Página 243

PRACTICA

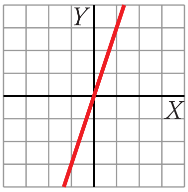
Representación de rectas

1 ESTÁ RESUELTO EN EL LIBRO

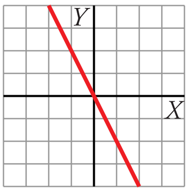
2 Representa las rectas:

a) $y = 3x$ b) $y = -2x$ c) $y = \dfrac{x}{2}$ d) $y = -2$

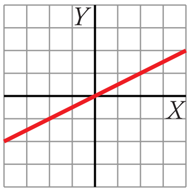
a)



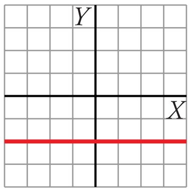
b)



c)



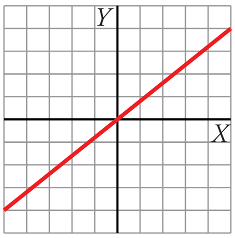
d)



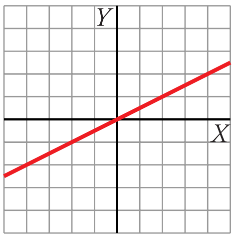
3 Representa las rectas:

a) $y = 0{,}8x$ b) $y = \dfrac{x}{2}$ c) $y = -1{,}6x$ d) $y = \dfrac{4}{7}x$

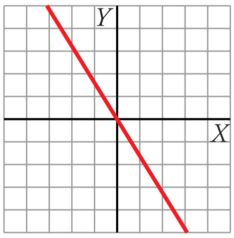
a)



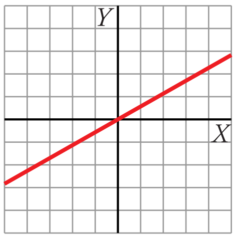
b)



c)



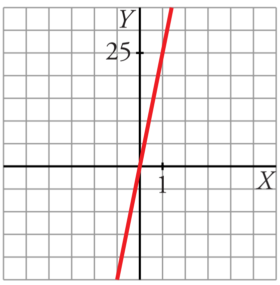
d)



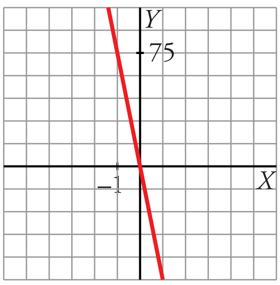
4 Representa las siguientes rectas eligiendo una escala adecuada:

a) $y = 25x$ b) $y = -75x$ c) $y = \dfrac{x}{120}$

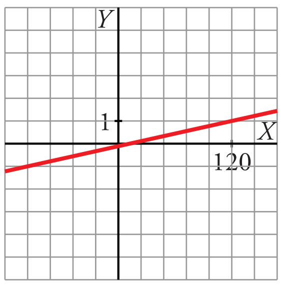
a)



b)



c)



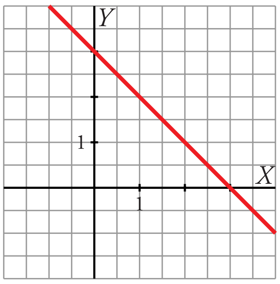
5 **Representa las siguientes rectas:**

a) $y = -x + 3$ b) $y = -\frac{x}{3} + 4$ c) $y = -\frac{12}{5}$

d) $y = \frac{8x - 9}{5}$ e) $y = 3{,}2x - 3$ f) $y = \frac{5}{2}x + \frac{13}{4}$

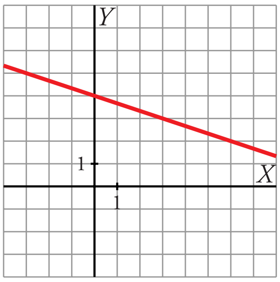
¿En qué punto cortan al eje *OY*? ¿Y al eje *OX*?

a)



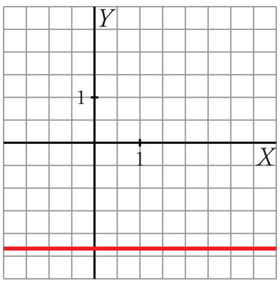
- Corte con el eje *X*: $(3, 0)$
- Corte con el eje *Y*: $(0, 3)$

b)



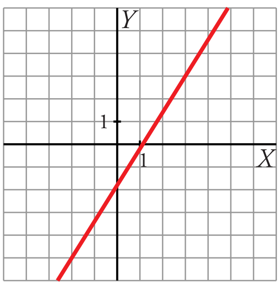
- Corte con el eje *X*: $(12, 0)$
- Corte con el eje *Y*: $(0, 4)$

c)



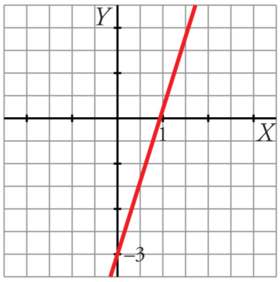
- No corta al eje *X*.
- Corte con el eje *Y*: $\left(0, -\frac{12}{5}\right)$

d)



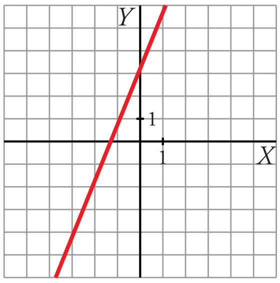
- Corte con el eje *X*: $\left(\frac{9}{8}, 0\right)$
- Corte con el eje *Y*: $\left(0, -\frac{9}{5}\right)$

e)



- Corte con el eje X: $(0{,}9375;\ 0)$
- Corte con el eje Y: $(0, -3)$

f)



- Corte con el eje X: $\left(-\frac{13}{10}, 0\right)$
- Corte con el eje Y: $\left(0, \frac{13}{4}\right)$

6 **De cada una de las rectas del ejercicio anterior, di cuál es su pendiente y, según su signo, clasifícalas en funciones crecientes o decrecientes.**

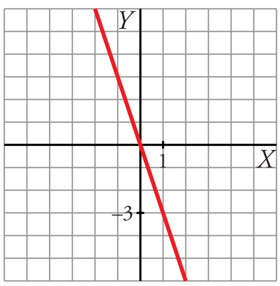
a) La pendiente es $m = -1 < 0 \rightarrow$ función decreciente.

b) $m = -\frac{1}{3} < 0 \rightarrow$ decreciente. c) $m = 0 \rightarrow$ constante.

d) $m = \frac{8}{5} > 0 \rightarrow$ creciente. e) $m = 3{,}2 > 0 \rightarrow$ creciente.

f) $m = \frac{5}{2} > 0 \rightarrow$ creciente.

