

Página 268

PRACTICA

- 1 Di, en cada caso, cuál es la población y cuál la variable que se quiere estudiar. Especifica si es una variable cualitativa o cuantitativa, determinando, en este último caso, si es discreta o continua:
- Tiempo dedicado a las tareas domésticas por los hombres y las mujeres que trabajan fuera del hogar.
 - Estudios que quieren hacer las alumnas y los alumnos de un centro escolar al terminar la Educación Secundaria Obligatoria.
 - Intención de voto en unas elecciones autonómicas.
 - Horas que dedican a ver televisión los estudiantes de la Enseñanza Secundaria Obligatoria en España.
 - Número de aparatos de radio que hay en los hogares españoles.

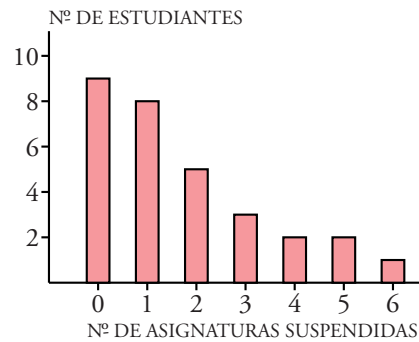
| | POBLACIÓN | VARIABLE | TIPO DE VARIABLE |
|----|--|---|-----------------------|
| a) | Hombres y mujeres | Horas dedicadas a las tareas domésticas | Cuantitativa continua |
| b) | Alumnos y alumnas de un centro escolar | Tipos de estudios | Cualitativa |
| c) | Posibles votantes | Tipo de voto | Cualitativa |
| d) | Estudiantes de la ESO en España | Horas dedicadas a ver la televisión | Cuantitativa continua |
| e) | Familias españolas | Número de aparatos de radio | Cuantitativa discreta |

- 2 Al contar el número de asignaturas suspendidas por cada alumno y alumna en la primera evaluación de un grupo de 3º de la ESO, hemos obtenido estos datos:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 2 | 3 | 2 | 6 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 4 | 5 | 0 | 0 | 0 | 3 | 2 | 1 | 3 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 2 | 0 | 0 | 5 | 4 | 2 |

Haz una tabla de frecuencias absolutas y el diagrama de barras correspondiente.

| Nº ASIGNATURAS SUSPENDIDAS | NÚMERO DE ESTUDIANTES |
|----------------------------|-----------------------|
| 0 | 9 |
| 1 | 8 |
| 2 | 5 |
| 3 | 3 |
| 4 | 2 |
| 5 | 2 |
| 6 | 1 |



3 Con los datos del problema anterior, calcula los siguientes porcentajes:

- Estudiantes que no suspendieron ninguna asignatura.
- Estudiantes que suspendieron una o dos asignaturas.
- Estudiantes que suspendieron tres o más asignaturas.

Haz un diagrama de sectores que refleje los porcentajes de esos tres grupos.

- Estudiantes que han aprobado todo: 9.
- Estudiantes con 1 ó 2 suspensos: $8 + 5 = 13$.
- Estudiantes que suspenden 3 o más: $3 + 2 + 2 + 1 = 8$.

Calculamos los porcentajes correspondientes a 9, 13 y 8:

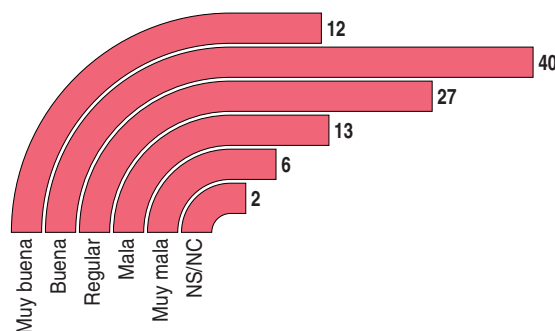
$$\frac{9 \cdot 100}{30} = 30\% \rightarrow 108^\circ \text{ del sector}$$

$$\frac{13 \cdot 100}{30} = 43,33\% \rightarrow 156^\circ \text{ del sector}$$

$$\frac{8 \cdot 100}{30} = 26,67\% \rightarrow 96^\circ \text{ del sector}$$

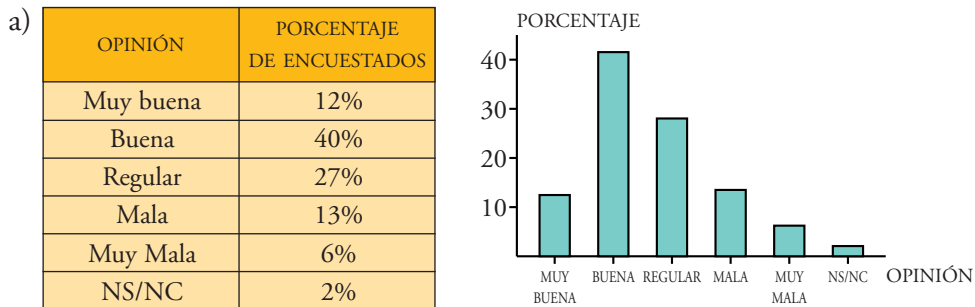


4 Estos son los resultados de una encuesta realizada en una comunidad autónoma sobre la actuación de su presidente.



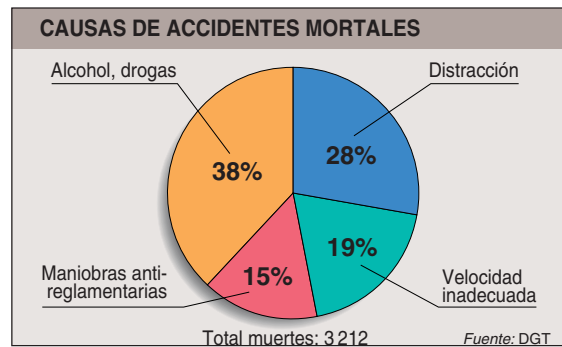
a) Con los datos del gráfico, haz una tabla de frecuencias y un diagrama de barras verticales.

b) ¿Crees que dan la misma impresión?



b) Se aprecian más claramente los resultados en el diagrama de barras verticales.

5 Un diario publicó esta información:



a) ¿Cuántas personas murieron en accidentes cuya causa fue el alcohol o las drogas?

b) El 75% de las distracciones son fruto de la euforia o de la lentitud de reflejos que producen el alcohol y otras drogas. Según esto, ¿qué porcentaje de accidentes está relacionado con el alcohol y las drogas?

a) Se corresponden con el 38% de las 3 212 personas:

$$3\,212 \cdot 0,38 \approx 1\,220 \text{ personas murieron por causas del alcohol o las drogas.}$$

b) Como el total de las distracciones son el 28%, calculamos el 75% de ese 28%.

$$0,28 \cdot 0,75 = 0,21$$

Entonces, el 21% del total son muertes producidas por distracción debido a la falta de reflejos motivada por el alcohol o las drogas.

El porcentaje de accidentes relacionados con las drogas y el alcohol es:

$$38 + 21 = 59\%$$

6 Las opiniones que dieron un grupo de pacientes sobre dos de sus médicos fueron:

| | MÉDICO A (%) | MÉDICO B (%) |
|---------|--------------|--------------|
| BUENO | 37,5 | 42 |
| REGULAR | 45 | 25 |
| MALO | 17,5 | 33 |

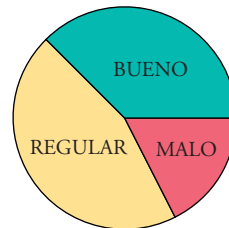
Haz un gráfico de sectores para cada médico y compáralos.

