{,}5$	$4v$	0,75

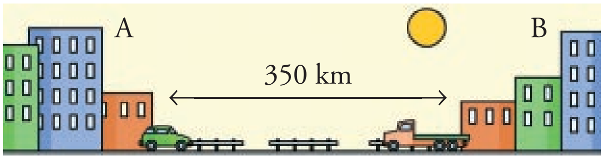
$$\left.\begin{array}{l} x = 3v \cdot 0{,}75 \\ x + 7{,}5 = 4v \cdot 0{,}75 \end{array}\right\} \begin{array}{l} x = 2{,}25v \\ x + 7{,}5 = 3v \end{array}\left.\right\} \begin{array}{l} 2{,}25v + 7{,}5 = 3v \rightarrow \\ \rightarrow 7{,}5 = 0{,}75v \rightarrow v = \dfrac{7{,}5}{0{,}75} = 10 \text{ km/h} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3v = 30 \text{ km/h} \\ 4v = 40 \text{ km/h} \end{array}$$

Solución: El primero llevaba una velocidad de 30 km/h y el segundo, de 40 km/h.

Página 138

33 **Dos ciudades, A y B, distan 350 km. En un determinado momento un coche inicia su viaje de A hacia B y, simultáneamente, un camión inicia el suyo de B hacia A. ¿Cuál es la velocidad de cada uno, sabiendo que tardan 1 hora y 45 minutos en cruzarse y que la velocidad del coche supera a la del camión en 20 km/h?**



A —— y —— $350 - y$ —— B

coche → $(x + 20)$ km/h

camión ← x km/h

$t = 1$ h 45 min $= 1$ h $+ \dfrac{3}{4}$ h $= 1{,}75$ horas

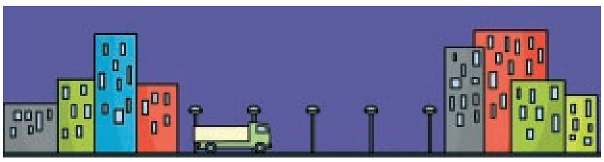
	ESPACIO (km)	VELOCIDAD (km/h)	TIEMPO (h)
COCHE	y	$x + 20$	1,75
CAMIÓN	$350 - y$	x	1,75

$$\left.\begin{array}{l} y = (x + 20) \cdot 1{,}75 \\ 350 - y = 1{,}75x \end{array}\right\} \begin{array}{l} y = 1{,}75x + 35 \\ y = 350 - 1{,}75x \end{array}\left.\right\} \begin{array}{l} 1{,}75x + 35 = 350 - 1{,}75x \\ 3{,}5x = 315 \rightarrow x = \dfrac{315}{3{,}5} = 90 \end{array}$$

$\rightarrow\ x + 20 = 110$

Solución: La velocidad del coche es de 110 km/h y la del camión, de 90 km/h.

34 **Un camión de transportes hace, una vez a la semana, la ruta entre las ciudades A y B. Si va a 80 km/h, tarda, solo en ir, tres horas más que si va a 100 km/h. ¿Cuál es la distancia entre las ciudades?**



ESPACIO (km)	VELOCIDAD (km/h)	TIEMPO (h)
x	80	$t + 3$
x	100	t

$$\left.\begin{array}{l} x = 80(t + 3) \\ x = 100t \end{array}\right\} \begin{array}{l} 80(t + 3) = 100t \\ 80t + 240 = 100t \end{array}$$

$240 = 20t \rightarrow t = \dfrac{240}{20} = 12$ h

$x = 100t = 1\,200$ km

Solución: La distancia entre A y B es de 1 200 km.