7 **Representa la recta que pasa por el origen de coordenadas y cuya pendiente es –3. ¿Cuál es su ecuación?**



La ecuación es: $y = -3x$

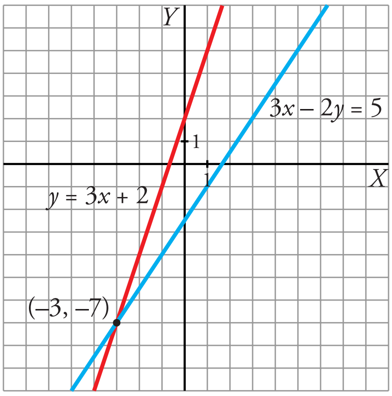
8 **Representa las rectas r y s en los mismos ejes de coordenadas y halla su punto de corte en los siguientes casos:**

a) $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ y = 3x + 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} y = 5x - 2 \\ y = 7 \end{cases}$ c) $\begin{cases} y = 2 - 5(x + 1) \\ 2x - 3y - 1 = 0 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x - y = -5 \end{cases}$

a) $\left.\begin{array}{l} 3x - 2y = 5 \\ y = 3x + 2 \end{array}\right\}$ Resolvemos el sistema:

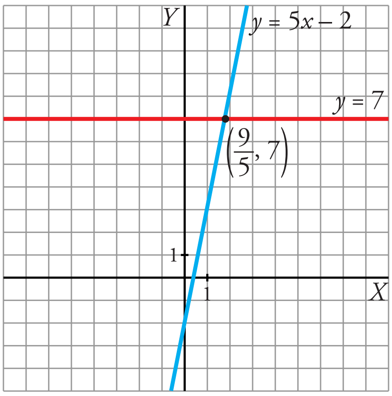
$3x - 2(3x + 2) = 5 \rightarrow 3x - 6x - 4 = 5 \rightarrow -3x = 9 \rightarrow$

$\rightarrow x = -3 \rightarrow y = -7$



El punto de corte es (–3, –7).

b) $\left.\begin{array}{l} y = 5x - 2 \\ y = 7 \end{array}\right\}$ $5x - 2 = 7 \rightarrow 5x = 9 \rightarrow x = \dfrac{9}{5} \rightarrow y = 7$

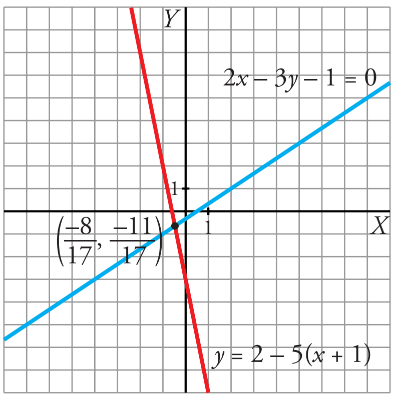


El punto de corte es $\left(\dfrac{9}{5}, -7\right)$.

c) $\left.\begin{array}{l} y = 2 - 5(x + 1) \\ 2x - 3y - 1 = 0 \end{array}\right\}$ $\begin{array}{l} y = 2 - 5x - 5 \rightarrow y = -5x - 3 \\ 2x - 3(-5x - 3) - 1 = 0 \rightarrow 2x + 15x + 9 - 1 = 0 \rightarrow \end{array}$

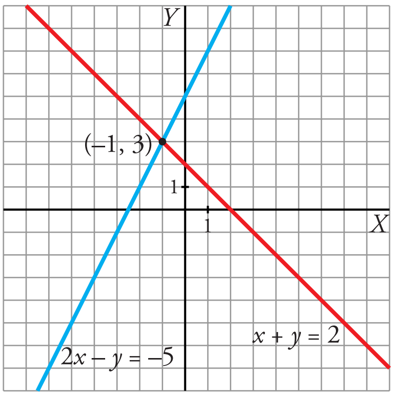
$\rightarrow 17x = -8 \rightarrow x = \dfrac{-8}{17}$

$y = -5x - 3 = \dfrac{-11}{17}$



El punto de corte es $\left(\dfrac{-8}{17}, \dfrac{-11}{17}\right)$.

d) $\left.\begin{array}{l} x + y = 2 \\ 2x - y = -5 \end{array}\right\}$ Sumando las dos ecuaciones, queda:
$3x = -3 \rightarrow x = -1 \rightarrow y = 2 - x = 3$



El punto de corte es (–1, 3).

Ecuaciones de rectas

9 **Halla la ecuación de la función de proporcionalidad que pasa por el punto (–17, 25).**

Por ser de proporcionalidad, la función es una recta que también pasa por (0, 0).

$$m = \frac{25 - 0}{-17 - 0} = -\frac{25}{17}$$

La recta es: $y = -\dfrac{25}{17}x$

10 **Halla la ecuación de la recta que pasa por el origen de coordenadas y por el punto P en cada uno de los siguientes casos:**

a) $P(15, -3)$ **b)** $P\left(\dfrac{7}{2}, \dfrac{6}{5}\right)$

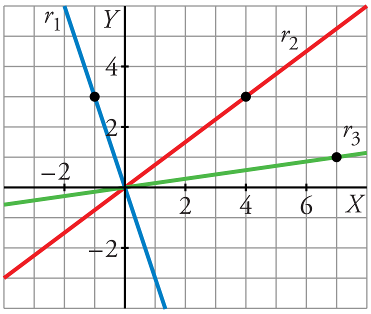
c) $P(-6, -18)$ **d)** $P(20, 68)$

a) $P(15, -3) \rightarrow m = \dfrac{-3}{15} = -\dfrac{1}{5} \rightarrow y = -\dfrac{1}{5}x$

b) $P\left(\dfrac{7}{2}, \dfrac{6}{5}\right) \rightarrow m = \dfrac{6/5}{7/2} = \dfrac{12}{35} \rightarrow y = \dfrac{12}{35}x$

c) $P(-6, -18) \rightarrow m = \dfrac{-18}{-6} = 3 \rightarrow y = 3x$

d) $P(20, 68) \rightarrow m = \dfrac{68}{20} = \dfrac{17}{5} \rightarrow y = \dfrac{17}{5}x$

11 

Halla la pendiente y la ecuación de estas rectas.

r_1: $m = -3 \rightarrow y = -3x$

r_2: $m = \frac{3}{4} \rightarrow y = \frac{3}{4}x$

r_3: $m = \frac{1}{7} \rightarrow y = \frac{1}{7}x$

12 **Escribe la ecuación de la recta de la que conocemos un punto y la pendiente, en cada uno de los casos siguientes:**

a) $P(-3, 5)$, $m = 2$ **b)** $P(1, -4)$, $m = -3$

c) $P(-8, 2)$, $m = \frac{2}{5}$ **d)** $P(-7, -9)$, $m = -\frac{7}{3}$

a) $y - 5 = 2(x + 3) \rightarrow 2x - y + 11 = 0$

b) $y + 4 = -3(x - 1) \rightarrow 3x + y + 1 = 0$

c) $y - 2 = \frac{2}{5}(x + 8) \rightarrow 5y - 10 = 2x + 16 \rightarrow 2x - 5y + 26 = 0$

d) $y + 9 = -\frac{7}{3}(x + 7) \rightarrow 3y + 27 = -7x - 49 \rightarrow 7x + 3y + 76 = 0$

Página 244

13 **Escribe las rectas del ejercicio anterior, en forma general.**

a) $2x - y + 11 = 0 \rightarrow 2x - y = -11$

b) $3x + y + 1 = 0 \rightarrow 3x + y = -1$

c) $2x - 5y + 26 = 0 \rightarrow 2x - 5y = -26$

d) $7x + 3y + 76 = 0 \rightarrow 7x + 3y = -76$

14 **ESTÁ RESUELTO EN EL LIBRO**

15 **Comprueba que el punto (17, 68) pertenece a la recta $y = 5x - 17$.**

Sustituimos x por 17 y calculamos y: $y = 5 \cdot 17 - 17 = 68$

El punto (17, 68) sí pertenece a la recta $y = 5x - 17$.