Transformamos los porcentajes en grados:

$$A \quad 37,5\% \rightarrow \frac{37,5 \cdot 360}{100} = 135^\circ$$

$$45\% \rightarrow \frac{45 \cdot 360}{100} = 162^\circ$$

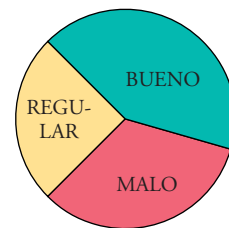
$$17,5\% \rightarrow \frac{17,5 \cdot 360}{100} = 63^\circ$$



$$B \quad 42\% \rightarrow \frac{42 \cdot 360}{100} = 151,2^\circ$$

$$25\% \rightarrow \frac{25 \cdot 360}{100} = 90^\circ$$

$$33\% \rightarrow \frac{33 \cdot 360}{100} = 118,8^\circ$$

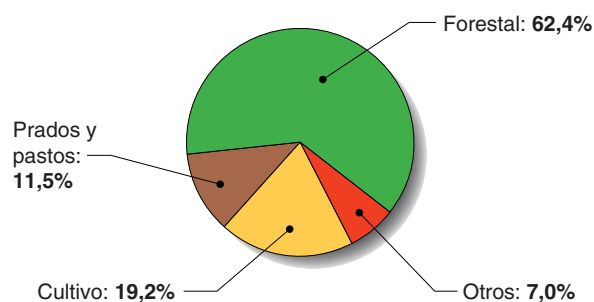


Podemos deducir que el médico A es mejor valorado que el B.

Página 269

7 Este gráfico muestra la distribución de la tierra en Galicia:

SUPERFICIE AGRARIA ÚTIL: 2 947 000 ha

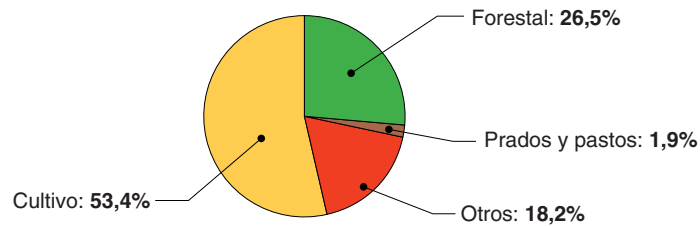


- ¿Cuántas hectáreas ocupan los bosques?
- De la superficie cultivada, el 23,5% se dedica al maíz. ¿Cuántas hectáreas ocupa el maíz?
- Representa la distribución de la tierra en la Comunidad de Murcia y compárala con la de Galicia.

| SUPERFICIE AGRARIA ÚTIL | CULTIVOS | FORESTAL | PRADOS Y PASTOS | OTROS |
|-------------------------|----------|----------|-----------------|-------|
| 1 131 000 ha | 53,4% | 26,5% | 1,9% | 18,2% |

- a) Los bosques ocupan un 62,4% del total: $2\,947\,000 \cdot 0,624 = 1\,838\,928$ ha
- b) Calculamos el porcentaje de superficie dedicada al maíz: $0,192 \cdot 0,235 = 0,045$
Entonces, el 4,5% de la superficie total se dedica al maíz:
 $2\,947\,000 \cdot 0,045 = 132\,615$ ha

c)



$$\text{Cultivo: } 53,4\% \rightarrow \frac{53,4 \cdot 360}{100} = 192,2^\circ$$

$$\text{Forestal: } 26,5\% \rightarrow \frac{26,5 \cdot 360}{100} = 95,4^\circ$$

$$\text{Prados y pastos: } 1,9\% \rightarrow \frac{1,9 \cdot 360}{100} = 6,8^\circ$$

$$\text{Otros: } 18,2\% \rightarrow \frac{18,2 \cdot 360}{100} = 65,6^\circ$$

En Murcia se dedica más terreno al cultivo y menos al terreno forestal, mientras que en Galicia es al revés.

En Murcia es mucho menor el porcentaje de terreno dedicado a prados y pastos que en Galicia (debido a que en Galicia hay más ganadería vacuna).

En Murcia es mayor el porcentaje de terreno sin un tratamiento concreto que en Galicia.

- 8** Se ha hecho una encuesta para saber con qué regularidad se lee el periódico en una ciudad, y los resultados fueron estos:

| RESPUESTAS | % |
|--------------------|------|
| Todos los días | 37,3 |
| Una vez por semana | 29 |
| Una vez al mes | 10,5 |
| Alguna vez al año | 12 |
| Nunca | ... |
| No contesta | 0,4 |

- a) ¿Qué tanto por ciento de personas respondieron “nunca”?
- b) Si las personas que no contestaron fueron 6, ¿cuántas personas fueron encuestadas?
- c) Las personas encuestadas, ¿son muestra o población?

- a) La suma de todos los porcentajes ha de ser 100%. Exceptuando los que han contestado “nunca”, los porcentajes suman:

$$37,3 + 29 + 10,5 + 12 + 0,4 = 89,2\%$$

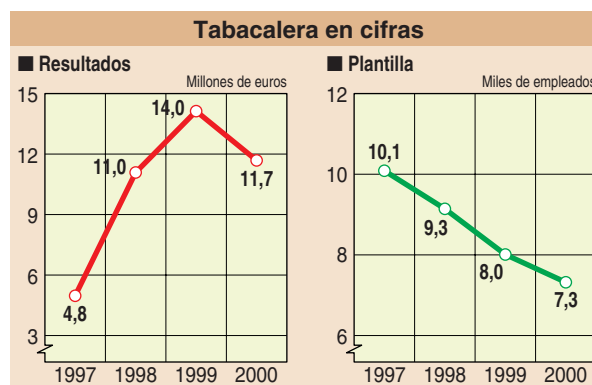
Luego el porcentaje de los que contestaron “nunca” es: $100 - 89,2 = 10,8\%$

- b) Las 6 personas que no contestaron representan el 0,4%. Entonces, como el total de personas representan el 100%:

$$\frac{100\% \cdot 6}{0,4\%} = 1\,500 \text{ personas fueron encuestadas.}$$

- c) Si la ciudad tiene más de 1 500 habitantes, se tomó una muestra, ya que solo 1 500 personas son las encuestadas.

9 Estos gráficos muestran el balance de una empresa:



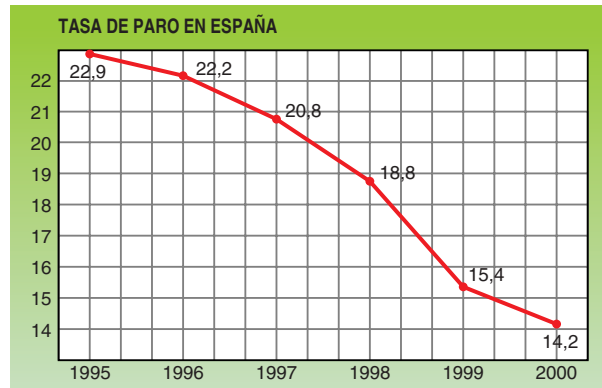
- a) ¿Cómo se llama este tipo de gráficos?
 b) ¿Por qué hay en ambos un corte en el eje vertical?
 c) Haz una tabla que indique los resultados y la plantilla de cada año.

- a) Ambos gráficos son polígonos de frecuencias.
 b) El corte del eje vertical es debido a que los primeros valores del eje no se utilizan, por lo que no es necesario ponerlos, pero a la vez hay que conservar la escala con el resto del eje vertical. Este corte indica que este intervalo es más largo de lo que está dibujado. De esta forma se pierde menos espacio.