35 **La suma de las dos cifras de un número es 10. Si las invertimos, obtenemos otro número que es igual al triple del anterior menos 2. ¿Cuál es el número inicial?**

Cifra de las decenas: x

Cifra de las unidades: y

Valor del número: $10x + y$

Valor del número invertido: $10y + x$

1ª condición: $x + y = 10$

2ª condición: $10y + x = 3(10x + y) - 2$

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 10 \\ 10y + x = 3(10x + y) - 2 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} x + y = 10 \\ 10y + x = 30x + 3y - 2 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} x + y = 10 \\ 29x - 7y = 2 \end{array}\right\} y = 10 - x$$

$$29x - 7(10 - x) = 2 \rightarrow 29x - 70 + 7x = 2 \rightarrow 36x = 72 \rightarrow x = \frac{72}{36} = 2$$

$y = 10 - x = 8$

Solución: El número inicial es 28.

36 **La suma de las dos cifras de un número es 12. Si la invertimos, obtenemos otro número igual al doble del anterior menos 12. ¿Cuál es el número inicial?**

$$\left.\begin{array}{ccl} \dfrac{x}{\text{Decenas}} & \dfrac{y}{\text{Unidades}} & \rightarrow \text{número} = 10x + y \\ \dfrac{y}{} & \dfrac{x}{} & \rightarrow \text{número} = 10y + x \end{array}\right\}$$

Llamamos x a la cifra de las decenas e y a la cifra de las unidades.

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 12 \\ 10y + x = 2(10x + y) - 12 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} x + y = 12 \\ 10y + x = 20x + 2y - 12 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} x + y = 12 \\ 19x - 8y = 12 \end{array}\right\} y = 12 - x$$

$$19x - 8(12 - x) = 12 \rightarrow 19x - 96 + 8x = 12 \rightarrow 27x = 108 \rightarrow x = \frac{108}{27} = 4$$

$y = 12 - x = 8$

Solución: El número inicial es 48.

37 **Un número de tres cifras es capicúa. La cifra de las centenas es tres unidades menor que la de las decenas. La suma de las tres cifras es doce. Calcula dicho número.**

$$\dfrac{x}{\text{Centenas}} \quad \dfrac{y}{\text{Decenas}} \quad \dfrac{x}{\text{Unidades}}$$

Llamamos x a la cifra de las unidades (que coincide con la de las centenas) e y a la cifra de las decenas. Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{l} x = y - 3 \\ x + y + x = 12 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} x = y - 3 \\ 2x + y = 12 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 2(y-3) + y = 12 \to 2y - 6 + y = 12 \to \\ \to 3y = 18 \to y = \dfrac{18}{3} = 6 \to x = y - 3 = 3 \end{array}$$

Solución: El número es 363.

REFLEXIONA SOBRE LA TEORÍA

38 Escribe un sistema de ecuaciones con dos incógnitas cuya única solución sea $x = 1$, $y = 1$.

Por ejemplo: $\begin{cases} x + y = 1 + 1 = 2 \\ x - y = 1 - 1 = 0 \end{cases}$

39 ESTÁ RESUELTO EN EL LIBRO

40 Resuelve, por tanteo, los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{cases} x + y = 10 \\ x - y = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 10 \\ x - y = 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x + y = 5 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \sqrt{x + y} = 2 \\ x - y = 0 \end{cases}$

a) $x = 6$; $y = 4$

b) $x = 5$; $y = 5$

c) (0, 5) y (5, 0)

d) $x = 2$; $y = 2$

41 Identifica entre los siguientes sistemas los que tienen infinitas soluciones, los que tienen solo una y los que no tienen ninguna:

a) $\begin{cases} 3x + 5y = 4 \\ 6x + 10y = 8 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + 3y = 9 \\ x - 2y = 5 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x - y = 4 \\ 5x + 1 = y + 5 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x + 5y = 11 \\ 2x + 5y = 3 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 5x + y = 4 \\ 10x + 2y = 4 \end{cases}$

f) $\begin{cases} x - 3y = 11 \\ 2x - 6y = 21 \end{cases}$

a) Infinitas soluciones (la 2ª ecuación es el doble de la 1ª).

b) Una solución.

c) Infinitas soluciones (las dos ecuaciones son en realidad la misma).

d) Ninguna solución (las ecuaciones son contradictorias).

e) Ninguna solución (ecuaciones contradictorias).

f) Ninguna solución (ecuaciones contradictorias).