16 **Considera las rectas: $r: 3x - 2y = 4$; $s: y = \frac{5}{2}x + 7$; $t: y = -8 - \frac{3}{5}(x + 2)$**

Averigua cuál de ellas pasa por alguno de estos puntos:

$P(13, -17)$, $Q(-12, -23)$, $R\left(-\frac{7}{3}, -\frac{11}{2}\right)$

Sustituimos la coordenada x de cada punto en cada una de las rectas y vemos si los resultados obtenidos coinciden con la coordenada y del punto respectivo:

$r: 3x - 2y = 4$

$P(13, -17) \;\rightarrow\; \text{si } x = 13 \;\rightarrow\; y = \frac{35}{2} \neq -17 \;\rightarrow\; P \notin r$

$Q(-12, 23) \;\rightarrow\; \text{si } x = -12 \;\rightarrow\; y = \frac{3(-12) - 4}{2} = -20 \;\rightarrow\; Q \notin r$

$R\left(-\frac{7}{3}, -\frac{11}{2}\right) \;\rightarrow\; \text{si } x = -\frac{7}{3} \;\rightarrow\; y = \frac{3(-7/3) - 4}{2} = -\frac{11}{2} \;\rightarrow\; R \in r$

$s: y = \frac{5}{2}x + 7$

$P(13, -17) \;\rightarrow\; \text{si } x = 13 \;\rightarrow\; y = \frac{5}{2} \cdot 13 + 7 = \frac{79}{2} \neq -17 \;\rightarrow\; P \notin s$

$Q(-12, -23) \;\rightarrow\; \text{si } x = -12 \;\rightarrow\; y = \frac{5}{2} \cdot (-12) + 7 = -23 \;\rightarrow\; Q \in s$

$R\left(-\frac{7}{3}, -\frac{11}{2}\right) \;\rightarrow\; \text{si } x = -\frac{7}{3} \;\rightarrow\; y = \frac{5}{2} \cdot \left(-\frac{7}{3}\right) + 7 = \frac{7}{6} \neq \frac{-11}{2} \;\rightarrow\; R \notin s$

$t: y = -8 - \frac{3}{5}(x + 2)$

$P(13, -17) \;\rightarrow\; \text{si } x = 13 \;\rightarrow\; y = -8 - \frac{3}{5} \cdot (13 + 2) \;\rightarrow\; y = -17 \;\rightarrow\; P \in t$

$Q(-12, -23) \;\rightarrow\; \text{si } x = -12 \;\rightarrow\; y = -8 - \frac{3}{5} \cdot (-12 + 2) \;\rightarrow\; y = -2 \;\rightarrow\; Q \notin t$

$R\left(-\frac{7}{3}, -\frac{11}{2}\right) \;\rightarrow\; \text{si } x = -\frac{7}{3} \;\rightarrow\; y = -8 - \frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{7}{3} + 2\right) \;\rightarrow$

$\rightarrow\; y = \frac{-39}{5} \neq \frac{-11}{2} \;\rightarrow\; R \notin t$

r pasa por R

s pasa por Q

t pasa por P

17 **Calcula c para que la recta $5x - 2y = c$ pase por el punto (–3, 7).**

$5(-3) - 2 \cdot 7 = c \;\rightarrow\; -15 - 14 = c \;\rightarrow\; c = -29$

El punto (–3, 7) pasa por la recta $5x - 2y = -29$.

18 **Calcula b para que la recta $3x + by = -5$ pase por el punto (–3, 4).**

$3 \cdot (-3) + b \cdot 4 = -5 \;\rightarrow\; -9 + 4b = -5 \;\rightarrow\; b = \frac{4}{4} = 1 \;\rightarrow\; b = 1$

19 **¿Cuáles son la pendiente y la ordenada en el origen de la recta $3x - 5y + 15 = 0$?**

Despejamos la y para poner la recta de la forma $y = mx + n$:

$3x + 15 = 5y \;\rightarrow\; y = \frac{3x+15}{5} \;\rightarrow\; y = \frac{3}{5}x + 3$

La pendiente es $m = \frac{3}{5}$.

La ordenada en el origen es $n = 3$.

20 **Halla la pendiente y la ordenada en el origen de las rectas siguientes:**

a) $-2x + 8y = 5$ b) $7x - 3y = -2$ c) $4y = 8$ d) $4x - 3y - 12 = 0$

Despejamos la y para ponerlas de la forma $y = mx + n$:

a) $y = \frac{2x+5}{8} \;\rightarrow\; m = \frac{1}{4}$; ordenada en el origen: $\frac{5}{8}$

b) $y = \frac{7x+2}{3} \;\rightarrow\; m = \frac{7}{3}$; ordenada en el origen: $\frac{2}{3}$

c) $y = \frac{8}{4} = 2 \;\rightarrow\; m = 0$; ordenada en el origen: 2

d) $y = \frac{4x-12}{3} \;\rightarrow\; m = \frac{4}{3}$; ordenada en el origen: –4

21 **Halla la pendiente de la recta que pasa por los puntos A y B, y escribe su ecuación en cada uno de los siguientes casos:**

a) $A(5, -3)$, $B(2, 1)$ b) $A(-6, 2)$, $B(-3, 5)$

c) $A(-4, -2)$, $B(8, -7)$ d) $A(0, 7)$, $B(-4, 0)$

e) $A\left(\frac{2}{3}, 4\right)$, $B\left(1, \frac{7}{3}\right)$ f) $A\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{4}\right)$, $B\left(\frac{1}{3}, -1\right)$

a) $m = \frac{1-(-3)}{2-5} = \frac{4}{-3} \;\rightarrow\; y = 1 - \frac{4}{3}(x-2) \;\rightarrow\; 3y = 3 - 4x + 8 \;\rightarrow$

$\rightarrow\; 4x + 3y = 11$

b) $m = \frac{5-2}{-3+6} = \frac{3}{3} = 1 \;\rightarrow\; y - 5 = 1(x+3) \;\rightarrow\; x - y = -8$

c) $m = \frac{-7-(-2)}{8-(-4)} = \frac{-5}{12} \;\rightarrow\; y = -7 - \frac{5}{12}(x-8) \;\rightarrow\; 12y = -84 - 5x + 40 \;\rightarrow$

$\rightarrow\; 5x + 12y = -44$

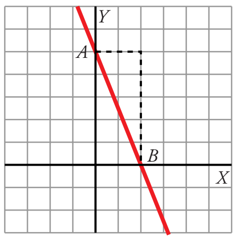
d) $m = \frac{7}{4} \;\rightarrow\; y = \frac{7}{4}(x+4) \;\rightarrow\; 4y = 7x + 28 \;\rightarrow\; 7x - 4y = -28$

e) $m = \frac{\frac{7}{3} - 4}{1 - \frac{2}{3}} = \frac{\frac{-5}{3}}{\frac{1}{3}} = -5 \;\rightarrow\; y - 4 = -5\left(x - \frac{2}{3}\right) \;\rightarrow\; 5x + y = \frac{22}{3}$

f) $m = \frac{-1 - \frac{5}{4}}{\frac{1}{3} - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{-9}{4}}{\frac{-1}{6}} = \frac{54}{4} = \frac{27}{2} \;\rightarrow\; y + 1 = \frac{27}{2}\left(x - \frac{1}{3}\right) \;\rightarrow$

$\rightarrow\; 2y + 2 = 27x - 9 \;\rightarrow\; 27x - 2y = 11$

22 **Escribe la ecuación de esta recta:**



Podemos razonar de dos formas distintas:

Resolución 1:

Hallamos la pendiente y la ordenada en el origen y utilizamos la forma $y = mx + n$.