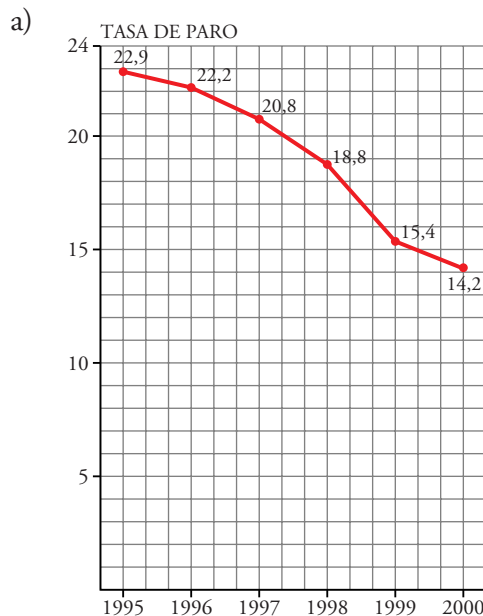
c)

| AÑO | RESULTADOS (millones de €) | Nº EMPLEADOS (miles) |
|------|----------------------------|----------------------|
| 1997 | 4,8 | 10,1 |
| 1998 | 11,0 | 9,3 |
| 1999 | 14,0 | 8,0 |
| 2000 | 11,7 | 7,3 |

- 10 a) Representa esta misma gráfica tomando la escala del eje de ordenadas desde 0 hasta 24.



- b) ¿Da la misma sensación de decrecimiento?
c) ¿Cuál crees que elegiría el gobierno y cuál la oposición para representar la tasa de paro?



- b) Con la nueva escala parece que decrece menos.
c) El gobierno elegiría la escala del enunciado, y la oposición elegiría la del apartado a).

- 11 Los pesos de los jugadores de un equipo de fútbol son los siguientes:

76 - 78 - 75 - 72 - 81 - 75 - 65 - 82 - 71 - 68 - 71

- a) Calcula el peso medio del equipo.
b) ¿Cuál es la mediana?
c) Halla la desviación media.

$$\begin{aligned} \text{a) Peso medio} = \bar{x} &= \frac{76 + 78 + 75 + 72 + 81 + 75 + 65 + 82 + 71 + 68 + 71}{11} = \\ &= 74 \text{ kg} \end{aligned}$$

b) Ordenamos los datos de menor a mayor:

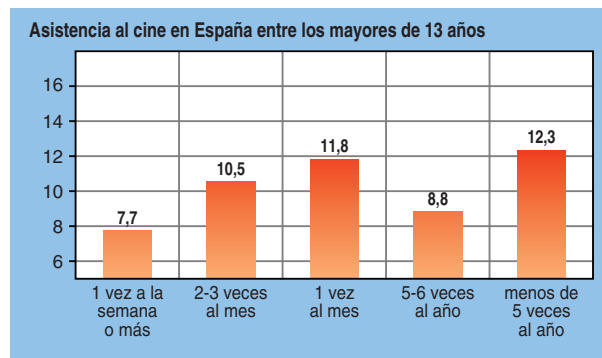
65 68 71 71 72 (75) 75 76 78 81 82
 ↑

$Me ; Me = 75 \text{ kg}$

$$\begin{aligned} \text{c) D.M.} &= \frac{|76 - 75| + |78 - 75| + |75 - 75| + |72 - 75| + |81 - 75| + |75 - 75| +}{11} \\ &+ \frac{|65 - 75| + |82 - 75| + |71 - 75| + |68 - 75| + |71 - 75|}{11} = \\ &= \frac{45}{11} \approx 4,09 \end{aligned}$$

Página 270

12

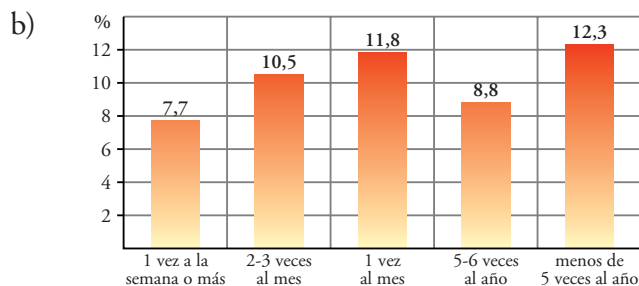


a) Observa que la primera barra es menor que la mitad de la última. ¿Significa esto que los que van al cine menos de 5 veces al año son más del doble que los que van una vez a la semana o más?

b) Repite la gráfica tomando la escala vertical desde 0.

c) ¿Qué porcentaje de españoles no va al cine nunca o casi nunca?

a) No. Observa que, en el eje vertical, hemos empezado en el 6%.



c) El 12,3%, aproximadamente.

- 13** El entrenador de un equipo de baloncesto duda entre seleccionar a Elena o a María. Los puntos conseguidos por cada una, en una semana de entrenamiento, fueron estos:

| | | | | | | | |
|-------|----|----|----|----|----|----|----|
| ELENA | 18 | 23 | 22 | 24 | 19 | 25 | 16 |
| MARÍA | 18 | 26 | 18 | 28 | 22 | 17 | 18 |

- a) ¿Cuál de las dos tiene mejor media?
b) Calcula la desviación típica. ¿Cuál de las dos es más regular?

$$a) \bar{x}_{\text{ELENA}} = \frac{\sum x_i}{n} = 21$$

$$\bar{x}_{\text{MARÍA}} = \frac{\sum y_i}{n} = 21$$

Ambas tienen la misma media.

$$b) \sigma_{\text{ELENA}} = \sqrt{\frac{3155}{7} - 21^2} = 3,11$$

$$\sigma_{\text{MARÍA}} = \sqrt{\frac{3205}{7} - 21^2} = 4,105$$

Es más regular Elena, porque la dispersión de los datos (σ) es menor.

- 14** En la familia Gómez, el salario mensual del padre es 900 €, y el salario de la madre, 1 500 €. En la familia Pérez, el padre gana 1 860 €, y la madre, 540 €.



- a) ¿Cuál es el sueldo medio de cada familia?
b) ¿En cuál de ellas es mayor la dispersión? ¿Cuál es el rango en cada familia?

$$a) \bar{x}_{\text{GÓMEZ}} = \frac{900 + 1500}{2} = 1200 \text{ €}$$

$$\bar{x}_{\text{PÉREZ}} = \frac{1860 + 540}{2} = 1200 \text{ €}$$

El sueldo medio es el mismo en las dos familias.

$$b) R_{\text{GÓMEZ}} = 1500 - 900 = 600 \text{ €}$$

$$R_{\text{PÉREZ}} = 1860 - 540 = 1320 \text{ €}$$

Hay más dispersión en el salario de la familia Pérez.

PIENSA Y RESUELVE

15 Este era el reparto, por municipios, de la población española en el siglo pasado:

| MUNICIPIOS | 1900 | 1930 | 1960 | 1990 |
|---------------------|------|------|------|------|
| Hasta 5 000 hab. | 51% | 40% | 29% | 16% |
| De 5 001 a 20 000 | 28% | 29% | 25% | 20% |
| De 20 001 a 100 000 | 12% | 16% | 18% | 22% |
| Más de 100 000 | 9% | 15% | 28% | 42% |

Estos son, en millones, los habitantes en esos años:

| 1900 | 1930 | 1960 | 1990 |
|------|------|------|------|
| 18,6 | 23,6 | 30,4 | 38,8 |

- a) ¿Cuánto suma cada columna de la primera tabla? ¿Era de esperar ese resultado?
- b) ¿Se puede decir que en 1900 más de la mitad de los españoles vivía en municipios de menos de 5 001 habitantes?
- c) Calcula el número de personas que vivía en los municipios más pequeños desde 1900 hasta 1990. ¿Cómo evolucionó la población en ellos?
- d) Calcula los que vivían en los municipios más grandes desde 1900 y estudia su evolución.
- e) ¿Es cierto que la población española se ha duplicado en el siglo XX?
- f) Haz un diagrama de sectores para cada año.

a) 100%, como era de esperar.

b) Sí (el 51%).