42 **¿Cuáles de los sistemas del ejercicio anterior son indeterminados? Busca tres soluciones para cada uno.**

a) $(3, -1)$; $(-2, 2)$; $\left(0, \frac{4}{5}\right)$; … son soluciones del sistema.

c) $(0, -4)$; $(1, 1)$; $(-1, -9)$; … son soluciones del sistema.

43 **Comprueba si el par (0, 3) es solución de este sistema:**

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 4y = 12 \\ x + 5y = 10 \end{cases}$$

Sustituimos $x = 0$, $y = 3$ en cada ecuación y vemos si se cumplen:

$$\begin{cases} x + y = 3 \;\rightarrow\; 0 + 3 = 3 \;\rightarrow\; \text{Sí se cumple.} \\ 2x + 4y = 12 \;\rightarrow\; 2 \cdot 0 + 4 \cdot 3 = 0 + 12 = 12 \;\rightarrow\; \text{Sí se cumple.} \\ x + 5y = 10 \;\rightarrow\; 0 + 5 \cdot 3 = 15 \neq 10 \;\rightarrow\; \text{No se cumple.} \end{cases}$$

Por tanto, (0, 3) no es solución del sistema.

Página 139

PROFUNDIZA

44 **Resuelve, por sustitución, este sistema:**

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x^2 + y = 7 \end{cases}$$

Despejamos la y en la primera ecuación y sustituimos en la segunda:

$y = 4 - 2x \;\rightarrow\; x^2 + 4 - 2x = 7 \;\rightarrow\; x^2 - 2x - 3 = 0$

$$\left.\begin{array}{l} 2x + y = 4 \\ x^2 + y = 7 \end{array}\right\} \begin{array}{l} y = 4 - 2x \\ x^2 + 4 - 2x = 7 \;\rightarrow\; x^2 - 2x - 3 = 0 \end{array}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2} \begin{cases} x = 3 \;\rightarrow\; y = -2 \\ x = -1 \;\rightarrow\; y = 6 \end{cases}$$

45 **Resuelve, por sustitución, los siguientes sistemas:**

a) $\begin{cases} x - 7 = 0 \\ x^2 - y^2 = 40 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x^2 + y = 24 \\ y = 2x + 16 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - y = 0 \\ 2x^2 - y^2 = 9 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + y = 5 \\ x^2 - y^2 = 5 \end{cases}$

a) $\left.\begin{array}{l} x - 7 = 0 \\ x^2 - y^2 = 40 \end{array}\right\}$ $\begin{array}{l} x = 7 \\ 49 - y^2 = 40 \;\rightarrow\; 9 = y^2 \;\rightarrow\; y = \pm\sqrt{9} \left\langle \begin{array}{l} y = 3 \\ y = -3 \end{array}\right. \end{array}$

Hay dos soluciones: $x = 7,\; y = 3$

$x = 7,\; y = -3$

b) $\left.\begin{array}{l} x^2 + y = 24 \\ y = 2x + 16 \end{array}\right\}$ $\begin{array}{l} x^2 + 2x + 16 = 24 \;\rightarrow\; x^2 + 2x - 8 = 0 \\ x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{4 + 3^2}}{2} = \dfrac{-2 \pm \sqrt{36}}{2} = \dfrac{-2 \pm 6}{2} \;\rightarrow \end{array}$