- Pendiente: cuando x aumenta 2, y disminuye 5 $\rightarrow\; m = -\frac{5}{2}$
- Ordenada en el origen: 5
- La ecuación es: $y = -\frac{5}{2}x + 5$

Resolución 2:

Elegimos dos puntos sobre la gráfica; por ejemplo, $A(0, 5)$ y $B(2, 0)$, y utilizamos la forma punto-pendiente.

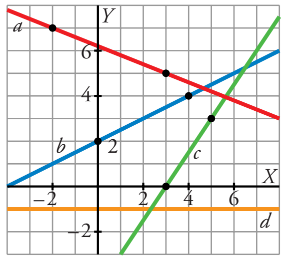
Forma punto-pendiente:

$m = \frac{0-5}{2-0} = \frac{-5}{2}$. Ecuación: $y = \frac{-5}{2}(x-2) \;\rightarrow\; y = \frac{-5}{2}x + 5$

23 **a) Escribe la ecuación de las rectas** a, b, c **y** d.

b) ¿Cuáles de ellas son funciones crecientes y cuáles decrecientes? Comprueba el signo de la pendiente en cada caso.

c) ¿Pasa alguna de ellas por el punto (142, –1)?



a) a pasa por los puntos (–2, 7) y (3, 5).

$$m = \frac{5-7}{3+2} = \frac{-2}{5} \rightarrow y = 5 - \frac{2}{5}(x-3) \rightarrow 5y = 25 - 2x + 6 \rightarrow$$

$$\rightarrow 2x + 5y = 31$$

b pasa por los puntos (0, 2) y (4, 4).

$$m = \frac{4-2}{4} = \frac{1}{2} \rightarrow y = 2 + \frac{1}{2}x \rightarrow 2y = 4 + x \rightarrow x - 2y = -4$$

c pasa por los puntos (3, 0) y (5, 3).

$$m = \frac{3}{5-3} = \frac{3}{2} \rightarrow y = \frac{3}{2}(x-3) \rightarrow 2y = 3x - 9 \rightarrow 3x - 2y = 9$$

d es paralela al eje X: $y = -1$

b) a es decreciente; $m = -\frac{2}{5} < 0$. b es creciente; $m = \frac{1}{2} > 0$.

c es creciente; $m = \frac{3}{2} > 0$. d es constante; $m = 0$.

c) a: sustituimos $x = 142$ en la ecuación y hallamos y:

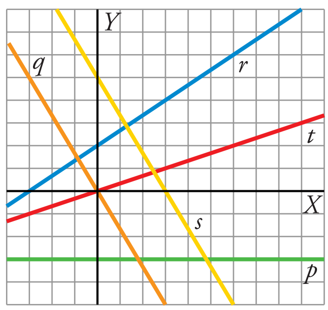
$$2 \cdot 142 + 5y = 31 \rightarrow y = \frac{-253}{5} \neq -1 \rightarrow \text{No pasa por el punto dado.}$$

b y c tampoco pasan por ese punto.

d sí pasa por ese punto, pues $y = -1$.

Página 245

24 **Asocia cada una de las rectas** r, s, t, p, q **a una de estas ecuaciones:**



1) $y = \frac{1}{3}x$ 2) $y = \frac{2}{3}x + 2$

3) $y = -\frac{5}{3}x$ 4) $y = -\frac{5}{3}x + 5$

5) $y = -3$

1) t 2) r 3) q 4) s 5) p

25 **Escribe la ecuación de estas rectas y represéntalas:**

a) Pasa por (–2, 3) y (5, –4).

b) Pasa por $\left(\frac{3}{5}, -2\right)$ **y su pendiente es** $-\frac{3}{2}$.

c) Pasa por el punto (2, 2) y su ordenada en el origen vale –5.

d) Pasa por (1, –5) y es paralela a $y = 2x$.

a) $m = \frac{-4-3}{5-(-2)} = \frac{-7}{7} = -1$. Luego la recta es: $y = 3 - (x + 2) \;\rightarrow\; x + y = 1$

b) La recta es: $y = -2 - \frac{3}{2}\left(x - \frac{3}{5}\right) \;\rightarrow\; y = -2 - \frac{3x}{2} + \frac{9}{10} \;\rightarrow\; 15x + 10y = -11$

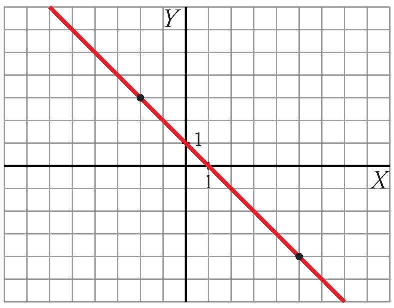
c) Como su ordenada en el origen es –5, es de la forma $y = mx - 5$.

Además pasa por el punto (2, 2). Es decir:

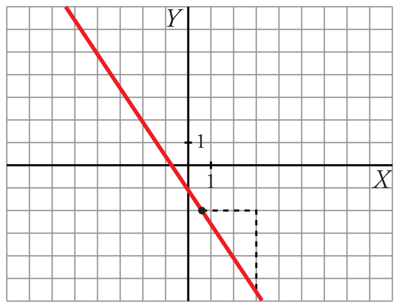
$2 = 2m - 5 \;\rightarrow\; m = \frac{7}{2}$. Por lo tanto, la recta es: $y = \frac{7}{2}x - 5$

d) Si la recta es paralela a $y = 2x$, sus pendientes son iguales. Por lo tanto, la recta será: $y = -5 + 2(x - 1) \;\rightarrow\; 2x - y = 7$

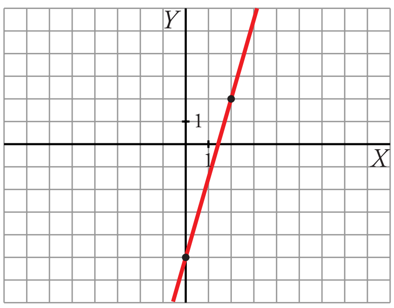
a)



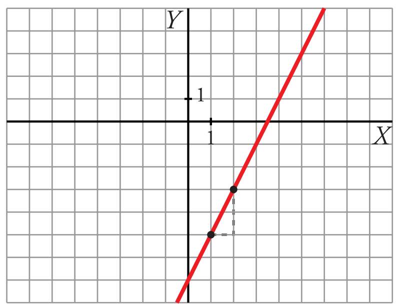
b)



c)



d)



26 **Halla la ecuación de las siguientes rectas en forma general:**

a) Paralela a $4x - 3y = 4$ **y pasa por el origen de coordenadas.**

b) Paralela al eje X **y pasa por el punto (5, 4).**

c) Paralela a $2x - 3y = 6$ **y pasa por (–3, 2).**

a) $4x - 3y = 0$

b) $y = 4$

c) $2x - 3y + k = 0 \rightarrow 2 \cdot (-3) - 3 \cdot 2 + k = 0 \rightarrow -6 - 6 + k = 0 \rightarrow$

$\rightarrow -12 + k = 0 \rightarrow k = 12 \rightarrow 2x - 3y = -12$

PIENSA Y RESUELVE

27 **En cada caso, escribe la función y di el significado de la pendiente:**

a) El precio de x kilos de manzanas, si pagué 3,6 € por 3 kg.

b) Los metros que hay en x kilómetros.

c) El precio de un artículo que costaba x €, si se ha rebajado un 20%.

a) $P = 1{,}2x \rightarrow$ La pendiente es el precio de cada kilo de manzanas.

b) $M = 1\,000x \rightarrow$ La pendiente es el número de metros que hay en un kilómetro.

c) $P = x - 0{,}2x = 0{,}8x \rightarrow$ La pendiente es el índice de variación (descuento del 20%).