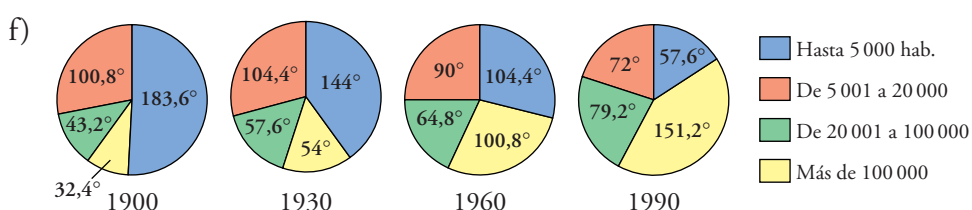
c) 1900 → $18,6 \cdot 0,51 = 9,486$ millones
 1930 → $23,6 \cdot 0,40 = 9,44$ millones
 1960 → $30,4 \cdot 0,29 = 8,816$ millones
 1990 → $38,8 \cdot 0,16 = 6,208$ millones

} Fue disminuyendo la población en los municipios más pequeños.

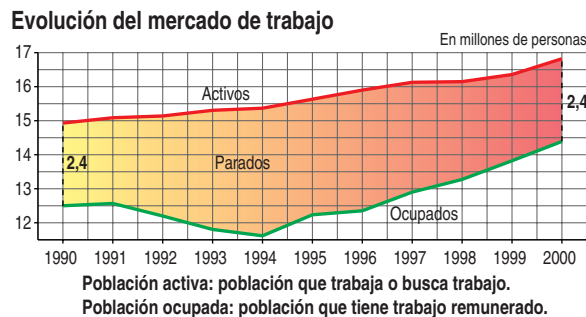
d) 1900 → $18,6 \cdot 0,09 = 1,674$ millones
 1930 → $23,6 \cdot 0,15 = 3,54$ millones
 1960 → $30,4 \cdot 0,28 = 8,512$ millones
 1990 → $38,8 \cdot 0,42 = 16,296$ millones

} Ha aumentado mucho la población en los municipios grandes.

e) Sí. En 1900 había 18,6 millones de habitantes. En 1990 ya había más del doble: 38,8 millones (el doble de 18,6 es $18,6 \cdot 2 = 37,29$).



- 16** En este gráfico se observa la evolución de la población activa y de la población ocupada desde 1990 a 2000.



- a) ¿Cuál era el número de parados en 1991, 1995 y 2000?
- b) ¿Cuándo fue menor el número de parados?
- c) ¿Cuándo se llegó a 3 millones de parados?
- a) 1991 → 2,5 millones de personas, aproximadamente.
1995 → 3,5 millones de personas, aproximadamente.
2000 → 2,4 millones de personas, aproximadamente.
- b) En el año 1990 y en el 2000.
- c) Entre los años 1992 y 1993.

Página 271

- 17** ESTÁ RESUELTO EN EL LIBRO

- 18** Calcula la media y la desviación típica de las edades de los estudiantes de una clase de inglés.

| | | | | |
|----------------------|----|----|----|----|
| EDAD, x_i | 13 | 14 | 15 | 16 |
| Nº DE ALUMNOS, f_i | 5 | 13 | 10 | 2 |

| x_i | f_i | $f_i x_i$ | $f_i x_i^2$ |
|-------|-------|-----------|-------------|
| 13 | 5 | 65 | 845 |
| 14 | 13 | 182 | 2 548 |
| 15 | 10 | 150 | 2 250 |
| 16 | 2 | 32 | 512 |
| | 30 | 429 | 6 155 |

$$\bar{x} = \frac{429}{30} = 14,3$$

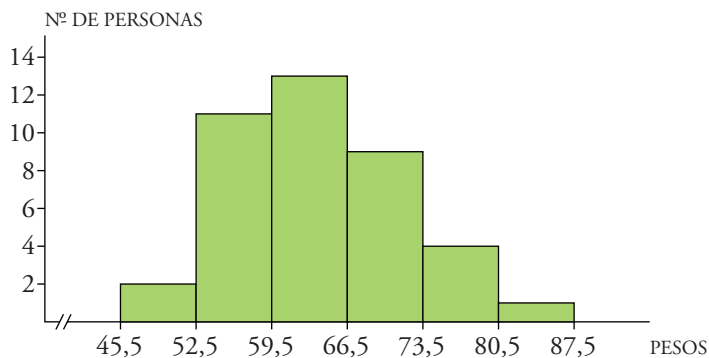
$$\sigma = \sqrt{\frac{6155}{30} - 14,3^2} = 0,82$$

19 Los pesos de 40 personas son los siguientes:

- a) Representa estos datos con el gráfico adecuado.
b) Calcula la media y la desviación típica.

| PESO (kg) | NÚMERO DE PERSONAS |
|-------------|--------------------|
| 45,5 – 52,5 | 2 |
| 52,5 – 59,5 | 11 |
| 59,5 – 66,5 | 13 |
| 66,5 – 73,5 | 9 |
| 73,5 – 80,5 | 4 |
| 80,5 – 87,5 | 1 |

- a) El gráfico adecuado es un histograma de frecuencias:



b)

| PESO (kg) | MARCAS DE CLASE: x_i | NÚMERO DE PERSONAS: f_i | $x_i f_i$ | $x_i^2 f_i$ |
|-------------|------------------------|---------------------------|-----------|-------------|
| 45,5 – 52,5 | 49 | 2 | 98 | 4 802 |
| 52,5 – 59,5 | 56 | 11 | 616 | 34 496 |
| 59,5 – 66,5 | 63 | 13 | 819 | 51 597 |
| 66,5 – 73,5 | 70 | 9 | 630 | 44 100 |
| 73,5 – 80,5 | 77 | 4 | 308 | 23 716 |
| 80,5 – 87,5 | 84 | 1 | 84 | 7 056 |
| TOTALES | | 40 | 2 555 | 165 767 |

$$\bar{x} = \frac{2\,555}{40} = 63,87$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{165\,767}{40} - 63,87^2} = 8$$

20 En un control de velocidad en carretera se obtuvieron los siguientes datos:

- a) Haz una tabla con las marcas de clase y las frecuencias.
b) Calcula la media y la desviación típica.

| VELOCIDAD km/h | NÚMERO DE COCHES |
|----------------|------------------|
| 60 – 70 | 5 |
| 70 – 80 | 15 |
| 80 – 90 | 27 |
| 90 – 100 | 38 |
| 100 – 110 | 23 |
| 110 – 120 | 17 |

- c) ¿Qué porcentaje circula a más de 90 km/h?

a)

| MARCAS DE CLASE (M.C.) | f_i |
|------------------------|-------|
| 65 | 5 |
| 75 | 15 |
| 85 | 27 |
| 95 | 38 |
| 105 | 23 |
| 115 | 17 |

b)

| (M.C.) | f_i | $f_i x_i$ | $f_i x_i^2$ |
|---------|-------|-----------|-------------|
| 65 | 5 | 325 | 21 125 |
| 75 | 15 | 1 125 | 84 375 |
| 85 | 27 | 2 295 | 195 075 |
| 95 | 38 | 3 610 | 342 950 |
| 105 | 23 | 2 415 | 253 575 |
| 115 | 17 | 1 955 | 224 825 |
| TOTALES | 125 | 11 725 | 1 121 925 |

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{11\,725}{125} = 93,8$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{1\,121\,925}{125} - 93,8^2} = 13,30$$

c) De 125 coches controlados, $38 + 23 + 17$ circulan a más de 90 km/h.

Por tanto: $\frac{78 \cdot 100}{125} = 62,4$

Luego el 62,4% de los coches circulan a más de 90 km/h.