$\rightarrow \left\langle \begin{array}{l} x = 2 \rightarrow y = 20 \\ x = -4 \rightarrow y = 8 \end{array}\right.$

c) $\left.\begin{array}{l} x - y = 0 \\ 2x^2 - y^2 = 9 \end{array}\right\}$ $\begin{array}{l} x = y \\ 2y^2 - y^2 = 9 \;\rightarrow\; y^2 = 9 \;\rightarrow\; y = \pm\sqrt{9} \left\langle \begin{array}{l} y = 3 \rightarrow x = 3 \\ y = -3 \rightarrow x = -3 \end{array}\right. \end{array}$

d) $\left.\begin{array}{l} x + y = 5 \\ x^2 - y^2 = 5 \end{array}\right\}$ $\begin{array}{l} y = 5 - x \\ x^2 - (5 - x)^2 = 5 \;\rightarrow\; x^2 - (25 - 10x + x^2) = 5 \end{array}$

$x^2 - 25 + 10x - x^2 = 5 \;\rightarrow\; 10x = 30 \;\rightarrow\; x = \dfrac{30}{10} = 3 \;\rightarrow\; y = 5 - x = 2$

Solución: $x = 3,\; y = 2$

46 **La diferencia de dos números es 6 y la de sus cuadrados, 144. Calcula esos números.**

Llamamos x e y a los números que buscamos. Tenemos que:

$\left.\begin{array}{l} x - y = 6 \\ x^2 - y^2 = 144 \end{array}\right\}$ $\begin{array}{l} x = 6 + y \\ (6 + y)^2 - y^2 = 144 \;\rightarrow\; 36 + 12y + y^2 - y^2 = 144 \end{array}$

$12y = 108 \;\rightarrow\; y = \dfrac{108}{12} = 9 \;\rightarrow\; x = 6 + y = 15$

Solución: Los números son 15 y 9.

47 **Halla dos números cuya suma es 15 y la de sus cuadrados es 113.**

Llamamos x e y a los números que buscamos. Tenemos que:

$\left.\begin{array}{l} x + y = 15 \\ x^2 + y^2 = 113 \end{array}\right\}$ $\begin{array}{l} y = 15 - x \\ x^2 + (15 - x)^2 = 113 \;\rightarrow\; x^2 + 225 - 30x + x^2 = 113 \end{array}$

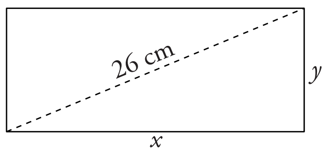
$2x^2 - 30x + 112 = 0 \;\rightarrow\; x^2 - 15x + 56 = 0$

$x = \dfrac{15 \pm \sqrt{225 - 224}}{2} = \dfrac{15 \pm 1}{2} \left\langle \begin{array}{l} x = 8 \;\rightarrow\; y = 7 \\ x = 7 \;\rightarrow\; y = 8 \end{array}\right.$

Solución: Los números son 7 y 8.

48 **La diagonal de un rectángulo mide 26 m y el perímetro 68 m. Calcula sus lados.**

Llamamos x a la longitud de la base del rectángulo e y a la longitud de su altura. Tenemos que:



$$\left.\begin{array}{l} x^2 + y^2 = 26^2 \\ 2x + 2y = 68 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} x^2 + y^2 = 676 \\ x + y = 34 \end{array}\right\} \quad y = 34 - x$$

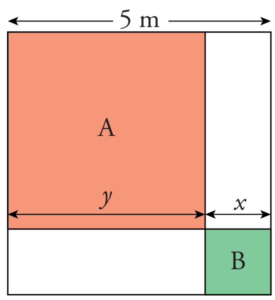
$$x^2 + (34 - x)^2 = 676 \;\rightarrow\; x^2 + 1\,156 - 68x + x^2 = 676 \;\rightarrow$$

$$\rightarrow\; 2x^2 - 68x + 480 = 0 \;\rightarrow\; x^2 - 34x + 240 = 0$$

$$x = \frac{34 \pm \sqrt{1\,156 - 960}}{2} = \frac{34 \pm \sqrt{196}}{2} = \frac{34 \pm 14}{2} \begin{array}{l} x = 24 \;\rightarrow\; y = 10 \\ x = 10 \;\rightarrow\; y = 24 \end{array}$$

Solución: Los lados del rectángulo miden 10 m y 24 m.