28 **Comprueba si existe alguna recta que pase por los puntos $A(-1, 3)$, $B(5, 0)$ y $C(45, -20)$. Para ello, halla la ecuación de la recta que pasa por A y por B y prueba después si el punto C pertenece a esa recta.**

- Hallamos la ecuación de la recta que pasa por A y B:

$m = \frac{0 - 3}{5 - (-1)} = \frac{-3}{6} = \frac{-1}{2}$ Ecuación $\rightarrow y = \frac{-1}{2}(x - 5)$

- Veamos si el punto $C(45, -20)$ pertenece a la recta anterior.

Sustituimos $x = 45$ en la ecuación:

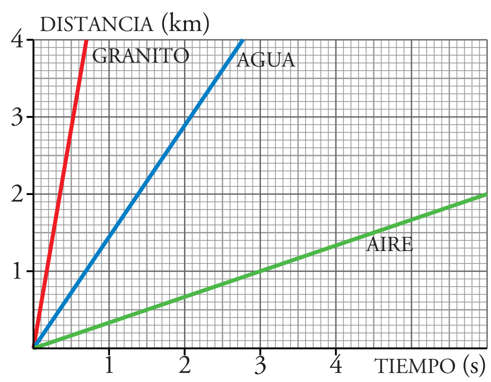
$y = \frac{-1}{2}(45 - 5) = \frac{-1}{2} \cdot 40 = -20 \rightarrow$ Sí pertenece.

- Por tanto, la recta $y = \frac{-1}{2}(x - 5)$ pasa por los tres puntos.

29 **Estas gráficas muestran la distancia que recorre el sonido en diferentes medios según el tiempo.**

a) Halla la pendiente de cada una y explica su significado.

b) Escribe sus ecuaciones.



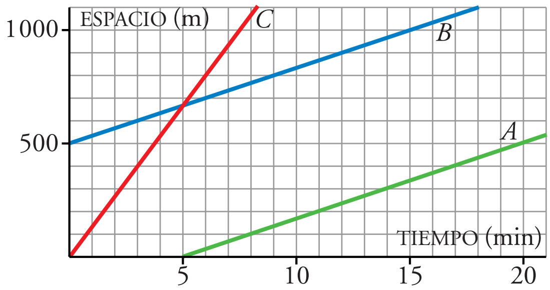
a) Aire: $m = \frac{1}{3}$. El sonido recorre $\frac{1}{3}$ km en 1 segundo en el aire.

Agua: $m = \frac{3}{2} = 1{,}5$. El sonido recorre 1,5 km en 1 segundo en el agua.

Granito: $m = \frac{40}{7} \approx 5{,}71$. El sonido recorre, aproximadamente, 5,71 km en 1 segundo en el granito.

b) Aire: $y = \frac{1}{3}x$. Agua: $y = 1{,}5x$. Granito: $y = \frac{40}{7}x$.

30 **Esta es la gráfica del espacio que recorren tres montañeros que van a velocidad constante:**



¿Qué velocidad lleva cada uno?

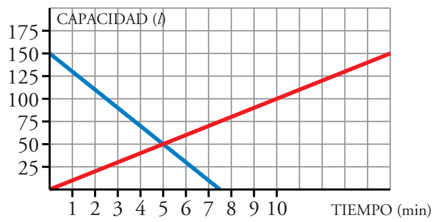
Escribe la expresión analítica de estas funciones.

A: Velocidad $= \frac{s}{t} \;\rightarrow\; v = \frac{100}{3} \;\rightarrow\; e = \frac{100}{3}(t - 5)$

B: Velocidad $= \frac{100}{3} \;\rightarrow\; e = 500 + \frac{100}{3}t$

C: Velocidad $= \frac{650}{5} = 130 \;\rightarrow\; e = 130t$

31 **Dos depósitos de agua, A y B, funcionan de la siguiente forma: a medida que A se va vaciando, B se va llenando. Estas son las gráficas:**



a) Indica cuál es la gráfica de A, cuál la de B y escribe sus ecuaciones.

b) ¿Cuál es la velocidad de entrada y de salida del agua?

c) ¿En qué momento los dos depósitos tienen igual cantidad de agua?

a) • A corresponde a una fracción decreciente. Vemos que su gráfica pasa por (0, 150) y (7,5; 0).

Pendiente $\rightarrow\; m = \frac{0 - 150}{7{,}5 - 0} = -20$. Ecuación: $y = 150 - 20x$

• B corresponde a una función creciente. Su gráfica pasa por (0, 0) y (10, 100).

Pendiente $\rightarrow\; m = \frac{100}{10} = 10$. Ecuación: $y = 10x$

b) • Velocidad de entrada $\rightarrow$ 10 *l*/min

• Velocidad de salida $\rightarrow$ 20 *l*/min

c) $\left.\begin{array}{l} y = 150 - 20x \\ y = 10x \end{array}\right\}$ $150 - 20x = 10x \rightarrow 150 = 30x \rightarrow x = 5,\ y = 50$

A los 5 minutos los dos depósitos tienen 50 litros de agua.

Página 246

32 Al colgar diferentes pesos de un muelle, este se va alargando según los valores que indica esta tabla:

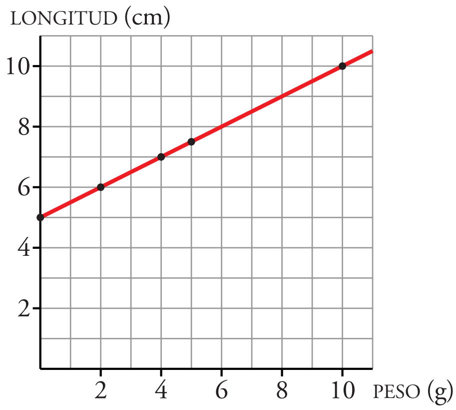
PESO, x (g)	0	2	5	10
LONGITUD, y (cm)	5	6	7,5	10

a) Haz la gráfica de esa función.

b) Halla su expresión analítica.

c) Explica el significado de la pendiente.

a)



b) $y = 5 + \frac{1}{2}x$

c) La pendiente es $m = \frac{1}{2}$ y nos indica que por cada 2 gramos que colgamos al muelle, este se alarga 1 cm.

33 Una receta para hacer helados recomienda poner 5 g de vainilla por cada 100 cm^3 de leche.

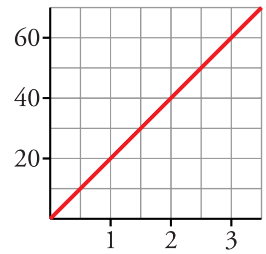
Encuentra la relación entre la cantidad de leche y de vainilla y representa la función.

Llamamos y a los centímetros cúbicos de leche y x a los gramos de vainilla.