21 A la pregunta: ¿cuántas personas forman tu hogar familiar?, 40 personas respondieron esto:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 5 | 5 | 4 | 7 | 4 |
| 3 | 5 | 5 | 3 | 4 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 6 | 4 | 6 | 5 | 6 |
| 4 | 6 | 5 | 5 | 5 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 5 | 4 | 7 | 5 | 6 |
| 5 | 5 | 4 | 3 | 5 |

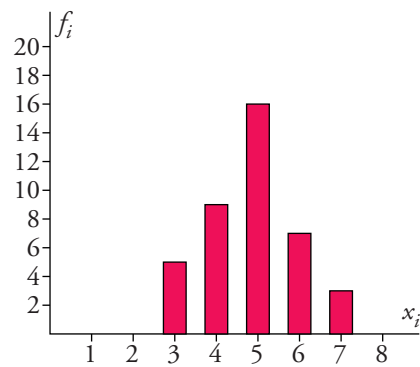
| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 3 | 5 | 6 | 7 | 4 |
| 5 | 4 | 3 | 5 | 6 |

a) Haz la tabla de frecuencias y el diagrama correspondiente.

b) Calcula la media, la mediana, la moda y la desviación típica.

a)

| $x_i = \text{NÚMERO DE PERSONAS}$ | f_i | $f_i x_i$ | $f_i x_i^2$ |
|-----------------------------------|-------|-----------|-------------|
| 3 | 5 | 15 | 45 |
| 4 | 9 | 36 | 144 |
| 5 | 16 | 80 | 400 |
| 6 | 7 | 42 | 252 |
| 7 | 3 | 21 | 147 |
| | 40 | 194 | 988 |



b) $\bar{x} = \frac{194}{40} = 4,85$

$$\sigma = \sqrt{\frac{988}{40} - 4,85^2} = 1,08$$

$Me = 5$ (3 ... 3, 4 ... 4, 5 ... 5, 6 ... 6, 7 ... 7;
en el lugar 20 y 21 hay un 5)

$Mo = 5$, porque es el dato que más veces se repite.

22 Calcula \bar{x} y σ de estas distribuciones:

a) Tiempo empleado para ir de casa al colegio

| MINUTOS | 0-5 | 5-10 | 10-15 | 15-20 | 20-25 | 25-30 |
|------------|-----|------|-------|-------|-------|-------|
| FRECUENCIA | 2 | 11 | 13 | 6 | 3 | 1 |

b) Horas de televisión semanales

| HORAS | 2-7 | 7-12 | 12-17 | 17-22 | 22-27 |
|------------|-----|------|-------|-------|-------|
| FRECUENCIA | 5 | 11 | 12 | 9 | 3 |

a)

| MINUTOS | MARCAS DE CLASE: x_i | f_i | $x_i f_i$ | $x_i^2 f_i$ |
|---------|------------------------|-------|-----------|-------------|
| 0 - 5 | 2,5 | 2 | 5 | 12,5 |
| 5 - 10 | 7,5 | 11 | 82,5 | 618,75 |
| 10 - 15 | 12,5 | 13 | 162,5 | 2031,25 |
| 15 - 20 | 17,5 | 6 | 105 | 1837,5 |
| 20 - 25 | 22,5 | 3 | 67,5 | 1518,75 |
| 25 - 30 | 27,5 | 1 | 27,5 | 756,25 |
| TOTALES | | 36 | 450 | 6775 |

$$\bar{x} = \frac{450}{36} = 12,5 ; \sigma = \sqrt{\frac{6775}{36} - 12,5^2} = 5,65$$

b)

| HORAS | MARCAS DE CLASE: x_i | f_i | $x_i f_i$ | $x_i^2 f_i$ |
|---------|------------------------|-------|-----------|-------------|
| 2 – 7 | 4,5 | 5 | 22,5 | 101,25 |
| 7 – 12 | 9,5 | 11 | 104,5 | 992,75 |
| 12 – 17 | 14,5 | 12 | 174 | 2 523 |
| 17 – 22 | 19,5 | 9 | 175,5 | 3 422,25 |
| 22 – 27 | 24,5 | 3 | 73,5 | 1 800,75 |
| TOTALES | | 40 | 550 | 8 840 |

$$\bar{x} = \frac{550}{40} = 13,75$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{8840}{40} - 13,75^2} = 5,65$$

23 Se ha contado el número de letras que tienen las 128 palabras de un artículo:

| LETRAS | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
|----------|---|----|----|---|----|---|---|---|---|----|----|----|----|
| PALABRAS | 4 | 36 | 14 | 9 | 15 | 7 | 6 | 9 | 7 | 8 | 6 | 4 | 3 |

a) Calcula la media y la desviación típica.

b) ¿Cuántas palabras tienen un número de letras comprendido entre $\bar{x} - \sigma$ y $\bar{x} + \sigma$? ¿Qué porcentaje representan?

a)

| x_i | f_i | $x_i f_i$ | $x_i^2 f_i$ |
|---------|-------|-----------|-------------|
| 1 | 4 | 4 | 4 |
| 2 | 36 | 72 | 144 |
| 3 | 14 | 42 | 126 |
| 4 | 9 | 36 | 144 |
| 5 | 15 | 75 | 375 |
| 6 | 7 | 42 | 252 |
| 7 | 6 | 42 | 294 |
| 8 | 9 | 72 | 576 |
| 9 | 7 | 63 | 567 |
| 10 | 8 | 80 | 800 |
| 11 | 6 | 66 | 726 |
| 12 | 4 | 48 | 576 |
| 13 | 3 | 39 | 507 |
| TOTALES | 128 | 681 | 5 091 |

$$\bar{x} = \frac{681}{128} = 5,32 ; \sigma = \sqrt{\frac{5091}{128} - 5,32^2} = 3,38$$

b) El intervalo que va desde $\bar{x} - \sigma$ a $\bar{x} + \sigma$ es:

$$\left. \begin{array}{l} 5,32 - 3,38 = 1,94 \\ 5,32 + 3,38 = 8,7 \end{array} \right\} \text{Tramo: } 1,94 - 8,7$$

Luego nos preguntan el número de palabras con más de una letra y menos de nueve letras: $36 + 14 + 9 + 15 + 7 + 6 + 9 = 96$ palabras

96 palabras están dentro del intervalo, que representan el $\frac{96 \cdot 100}{128} = 75\%$ de las palabras.

Página 272

24 Estas son las horas de estudio semanal de un grupo de alumnas y alumnos:

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 14 | 9 | 9 | 20 | 18 | 12 | 14 | 6 | 14 | 8 |
| 15 | 10 | 18 | 20 | 2 | 7 | 18 | 8 | 12 | 10 |
| 20 | 16 | 18 | 15 | 24 | 10 | 12 | 25 | 24 | 17 |
| 10 | 4 | 8 | 20 | 10 | 12 | 16 | 5 | 4 | 13 |

a) Reparte estos datos en los intervalos:

1,5-6,5; 6,5-11,5; 11,5-16,5; 16,5-21,5; 21,5-26,5.

b) Haz la tabla de frecuencias y el histograma correspondiente.

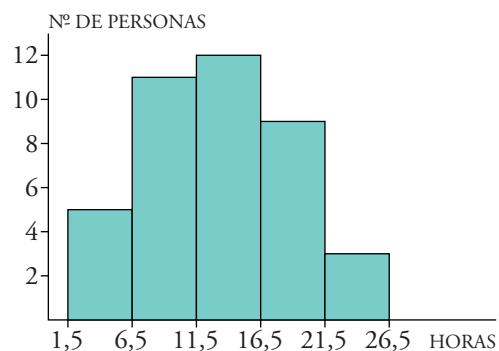
c) Calcula la media y la desviación típica.