49 **Calcula x e y sabiendo que la superficie de A es nueve veces la de B.**



☛ *A es un cuadrado de lado y. B es un cuadrado de lado x.*

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 5 \\ y^2 = 9x^2 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} y = 5 - x \\ (5 - x)^2 = 9x^2 \;\rightarrow\; 25 - 10x + x^2 = 9x^2 \;\rightarrow\; 0 = 8x^2 + 10x - 25 \end{array}$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 800}}{16} = \frac{-10 \pm \sqrt{900}}{16} =$$

$$= \frac{-10 \pm 30}{16} \begin{array}{l} x = \dfrac{20}{16} = 1{,}25 \;\rightarrow\; y = 3{,}75 \\ x = -2{,}5 \text{ (no vale)} \end{array}$$

Solución: $x = 1{,}25$ m; $y = 3{,}75$ m

50 **La edad de Pedro, hoy, es el cuadrado de la de su hija, pero dentro de nueve años será solamente el triple. ¿Qué edad tiene cada uno?**

	HOY	DENTRO DE 9 AÑOS
HIJA	x	$x + 9$
PEDRO	y	$y + 9$

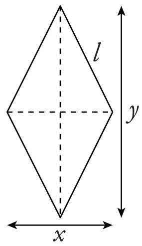
$$\left.\begin{array}{l} y = x^2 \\ y + 9 = 3(x + 9) \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} y = x^2 \\ y = 3x + 18 \end{array}\right\}$$

$$x^2 = 3x + 18 \;\rightarrow\; x^2 - 3x - 18 = 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 72}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{3 \pm 9}{2} \begin{array}{l} x = 6 \;\rightarrow\; y = 36 \\ x = -3 \text{ (no vale)} \end{array}$$

Solución: Pedro tiene 36 años y su hija, 6.

51 **En un rombo, una diagonal es doble que la otra y el área es 4 dm^2. ¿Cuánto mide su lado?**



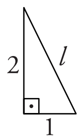
Llamamos x e y a las diagonales del rombo:

$$\text{Área} \;\rightarrow\; \left.\begin{array}{l} y = 2x \\ \dfrac{x \cdot y}{2} = 4 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} y = 2x \\ x \cdot y = 8 \end{array}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow\; x \cdot 2x = 8 \;\rightarrow\; 2x^2 = 8 \;\rightarrow\; x^2 = 4$$

$$x = \pm\sqrt{4} \begin{array}{l} x = -2 \text{ (no vale)} \\ x = 2 \;\rightarrow\; y = 4 \end{array}$$

Calculamos el lado del rombo mediante el teorema de Pitágoras:

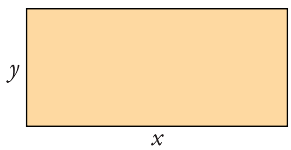


$$l^2 = 2^2 + 1^2 \;\rightarrow\; l^2 = 4 + 1 = 5 \;\rightarrow\; l = \sqrt{5} \approx 2{,}24 \text{ dm}$$

Solución: El lado mide $\sqrt{5} \approx 2{,}24$ dm.

52 **Si la base de un rectángulo disminuye 80 cm y la altura aumenta 20 cm, se convierte en un cuadrado.**

Si la base disminuye 60 cm y la altura aumenta 20 cm, su área disminuye 400 cm^2.



Calcula las dimensiones del rectángulo.