Como cada 100 cm^3 de leche debemos poner 5 g de vainilla, cada 20 cm^3 de leche deberíamos poner 1 g de vainilla:

$$y = 20x$$

Su representación gráfica es la siguiente:



34 **Una milla equivale, aproximadamente, a 1,6 km.**

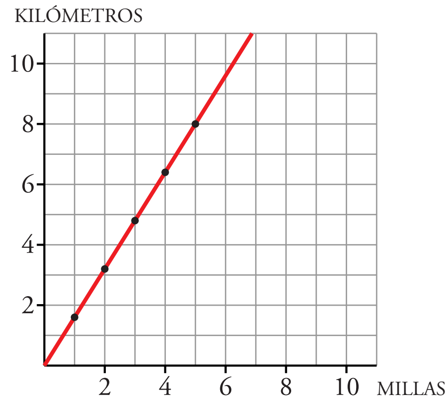
a) Haz una tabla para convertir millas en kilómetros.

b) Dibuja la gráfica y escribe su ecuación.

a)

MILLAS	1	2	3	4	5
KILÓMETROS	1,6	3,2	4,8	6,4	8

b) Si x es el número de millas e y el número de kilómetros, nos queda la relación: $y = 1{,}6x$; cuya representación es:



35 **La temperatura de ebullición, T, de un líquido depende de la presión, P, a la que esté sometido. Cuanto menor es P, menor es T.**

La tabla nos muestra esta dependencia.

Supongamos que la presión que soporta el líquido a nivel del mar es 1 atmósfera.

a) ¿Es de proporcionalidad esta relación? Razónalo.

b) Representa gráficamente estos valores.

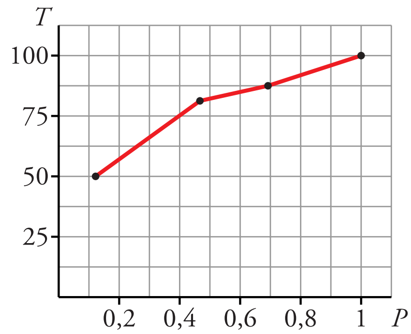
P(atm)	T(°C)
1	100
0,692	90
0,467	80
0,122	50

a) Para ver si es de proporcionalidad, comprobaremos si el cociente de las variaciones entre presión y temperatura es siempre el mismo.

$$\frac{100-90}{1-0,692} \approx 32,468 \qquad \frac{90-80}{0,692-0,467} = 44,44$$

Esto nos muestra que los tres puntos que hemos observado (1, 100), (0,692; 90) y (0,467; 80) no están alineados. Por lo tanto, la relación no es de proporcionalidad.

b)



36 **En una heladería, A, venden el helado a 5 € el litro y cobran 1 € por un envase, sea del tamaño que sea. En otra heladería, B, cobran 0,5 € por un envase y 6 € por cada litro de helado.**

a) Representa la función *litros de helado – coste* para cada heladería y escribe sus ecuaciones.

b) Analiza cuál de las dos ofertas es más ventajosa según la cantidad de helado que compremos.

a) Las relaciones entre la cantidad de helado que se compra (x) y el precio (y) son, según las heladerías, las siguientes:

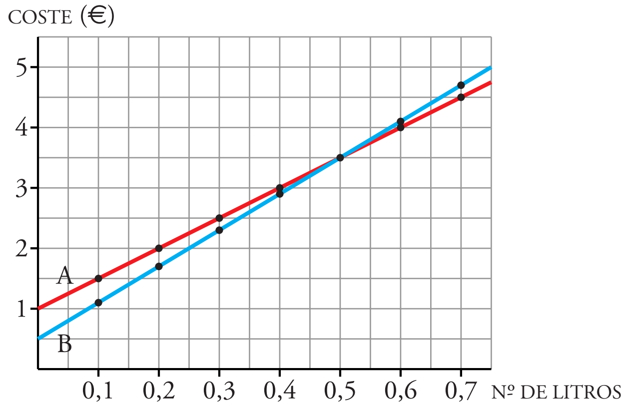
A $\rightarrow$ $y = 1 + 5x$

B $\rightarrow$ $y = 0,5 + 6x$

Hacemos dos tablas de valores con los precios en cada heladería:

LITROS EN A	COSTE
0,1	1,5
0,2	2
0,3	2,5
0,4	3
0,5	3,5
0,6	4
0,7	4,5

LITROS EN B	COSTE
0,1	1,1
0,2	1,7
0,3	2,3
0,4	2,9
0,5	3,5
0,6	4,1
0,7	4,7



b) Si se compra menos de medio litro de helado, es más ventajosa la oferta de la heladería B.

Si se compra exactamente medio litro de helado, no importa dónde se compre, porque cuesta lo mismo.

Si se compra más de medio litro de helado, es más ventajosa la oferta de la heladería A.

37 **Esta tabla muestra lo que cuesta imprimir una hoja publicitaria en una imprenta:**

Nº DE EJEMPLARES	50	100	200	500
COSTE (€)	2,25	3	4,5	9

a) ¿Cuánto costaría imprimir un solo ejemplar? ¿Y 1 000 ejemplares?

b) Halla la expresión analítica de la función *número de ejemplares-coste*.

c) Represéntala gráficamente como si fuera continua (realmente es una función discontinua formada por puntos aislados).

a) Número de ejemplares $\rightarrow$ $200 - 100 = 100$

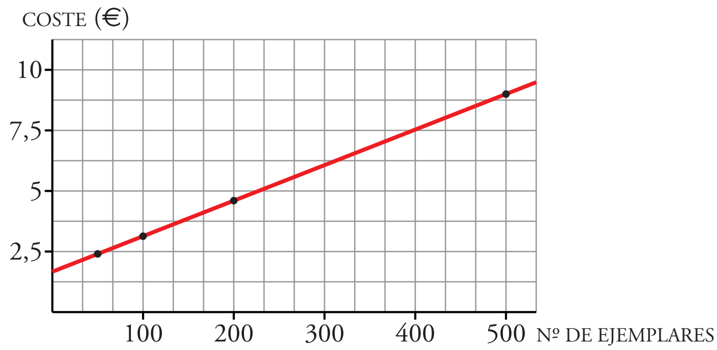
Coste $\rightarrow$ $4,5 - 3 = 1,5$

Los mismos datos obtenemos calculando otras diferencias. Por lo tanto, imprimir un ejemplar cuesta 0,015 €. Además, hay un coste fijo de 1,5 €. Concluimos que un ejemplar cuesta 1,515 €.

Mil ejemplares cuestan $15 + 1,5 = 16,5$ €

b) Si llamamos x al número de ejemplares e y al coste: $y = 0,015x + 1,5$

c)



38 **En el contrato de trabajo, a un vendedor de libros se le ofrecen dos alternativas:**

A: Sueldo fijo mensual de 1 000 €.

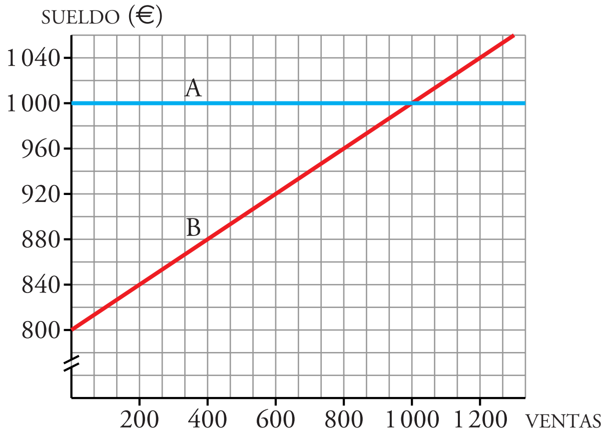
B: Sueldo fijo mensual de 800 € más el 20% de las ventas que haga.

a) Haz una gráfica que muestre lo que ganaría en un mes según la modalidad del contrato. Toma como variable independiente las ventas que haga y como variable dependiente el sueldo.

b) Escribe la expresión analítica de cada función.

c) ¿A cuánto tienen que ascender sus ventas para ganar lo mismo con las dos modalidades del contrato? ¿Cuáles son esas ganancias?

a)



b) A $\rightarrow$ $y = 1\,000$ B $\rightarrow$ $y = 800 + 0{,}2x$

c) $\left.\begin{array}{l} y = 1\,000 \\ y = 800 + 0{,}2x \end{array}\right\}$ $800 + 0{,}2x = 1\,000 \rightarrow 0{,}2x = 200 \rightarrow \begin{array}{l} x = 1\,000 \\ y = 1\,000 \end{array}$

Para ganar lo mismo con las dos modalidades, las ventas han de ser de 1 000 €. En este caso, las ganancias serían de 1 000 €.