a)

| INTERVALO | Nº DE HORAS |
|-------------|--|
| 1,5 - 6,5 | 2, 4, 6, 5, 4 |
| 6,5 - 11,5 | 9, 9, 10, 10, 8, 10, 8, 7, 8, 10, 10 |
| 11,5 - 16,5 | 14, 15, 16, 15, 12, 14, 14, 12, 12, 12, 16, 13 |
| 16,5 - 21,5 | 20, 18, 18, 20, 20, 18, 20, 18, 17 |
| 21,5 - 26,5 | 24, 25, 24 |

b)

| INTERVALO | FRECUENCIAS |
|-------------|-------------|
| 1,5 - 6,5 | 5 |
| 6,5 - 11,5 | 11 |
| 11,5 - 16,5 | 12 |
| 16,5 - 21,5 | 9 |
| 21,5 - 26,5 | 3 |



c)

| INTERVALO | MARCAS DE CLASE: x_i | f_i | $f_i x_i$ | $f_i x_i^2$ |
|-------------|------------------------|-------|-----------|-------------|
| 1,5 – 6,5 | 4 | 5 | 20 | 80 |
| 6,5 – 11,5 | 9 | 11 | 99 | 891 |
| 11,5 – 16,5 | 14 | 12 | 168 | 2 352 |
| 16,5 – 21,5 | 19 | 9 | 171 | 3 249 |
| 21,5 – 26,5 | 24 | 3 | 72 | 1 728 |
| | | 40 | 530 | 8 300 |

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{n} = \frac{530}{40} = 13,25; \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{n} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{8\,300}{40} - 13,25^2} = 5,65$$

25 Los gastos mensuales de una empresa A tienen una media de 60 000 € y una desviación típica de 7 500 €. En otra empresa más pequeña B, la media es 9 000 € y la desviación típica, 1 500 €. Calcula, mediante el coeficiente de variación, cuál de los dos tiene más variación relativa.

$$C.V._A = \frac{\sigma_A}{\bar{x}_A} = \frac{7\,500}{60\,000} = 0,125 \rightarrow 12,5\%$$

$$C.V._B = \frac{\sigma_B}{\bar{x}_B} = \frac{1\,500}{9\,000} = 0,1\hat{6} \rightarrow 16,67\%$$

La variación relativa es mayor en la empresa B.

26 El número de palabras de cada una de las frases de un artículo de economía es:

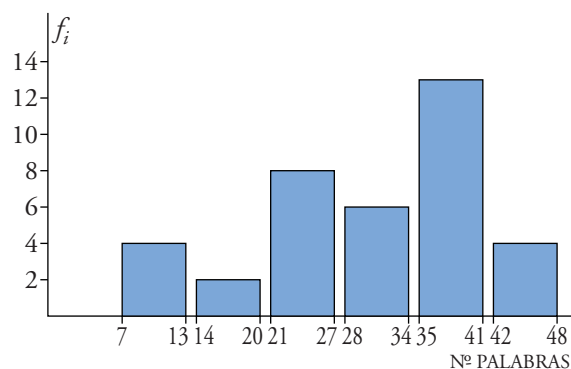
| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 17 | 40 | 22 | 25 | 43 | 21 | 17 | 25 | 37 | 12 |
| 9 | 37 | 32 | 35 | 30 | 21 | 13 | 27 | 41 | 45 |
| 36 | 40 | 30 | 48 | 45 | 41 | 39 | 39 | 40 | 38 |
| 28 | 7 | 33 | 35 | 22 | 34 | 23 | | | |

a) Haz una tabla de frecuencias agrupando los datos en los intervalos: 7-13, 14-20, 21-27, 28-34, 35-41, 42-48. Representa estos datos en un histograma.

b) Calcula su media y su desviación típica.

a)

| INTERVALO | f_i |
|-----------|-------|
| 7 – 13 | 4 |
| 14 – 20 | 2 |
| 21 – 27 | 8 |
| 28 – 34 | 6 |
| 35 – 41 | 13 |
| 42 – 48 | 4 |
| | 37 |



b)

| INTERVALO | MARCA DE CLASE x_i | f_i | $f_i x_i$ | $f_i x_i^2$ |
|-----------|----------------------|-------|-----------|-------------|
| 7 - 13 | 10 | 4 | 40 | 400 |
| 14 - 20 | 17 | 2 | 34 | 578 |
| 21 - 27 | 24 | 8 | 192 | 4 608 |
| 28 - 34 | 31 | 6 | 186 | 5 766 |
| 35 - 41 | 38 | 13 | 494 | 18 772 |
| 42 - 48 | 45 | 4 | 180 | 8 100 |
| | | 37 | 1 126 | 38 224 |

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{n} = \frac{1\,126}{37} = 30,43$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{n} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{38\,224}{37} - 30,43^2} = 10,34$$

27 Estaturas aproximadas de 4 350 soldados:

| | | | | | | | | | | |
|-----------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| ESTATURA (en m) | 1,52 | 1,56 | 1,60 | 1,64 | 1,68 | 1,72 | 1,76 | 1,80 | 1,84 | 1,88 |
| Nº DE SOLDADOS | 62 | 186 | 530 | 812 | 953 | 860 | 507 | 285 | 126 | 29 |

Decimos que los soldados que tienen su estatura entre $\bar{x} + \sigma$ y $\bar{x} + 3\sigma$ son altos; si la tienen entre $\bar{x} - 3\sigma$ y $\bar{x} - \sigma$, son bajos, y son normales si la tienen entre $\bar{x} - \sigma$ y $\bar{x} + \sigma$.

Di, aproximadamente, qué tanto por ciento de bajos, normales y altos hay.

| ESTATURA (m) | Nº SOLDADOS | $x_i f_i$ | $x_i^2 f_i$ |
|--------------|-------------|-----------|-------------|
| x_i | f_i | | |
| 1,52 | 62 | 94,24 | 143,2448 |
| 1,56 | 186 | 290,16 | 452,6496 |
| 1,60 | 530 | 848 | 1 356,8 |
| 1,64 | 812 | 1 331,68 | 2 183,9552 |
| 1,68 | 953 | 1 601,04 | 2 689,7472 |
| 1,72 | 860 | 1 479,2 | 2 544,224 |
| 1,76 | 507 | 892,32 | 1 570,4832 |
| 1,80 | 285 | 513 | 923,4 |
| 1,84 | 126 | 231,84 | 426,5856 |
| 1,88 | 29 | 54,52 | 102,4976 |
| TOTALES | 4 350 | 7 336 | 12 393,5872 |

$$\bar{x} = \frac{7\,336}{4\,350} = 1,68; \quad \sigma = \sqrt{\frac{12\,393,5872}{4\,350} - 1,68^2} = 0,07$$

Calculamos los intervalos:

$$\text{Entre } \bar{x} + \sigma \text{ y } \bar{x} + 3\sigma \rightarrow 1,75 - 1,89$$

$$\text{Entre } \bar{x} - 3\sigma \text{ y } \bar{x} - \sigma \rightarrow 1,47 - 1,61$$

$$\text{Entre } \bar{x} - \sigma \text{ y } \bar{x} + \sigma \rightarrow 1,61 - 1,75$$

Como la altura máxima es 1,88, estudiar el intervalo 1,75 – 1,89 es lo mismo que estudiar el intervalo 1,75 – 1,88: en este intervalo estarán aquellos que midan 1,76 o más, es decir: $507 + 285 + 126 + 29 = 947$ soldados.

Como la altura mínima es 1,52, estudiar el intervalo 1,47 – 1,61 es lo mismo que estudiar el intervalo 1,52 – 1,61: según la tabla, en este intervalo estarán los que midan 1,60 o menos, es decir: $62 + 186 + 530 = 778$ soldados.

En el intervalo 1,61 – 1,75 están los soldados que miden, según la tabla, entre 1,64 y 1,72, es decir: $812 + 953 + 860 = 2\,625$ soldados.