Llamamos x a la base e y a la altura. Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{l} x - 80 = y + 20 \\ (x - 60)(y + 20) = x \cdot y - 400 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} x = y + 100 \\ x \cdot y + 20x - 60y - 1\,200 = x \cdot y - 400 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} x = y + 100 \\ 20x - 60y = 800 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} x = y + 100 \\ x - 3y = 40 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} x = y + 100 \\ x = 3y + 40 \end{array}\right\} \begin{array}{l} y + 100 = 3y + 40 \;\rightarrow \\ \rightarrow 60 = 2y \;\rightarrow\; y = 30 \\ \qquad\qquad\qquad x = 130 \end{array}$$

Solución: La base mide 130 cm y la altura 30 cm.

53 **Un coche tarda en realizar el trayecto A-B dos horas más de lo que tarda un camión en realizar el trayecto contrario, B-A. Saliendo simultáneamente, tardan 2 horas y 55 minutos en cruzarse. ¿Cuánto tarda cada uno en completar su recorrido?**

$$2 \text{ horas } 55 \text{ minutos} = \left(2 + \frac{55}{60}\right) \text{horas} = \left(2 + \frac{11}{12}\right) \text{horas} = \frac{35}{12} \text{ horas}$$

— Coche $\rightarrow$ Tarda x horas en ir de A a B $\rightarrow$ Hace $\frac{1}{x}$ del trayecto en 1 hora.

— Camión $\rightarrow$ Tarda y horas en ir de B a A $\rightarrow$ Hace $\frac{1}{y}$ del trayecto en 1 hora.

— Juntos $\rightarrow$ Tardan $\frac{35}{12}$ h en hacer el trayecto $\rightarrow$ Hacen $\frac{12}{35}$ del trayecto en 1 hora.

$$\left.\begin{array}{l} x = y + 2 \\ \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = \dfrac{12}{35} \end{array}\right\} \quad \frac{1}{y+2} + \frac{1}{y} = \frac{12}{35} \rightarrow 35y + 35(y+2) = 12y(y+2) \rightarrow$$

$$\rightarrow 35y + 35y + 70 = 12y^2 + 24y \rightarrow 0 = 12y^2 - 46y - 70 = 0$$

$$y = \frac{46 \pm \sqrt{2\,116 + 3\,360}}{24} = \frac{46 \pm \sqrt{5\,476}}{24} =$$

$$= \frac{46 \pm 74}{24} \begin{cases} y = 5 \rightarrow x = 7 \\ y = \dfrac{-7}{6} \text{ (no vale)} \end{cases}$$

Solución: El coche tarda 7 horas y el camión, 5 horas.

54 **Un grifo tarda en llenar una piscina 3 horas menos que su desagüe en vaciarla. Si se abren ambos a la vez, estando vacía, la piscina tarda 36 horas en llenarse. ¿Cuánto tardará cada uno en cumplir su tarea si el otro permanece cerrado?**

— Grifo $\rightarrow$ Tarda x horas en llenarla. $\rightarrow$ Llena $\frac{1}{x}$ en 1 hora.

— Desagüe $\rightarrow$ Tarda y horas en vaciarla. $\rightarrow$ Vacía $\frac{1}{y}$ en 1 hora.

— Juntos $\rightarrow$ Tardan 36 h en llenarse. $\rightarrow$ Se llena $\frac{1}{36}$ en 1 hora.

$$\left.\begin{array}{l} x = y - 3 \\ \dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{y} = \dfrac{1}{36} \end{array}\right\} \quad \dfrac{1}{y-3} - \dfrac{1}{y} = \dfrac{1}{36} \to 36y - 36(y-3) = y(y-3) \to$$

$$\to 36y - 36y + 108 = y^2 - 3y \to 0 = y^2 - 3y - 108$$

$$y = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 432}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{441}}{2} = \frac{3 \pm 21}{2} \begin{cases} y = 12 \to x = 9 \\ y = -9 \text{ (no vale)} \end{cases}$$

Solución: El grifo tardará 9 horas en llenarla y el desagüe, 12 horas en vaciarla.