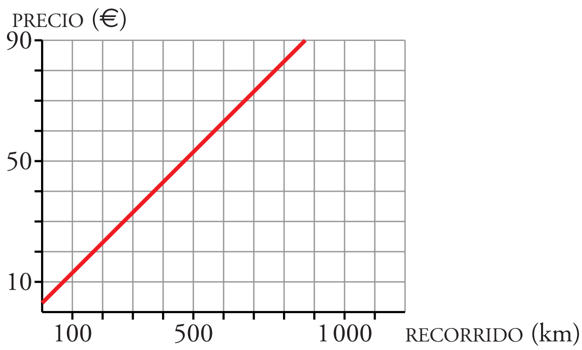
39 **El precio de un viaje en tren depende de los kilómetros recorridos. Por un trayecto de 140 km pagamos 17 €, y si recorre 360 km, cuesta 39 €. Escribe la ecuación de la recta que relaciona los kilómetros recorridos, *x*, con el precio del billete, *y*. Represéntala gráficamente.**

Pasa por los puntos (140, 17) y (360, 39).

Pendiente: $m = \dfrac{39 - 17}{360 - 140} = \dfrac{22}{220} = 0{,}1$

Ecuación: $y = 17 + 0{,}1\,(x - 140) \rightarrow$

$\rightarrow y = 0{,}1x + 3$



40 **La temperatura de fusión del hielo en la escala centígrada es 0 °C, y en la Fahrenheit es 32 °F. La ebullición del agua es 100 °C, que equivale a 212 °F.**

a) Encuentra la función lineal que nos da la relación entre las dos escalas y represéntala.

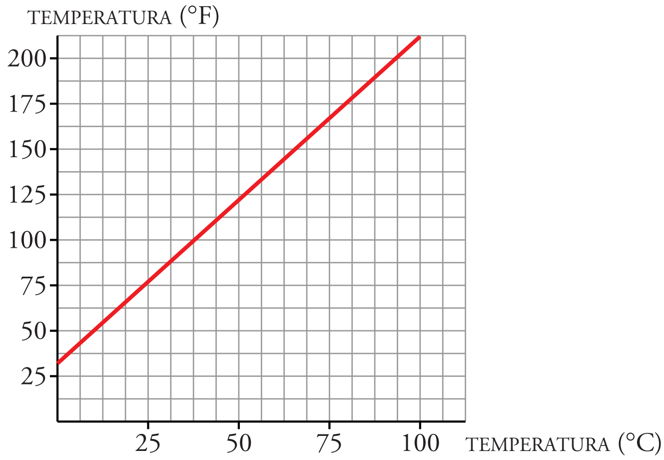
b) Expresa en grados Fahrenheit las siguientes temperaturas: 25 °C; 36,5 °C; 10 °C.

c) Pasa a grados centígrados 86 °F y 63,5 °F.

a) Es una recta que pasa por los puntos (0, 32) y (100, 212).

La pendiente de la recta es: $m = \frac{212 - 32}{100 - 0} = 1,8$

La recta es, pues: $y = 32 + 1,8x$, donde x es la escala centígrada e y es la escala Farenheit. Su representación es la siguiente:



b) 25 °C $\rightarrow$ $y = 32 + 1,8 \cdot 25 = 77$ °F

36,5 °C $\rightarrow$ $y = 32 + 1,8 \cdot 36,5 = 97,7$ °F

10 °C $\rightarrow$ $y = 32 + 1,8 \cdot 10 = 50$ °F

c) 86 °F $\rightarrow$ $86 = 32 + 1,8x$ $\rightarrow$ $x = 30$ °C

63,5 °F $\rightarrow$ $63,5 = 32 + 1,8x$ $\rightarrow$ $x = 17,5$ °C

Página 247

41 **En un recibo por consumo de energía eléctrica de un mes aparece esta información:**

CONSUMO	1 400 kwh
PRECIO DEL kwh	0,2 €

a) ¿Cuánto cobrarán por la energía consumida?

b) Haz una gráfica que relacione *consumo-coste*.

Para ello, utiliza estas escalas:

Eje horizontal → 1 cuadradito = 100 kwh

Eje vertical → 1 cuadradito = 20 €

Escribe su ecuación.

c) Si, además, la empresa suministradora cobra al mes 20 € por el alquiler del equipo, ¿cómo queda la ecuación *consumo-coste*? Represéntala junto a la anterior y escribe su ecuación.

d) ¿Qué transformación sufre el precio si añadimos el 16% de IVA? ¿Cómo se transforma el alquiler del equipo? Representa, junto a las otras, la gráfica de la función resultante y escribe su ecuación.

a) $1\,400 \cdot 0,2 = 280$ €

b) Ecuación: $y = 0,2x$ (ver gráfica)

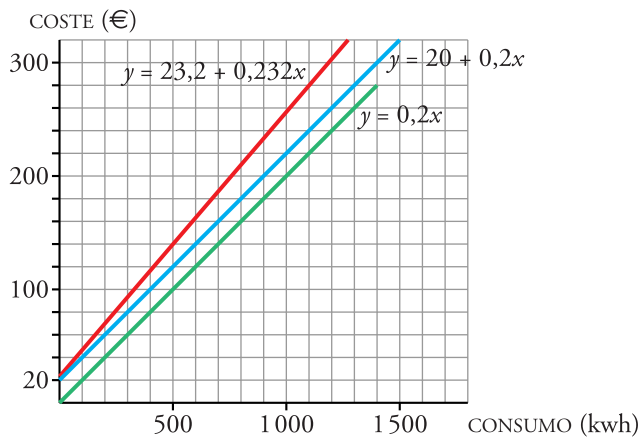
c) Ecuación: $y = 20 + 0,2x$ (ver gráfica)

d) — Al aumentar un 16% a cada kwh, en lugar de costar 0,2 €, costará:

$0,2 \cdot 1,16 = 0,232$ €

— El alquiler del equipo costará $20 \cdot 1,16 = 23,2$ €.

— La ecuación será: $y = 23,2 + 0,232x$ (ver gráfica)



REFLEXIONA SOBRE LA TEORÍA

42 Pon un ejemplo de una función de proporcionalidad, halla tres puntos de ella y comprueba que el cociente entre la ordenada y la abscisa es constante. ¿Cómo se llama esa constante?

- Una función de proporcionalidad es de la forma $y = mx$. Por ejemplo, $y = 3x$.

- Tres puntos de ella son (1, 3), (2, 6), (–1, –3).
- Cociente entre la ordenada y la abscisa:

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{3}{1} = 3\\[2mm] \dfrac{6}{2} = 3\\[2mm] \dfrac{-3}{-1} = 3\end{array}\right\}\ \begin{array}{l}\text{El resultado es el mismo en los tres casos.}\\ \text{Es la pendiente de la recta.}\end{array}$$

[Este cociente no tiene sentido tomando el punto (0, 0)].