Ahora calculamos los porcentajes correspondientes:

$$947 \rightarrow \frac{947 \cdot 100}{4\,350} = 21,77\% \text{ de soldados son altos.}$$

$$778 \rightarrow \frac{778 \cdot 100}{4\,350} = 17,88\% \text{ de soldados son bajos.}$$

$$2\,625 \rightarrow \frac{2\,625 \cdot 100}{4\,350} = 60,34\% \text{ de soldados son normales.}$$

28 De una encuesta sobre la labor de un alcalde, se obtuvieron los siguientes datos:

| | | | | | |
|----------|----|-----------|----|-----------|----|
| Muy mala | 22 | Mala | 27 | Aceptable | 17 |
| Buena | 19 | Muy buena | 15 | | |

- ¿Qué porcentaje opina que la labor ha sido mala o muy mala?
- ¿Qué porcentaje aprueba la labor del alcalde?
- Halla la moda y la mediana y di cuál de esos dos parámetros te parece que representa mejor la opinión de la mayoría.
 - En total hay $22 + 27 + 17 + 19 + 15 = 100$ personas encuestadas, de las cuales $22 + 27 = 49$ personas tienen una opinión mala o muy mala, que en porcentaje representan el 49% de los encuestados.
 - $17 + 19 + 15 = 51$ personas de las encuestadas aceptan la labor del alcalde, que representan el 51% de los encuestados.
 - Aunque la variable es cualitativa, los atributos están ordenados y podemos calcular la mediana.

Para hallar la mediana, como hay 100 datos, vemos qué valor está entre los lugares 50 y 51. $Me = \text{aceptable}$.

Moda = “mala”. En este caso, el parámetro mediana es más representativo que el parámetro moda, porque las personas que han votado “aceptable”, “buena” o “muy buena”, son mayoría sobre los que han votado “mala” o “muy mala”.

29 Hemos encuestado a 3 820 personas para saber la audiencia de un debate (D) y de una película (P) que se emitieron en horas distintas en una cadena de TV.

a) Una tabla de este tipo se llama “de contingencia”. Completa la tabla.

| | VIERON D | NO VIERON D | TOTALES |
|-------------|----------|-------------|---------|
| VIERON P | | | 2 712 |
| NO VIERON P | | 1 041 | |
| TOTALES | 1 187 | | 3 820 |

b) ¿Qué porcentaje vio la película y el debate?

c) De los que vieron la película, ¿qué porcentaje no vio el debate?

a)

| | VIERON D | NO VIERON D | TOTALES |
|-------------|----------|-------------|---------|
| VIERON P | 1 120 | 1 592 | 2 712 |
| NO VIERON P | 67 | 1 041 | 1 108 |
| TOTALES | 1 187 | 2 633 | 3 820 |

b) De 3 820 personas, 1 120 vieron la película y el debate:

$$\frac{1\,120 \cdot 100}{3\,820} = 29,3 \rightarrow \text{El } 29,3\% \text{ de personas vieron la película y el debate.}$$

c) Vieron la película 2 712 personas, de las cuales 1 592 no vieron el debate:

$$\frac{1\,592 \cdot 100}{2\,712} = 58,7 \rightarrow \text{El } 58,7\% \text{ de los que vieron la película no vieron el debate.}$$

30 Se ha pasado una prueba de 25 preguntas a los 120 estudiantes de un centro escolar. De ellos, el 10% respondió correctamente a 5 preguntas, el 45% acertó 15, el 25% acertó 20, y el resto contestó correctamente a todas las preguntas. Calcula la media y la desviación típica.

Calculamos el número de personas correspondiente a cada porcentaje:

10% $\rightarrow 0,1 \cdot 120 = 12$ estudiantes responden correctamente a 5 preguntas.

45% $\rightarrow 0,45 \cdot 120 = 54$ estudiantes responden correctamente a 15 preguntas.

25% $\rightarrow 0,25 \cdot 120 = 30$ estudiantes responden correctamente a 20 preguntas.

20% $\rightarrow 0,2 \cdot 120 = 24$ estudiantes responden correctamente a 25 preguntas.

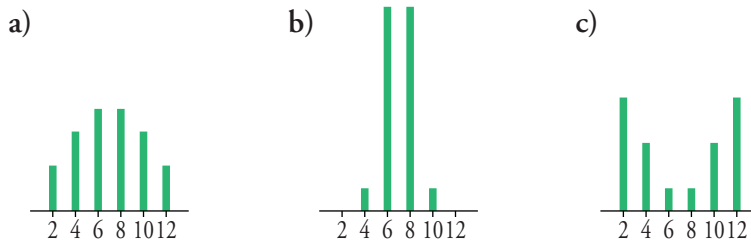
Hacemos la tabla de frecuencias:

$$\bar{x} = 17,25$$

$$\sigma = 5,58$$

| Nº RESPUESTAS | Nº ESTUDIANTES |
|---------------|----------------|
| 5 | 12 |
| 15 | 54 |
| 20 | 30 |
| 25 | 24 |

31 Estas tres distribuciones tienen la misma media. ¿Cuál es?



Sus desviaciones típicas son 3,8; 1,3 y 2,9. Asocia a cada distribución uno de estos valores.

- La media es $\bar{x} = 7$. Es el valor central, y las gráficas son simétricas respecto a $x = 7$.
- a) $\sigma = 2,9$ b) $\sigma = 1,3$ c) $\sigma = 3,8$

Página 273

32 En el año 1997, el cambio del dólar frente a la peseta y la lira tuvo estos valores:

Peseta: $\bar{x} = 126,7$ $\sigma = 2,16$

Lira: $\bar{x} = 1\,540,4$ $\sigma = 23,3$

¿Qué moneda se mantuvo más estable frente al dólar? Compara sus coeficientes de variación.

Para comparar, calculamos los coeficientes de variación:

$$C.V. = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

Peseta $\rightarrow C.V. = \frac{2,16}{126,7} = 0,017 \rightarrow 1,7\%$

Lira $\rightarrow C.V. = \frac{23,3}{1\,540,4} = 0,015 \rightarrow 1,5\%$

Se mantuvo más estable la lira, ya que el coeficiente de variación es menor.

33 Se ha hecho un mismo examen a dos clases. Los resultados fueron estos:

Si hay una clase con 6 sobresalientes y 8 suspensos y otra con 2 suspensos y 3 sobresalientes, ¿cuál es la clase que tiene más sobresalientes?

| | \bar{x} | σ |
|---------|-----------|----------|
| CLASE A | 5,8 | 2,9 |
| CLASE B | 6,3 | 1,2 |

Calculamos el coeficiente de variación de ambas clases:

$$C.V._A = \frac{2,9}{5,8} = 0,5 \rightarrow 50\% ; C.V._B = \frac{1,2}{6,3} = 0,19 \rightarrow 19\%$$

Hay mayor variación de notas en A que en B; por tanto, vemos que hay más sobresalientes en A.

REFLEXIONA SOBRE LA TEORÍA

34 ¿Qué le ocurre a \bar{x} y a σ si a todos los datos les sumamos un mismo número? ¿Y si los multiplicamos por el mismo número?

Comprueba tu conjetura con estos datos: 3, 5, 6, 3, 4, 2, 3.

- Si a todos los datos les sumamos el mismo número, n , entonces la media es la misma que la anterior más n , y la desviación típica es exactamente igual.

$$\bar{x} \xrightarrow[\text{A TODOS LOS DATOS}]{\text{SUMANDO UN VALOR, } n} \bar{x} + n$$

$$\sigma \xrightarrow[\text{A TODOS LOS DATOS}]{\text{SUMANDO UN VALOR, } n} \sigma$$

$$\text{Dados los datos: } \left. \begin{array}{l} 3, 5, 6, 3 \\ 4, 2, 3 \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} \bar{x} = 3,71 \\ \sigma = 1,27 \end{array}$$

$$\text{Sumando 1 a cada dato: } \left. \begin{array}{l} 4, 6, 7, 4 \\ 5, 3, 4 \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} \bar{x} = 4,71 = 3,71 + 1 \\ \sigma = 1,27 \end{array}$$

- Si a todos los datos los multiplicamos por el mismo número, n , entonces la media queda multiplicada por n , y la desviación típica también queda multiplicada por n .