55 Resuelve este sistema:

$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - y = 2 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

☛ ***Halla la solución de las dos primeras ecuaciones y prueba si verifica la tercera.***

Resolvemos el sistema formado por las dos primeras ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} x + 2y = 5 \\ x - y = 2 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} x = 5 - 2y \\ x = 2 + y \end{array}\right\} \quad 5 - 2y = 2 + y \to 3 = 3y \to \begin{array}{l} y = 1 \\ x = 3 \end{array}$$

— Veamos si esta solución verifica la tercera ecuación:

$x + y = 4 \to 3 + 1 = 4 \to$ Sí la cumple.

Por tanto, la solución del sistema es: $x = 3$, $y = 1$

56 Resuelve los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} 2x = -2 \\ x + y = 5 \\ 2x - y + z = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 7 \\ x + z = 8 \\ y + z = 9 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + 3y - z = 5 \\ 2y + z = 4 \\ 3z = 6 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x - y = z \\ 2x - z = 4 \\ x + y = 6 - z \end{cases}$

a) $$\left.\begin{array}{l} 2x = -2 \\ x + y = 5 \\ 2x - y + z = 0 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} x = -1 \\ y = 5 - x = 5 - (-1) = 5 + 1 = 6 \\ z = -2x + y = 2 + 6 = 8 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} x = -1 \\ y = 6 \\ z = 8 \end{array}$$

b) $$\left.\begin{array}{l} x + y = 7 \\ x + z = 8 \\ y + z = 9 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} y = 7 - x \\ \left.\begin{array}{l} x + z = 8 \\ 7 - x + z = 9 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} x + z = 8 \\ -x + z = 2 \end{array}\right\} \end{array}$$

Sumando: $2z = 10 \rightarrow z = 5$

$x = 8 - z = 8 - 5 = 3 \rightarrow x = 3$

$y = 7 - x = 7 - 3 = 4 \rightarrow y = 4$

Solución: $x = 3,\ y = 4,\ z = 5$

c) $$\left.\begin{array}{l} x + 3y - z = 5 \\ 2y + z = 4 \\ 3z = 6 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} z = \dfrac{6}{3} = 2 \\ y = \dfrac{4 - z}{2} = \dfrac{4-2}{2} = 1 \\ x = 5 - 3y + z = 5 - 3 + 2 = 4 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} x = 4 \\ y = 1 \\ z = 2 \end{array}$$

d) $$\left.\begin{array}{l} x - y = z \\ 2x - z = 4 \\ x + y = 6 - z \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} 2x - (x - y) = 4 \\ x + y = 6 - (x - y) \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} 2x - x + y = 4 \\ x + y = 6 - x + y \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} x + y = 4 \\ 2x = 6 \end{array}\right\}$$

$x = \dfrac{6}{2} = 3;\ y = 4 - x = 4 - 3 = 1;\ z = x - y = 3 - 1 = 2$

Solución: $x = 3,\ y = 1,\ z = 2$

57 La suma de tres números es 16, la diferencia entre los dos mayores, 4, y el producto de los dos más pequeños es 10. Calcula dichos números.

Llamamos a los números (ordenados de mayor a menor) $x,\ y,\ z$. Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{l} x + y + z = 16 \\ x - y = 4 \\ y \cdot z = 10 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} 4 + y + y + z = 16 \rightarrow 2y + z = 12 \rightarrow z = 12 - 2y \\ x = 4 + y \\ y \cdot z = 10 \rightarrow y \cdot (12 - 2y) = 10 \rightarrow 12y - 2y^2 = 10 \end{array}$$

$0 = 2y^2 - 12y + 10 \rightarrow 0 = y^2 - 6y + 5$

$$y = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{6 \pm 4}{2} \begin{array}{l} y = 5 \rightarrow x = 9,\ z = 2 \\ y = 1 \rightarrow x = 5,\ z = 10 \end{array}$$

Hay dos soluciones: 9, 5, 2

5, 1, 10