43 En la función $y = mx + n$, ¿cómo debe ser m para que la función sea decreciente?

El valor de m debe ser menor que cero.

44 Sea la recta $y = \frac{3}{2}x - 5$.

a) Escribe la ecuación de dos rectas paralelas a ella.

b) Escribe la ecuación de una recta con la misma ordenada en el origen y que no sea paralela a ella.

a) Deben tener la misma pendiente. Por ejemplo:

$$y = \frac{3}{2}x \ ; \ y = \frac{3}{2}x + 1$$

b) Han de tener distinta pendiente e igual ordenada en el origen. Por ejemplo:

$$y = x - 5$$

45 ¿Cuál es la pendiente de la recta $y = 3$?

La pendiente es 0.

46 Halla la ecuación de la bisectriz del primer cuadrante.

$y = x$

47 ¿Cuál es la recta que tiene por ecuación $y = 0$? ¿Y la de ecuación $x = 0$?

El eje X (eje de abscisas) tiene por ecuación $y = 0$.

El eje Y (eje de ordenadas) tiene por ecuación $x = 0$.

48 Escribe la ecuación de una recta paralela al eje vertical y que pase por el punto (2, 3).

Una recta paralela al eje vertical (eje Y) es de la forma $x = k$.

Si pasa por el punto (2, 3), su ecuación será $x = 2$.

49 **Sean las rectas:**

a) $y = 3x - 2$ b) $3x - y + 5 = 0$

c) $y = -3x + 2$ d) $y = \dfrac{3x - 2}{2}$

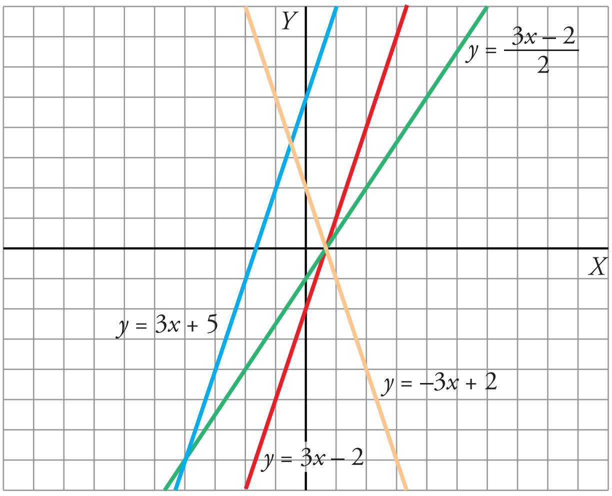
Compara sus pendientes y di, sin dibujarlas, cuáles son paralelas.

Represéntalas gráficamente y comprueba tus respuestas.

a) $m = 3$ b) $m = 3$ c) $m = -3$ d) $m = \dfrac{3}{2}$

Las únicas que tienen pendientes iguales (serán rectas paralelas) son: a) $y = 3x - 2$ y b) $3x - y + 5 = 0$

Gráficas:



50 **¿Verdadero o falso?**

a) La recta $x = 4$ es paralela al eje de abscisas.

b) La recta $x - 3 = 0$ es paralela al eje de ordenadas.

c) La recta $y = -2$ es paralela al eje de abscisas.

d) Las rectas $y = 2x - 1$ e $y = x - 1$ son paralelas.

a) Falso. La recta $x = 4$ es paralela al eje de ordenadas.

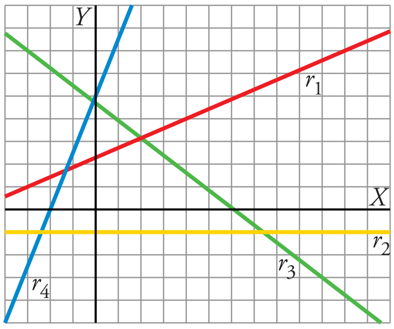
b) Verdadero. La recta $x - 3 = 0$ es $x = 3$.

c) Verdadero.

d) Falso. Tienen pendientes 2 y 1, respectivamente.

PROFUNDIZA

51



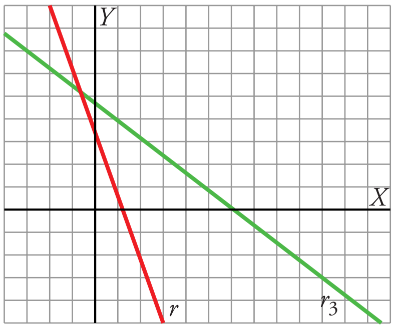
a) Sin hacer operaciones, ordena las rectas r_1, r_2, r_3 y r_4 de menor a mayor pendiente.

b) Dibuja una recta cuya pendiente sea menor que la de r_3.

a) r_3 , r_2 , r_1 , r_4

b) Por ejemplo;

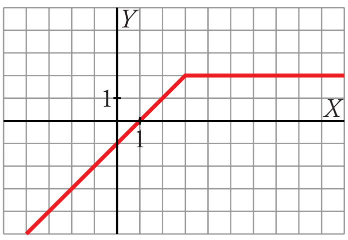
la recta r:



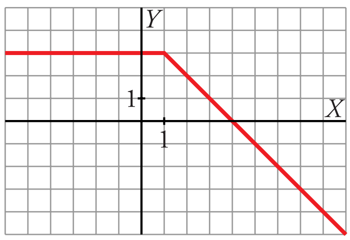
52 **Representa gráficamente estas funciones:**

a) $y = \begin{cases} x-1 & \text{si } x \le 3 \\ 2 & \text{si } x > 3 \end{cases}$ **b)** $y = \begin{cases} 3 & \text{si } x < 1 \\ 4-x & \text{si } x \ge 1 \end{cases}$

a)



b)



53 **Las rectas: r: $2x + 3y - 6 = 0$;**

s: $x - y - 7 = 0$; t: $y - 4 = 0$

determinan un triángulo. ¿Cuáles son sus vértices?

Los puntos de corte de las rectas corresponden a los vértices.

$$\left.\begin{array}{l} r\text{: } 2x + 3y - 6 = 0 \\ s\text{: } x - y - 7 = 0 \end{array}\right\} \begin{array}{l} x = y + 7 \\ 2(y + 7) + 3y - 6 = 0 \;\rightarrow\; 2y + 14 + 3y - 6 = 0 \end{array}$$

$$5y = -8 \;\rightarrow\; y = \frac{-8}{5} \;\rightarrow\; x = y + 7 = \frac{-8}{5} + 7 = \frac{27}{5}$$

Uno de los vértices es $A\left(\dfrac{27}{5}, \dfrac{-8}{5}\right)$.

$$\left.\begin{array}{l} r\text{: } 2x + 3y - 6 = 0 \\ t\text{: } y - 4 = 0 \end{array}\right\} \begin{array}{l} y = 4 \\ 2x + 12 - 6 = 0 \;\rightarrow\; 2x = -6 \;\rightarrow\; x = -3 \end{array}$$

Otro de los vértices es $B(-3, 4)$.

$$\left.\begin{array}{l} s\text{: } x - y - 7 = 0 \\ t\text{: } y - 4 = 0 \end{array}\right\} \begin{array}{l} y = 4 \\ x - 4 - 7 = 0 \;\rightarrow\; x = 11 \end{array}$$

El otro vértice es $C(11, 4)$.