$$\bar{x} \xrightarrow[\text{A TODOS LOS DATOS}]{\text{MULTIPLICANDO UN VALOR, } n} n \cdot \bar{x}$$

$$\sigma \xrightarrow[\text{A TODOS LOS DATOS}]{\text{MULTIPLICANDO UN VALOR, } n} n \cdot \sigma$$

$$\text{Dados los valores: } \left. \begin{array}{l} 3, 5, 6, 3 \\ 4, 2, 3 \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} \bar{x} = 3,71 \\ \sigma = 1,27 \end{array}$$

$$\text{Multiplicando por 2 cada dato: } \left. \begin{array}{l} 6, 10, 12, 6 \\ 8, 4, 6 \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} \bar{x} = 7,42 = 3,71 \cdot 2 \\ \sigma = 2,54 = 1,27 \cdot 2 \end{array}$$

35 Si restas la media de una distribución a cada dato y sumas esas diferencias, ¿qué resultado obtendrías? Justifica tu respuesta y pon un ejemplo.

$$\text{La media de una distribución es } \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}.$$

Si a cada dato le restamos la media y sumamos esas diferencias:

$$\frac{x_1 - \bar{x} + x_2 - \bar{x} + \dots + x_n - \bar{x}}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} - \frac{n\bar{x}}{n} = \bar{x} - \bar{x} = 0$$

Tomamos la distribución del ejemplo del ejercicio anterior:

$$3, 5, 6, 3, 4, 2, 3 \rightarrow \bar{x} = 3,71$$

$$\frac{(3 - 3,71) + (5 - 3,71) + (6 - 3,71) + (3 - 3,71) + (4 - 3,71) + (2 - 3,71) + (3 - 3,71)}{7} = 3,71 - 3,71 = 0$$

PROFUNDIZA

36 La nota media de un examen ha sido 6,2 en 3º A, en el que hay 15 estudiantes, y 4 en 3º B, que tiene 35 estudiantes. Calcula la nota media de la totalidad de alumnos y alumnas de las dos clases.

- Si la media de los 15 alumnos y alumnas de 3º A es 6,2, la suma de las 15 calificaciones será $6,2 \cdot 15 = 93$.
- En 3º B, la suma de todas las calificaciones es:

$$4 \cdot 35 = 140$$

- Suma las calificaciones de las dos clases y divídela por el total de alumnos, 50, y obtendrás la nota media global.

$$\text{NOTA MEDIA GLOBAL} = \frac{93 + 140}{50} = \frac{233}{50} = 4,66$$

37 Completa la tabla de esta distribución, de la que sabemos que su media es 2,7:

| | | | | |
|-------|---|-----|---|---|
| x_i | 1 | 2 | 3 | 4 |
| f_i | 3 | ... | 7 | 5 |

$$\text{La media es: } \bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{1 \cdot 3 + 2 \cdot a + 3 \cdot 7 + 4 \cdot 5}{15 + a}$$

donde a es el dato que desconocemos:

$$\frac{3 + 2 \cdot a + 21 + 20}{15 + a} = 2,7 \rightarrow 44 + 2a = 40,5 + 2,7a \rightarrow 0,7a = 3,5 \rightarrow$$

$$\rightarrow a = \frac{3,5}{0,7} = 5$$

La tabla queda:

| | | | | |
|-------|---|---|---|---|
| x_i | 1 | 2 | 3 | 4 |
| f_i | 3 | 5 | 7 | 5 |

38 Para hallar la nota de una evaluación, se hace la media de cuatro exámenes. Si en los tres primeros tengo una media de 4,2, ¿qué nota tengo que sacar en el último para aprobar?

Si x_i es la nota del examen número i , entonces tenemos que conseguir que:

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4} = 5 \rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 20$$

Además, sabemos que:

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} = 4,2 \rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 4,2 \cdot 3 \rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 12,6$$

$$\text{Por tanto: } 12,6 + x_4 = 20 \rightarrow x_4 = 20 - 12,6 \rightarrow x_4 = 7,4$$

Luego en el cuarto examen hay que sacar, al menos, un 7,4 para aprobar.

- 39** Para hallar la nota de una asignatura, el segundo examen vale el doble que el primero, y el tercero, el triple. ¿Cuál es la nota de una alumna que sacó un 5, un 6 y un 4? ¿Y si esas notas son el 10%, el 40% y el 50% de la nota final?

Si se han hecho 3 exámenes de notas 5, 6, 4 con las proporciones indicadas, es como si hubiéramos hecho 6 exámenes, donde en uno de ellos se obtiene un 5, en dos de ellos se obtiene un 6 y en tres de ellos se obtiene un 4. Luego la nota media será:

| | | | |
|-------|---|---|---|
| x_i | 4 | 5 | 6 |
| f_i | 3 | 1 | 2 |

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{4 \cdot 3 + 5 \cdot 1 + 6 \cdot 2}{6} = \frac{29}{6} = 4,83$$

Si un 5 es el 10% de la nota final, entonces equivale a un 0,5 de la nota final.

Si el 6 es el 40% de la nota final, entonces equivale a un 2,4 de la nota final.

Si el 4 es el 50% de la nota final, entonces equivale a un 2 de la nota final.

Luego en total habrá obtenido: $0,5 + 2,4 + 2 = 4,9$ de nota final.

- 40** En una empresa trabajan 30 empleados y 5 directores. El sueldo medio de la empresa es de 1 082 €. ¿Cuál será el sueldo medio de los directores si sabemos que el del resto de los empleados es de 766,3 €?

El sueldo medio de la empresa es la suma de lo que ganan los directores y los empleados dividido entre el número total de trabajadores.

Llamamos x al sueldo medio de los directores. Tenemos que:

$$\frac{30 \cdot 766,3 + 5x}{30 + 5} = 1 082 \rightarrow \frac{22 989 + 5x}{35} = 1 082$$

$$22 989 + 5x = 37 870 \rightarrow 5x = 14 881 \rightarrow x = 2 976,2 \text{ €}$$

El sueldo medio de los directores es de 2 976,2 €.

- 41** Investiga y trabaja en equipo. La frecuencia con que aparecen las letras en un idioma tiene aplicaciones curiosas, como descifrar un mensaje secreto. Según un estudio hecho con un procesador de textos en castellano, las letras aparecen con estas frecuencias:

a, e \rightarrow más del 10%

d, l, n, o, s, u \rightarrow 9% – 6%

i, r \rightarrow 6% – 4%

c, g, q \rightarrow 4% – 3%

h, m, t → 3% – 2%

b, f, p → 2% – 1%

resto → menos del 1%

Con esta información, descifra este mensaje:

\$* · 20\$5?51*1 · 87 · ?78959α0 · 08 · 3*8*≠ · >β?<7 · 1580≠7 · 9587 · 08 ·
↓β0 · \$* · α*≠0* · ↓β0 · 90 · <?*0 · 90 · <*3* · ?78 · 3β9α7 PUNTO

0\$ · 15* · ↓β0 · ?*1* · 85□7 · *\$ · \$\$03*≠ · * · <7>≠0 · +β01* · 90≠ ·
↓β0\$\$7 · ↓β0 · 1090 · π · +*≠* · \$7 · ↓β0 · 09α* · 17α*17 · <*=≠0>79 ·
?78903β517 · β8 · >β817 · 20\$5Δ PUNTO

>53β0\$ · 10\$5=09

Contabilizamos los símbolos que aparecen en el mensaje secreto.

Al que aparece con mayor frecuencia le asignamos a o e; al siguiente, d, l, n, o,
s, u, y así sucesivamente.

Llegamos, finalmente, a deducir el mensaje.

El mensaje queda así:

LA FELICIDAD NO CONSISTE EN GANAR MUCHO DINERO SINO EN QUE LA TAREA
QUE SE HACE SE HAGA CON GUSTO.

EL DÍA QUE CADA NIÑO AL LLEGAR A HOMBRE PUEDA SER AQUELLO QUE DESEA Y
PARA LO QUE ESTÁ DOTADO HABREMOS CONSEGUIDO UN MUNDO FELIZ.

MIGUEL DELIBES