

Página 43

PRACTICA

Relación entre fracción y decimal

1 Transforma en número decimal las siguientes fracciones:

$$\text{a) } \frac{121}{9} \quad \text{b) } \frac{173}{24} \quad \text{c) } \frac{1}{18} \quad \text{d) } \frac{2}{11} \quad \text{e) } \frac{1073}{3300}$$

$$\text{a) } \frac{121}{9} = 13,\widehat{4} \quad \text{b) } \frac{173}{24} = 7,208\widehat{3} \quad \text{c) } \frac{1}{18} = 0,0\widehat{5}$$

$$\text{d) } \frac{2}{11} = 0,\widehat{18} \quad \text{e) } \frac{1073}{3300} = 0,32\widehat{51}$$

2 Clasifica los siguientes números racionales en decimales exactos y decimales periódicos:

$$\text{a) } \frac{13}{8} \quad \text{b) } \frac{139}{27} \quad \text{c) } \frac{25}{11} \quad \text{d) } \frac{9}{250} \quad \text{e) } \frac{4}{13} \quad \text{f) } \frac{22}{7}$$

$$\text{a) } \frac{13}{8} = 1,625 \quad \text{b) } \frac{139}{27} = 5,\widehat{148} \quad \text{c) } \frac{25}{11} = 2,\widehat{27}$$

$$\text{d) } \frac{9}{250} = 0,036 \quad \text{e) } \frac{4}{13} = 0,30769\widehat{2} \quad \text{f) } \frac{22}{7} = 3,\widehat{142857}$$

Son decimales exactos a) y d) y decimales periódicos b), c), e) y f).

3 Expresa en forma de fracción irreducible:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } 1,324 & \text{b) } 2,\widehat{4} & \text{c) } 0,008 & \text{d) } 5,\widehat{53} \\ \text{e) } 2,3\widehat{5} & \text{f) } 0,02\widehat{8} & \text{g) } 1,2\widehat{35} & \text{h) } 0,1\widehat{18} \end{array}$$

$$\text{a) } 1,324 = \frac{1324}{1000} = \frac{331}{250}$$

$$\text{b) } 2,\widehat{4}$$

$$\left. \begin{array}{l} N = 2,444\dots \\ 10N = 24,44\dots \end{array} \right\}$$

$$\text{Restando: } 10N - N = 22 \rightarrow 9N = 22 \rightarrow N = \frac{22}{9} \rightarrow 2,4 = \frac{22}{9}$$

$$\text{c) } 0,008 = \frac{8}{1000} = \frac{1}{125}$$

d) $5,\overline{53}$

$$\left. \begin{array}{l} N = 5,5353\dots \\ 100N = 553,5353\dots \end{array} \right\}$$

$$\text{Restando: } 100N - N = 548 \rightarrow 99N = 548 \rightarrow N = \frac{548}{99}$$

$$\text{Así: } 5,\overline{53} = \frac{548}{99}$$

e) $2,\overline{35}$

$$\left. \begin{array}{l} N = 2,3555\dots \\ 10N = 23,555\dots \\ 100N = 235,555\dots \end{array} \right\}$$

$$\text{Restando: } 100N - 10N = 212 \rightarrow 90N = 212 \rightarrow N = \frac{212}{90} = \frac{106}{45}$$

$$\text{Así: } 2,\overline{35} = \frac{106}{45}$$

f) $0,\overline{028}$

$$\left. \begin{array}{l} N = 0,02828\dots \\ 10N = 0,2828\dots \\ 1\,000N = 28,2828\dots \end{array} \right\}$$

$$\text{Restando: } 1\,000N - 10N = 28 \rightarrow 990N = 28 \rightarrow N = \frac{28}{990} = \frac{14}{495}$$

$$\text{Así: } 0,\overline{028} = \frac{14}{495}$$

g) $1,\overline{235}$

$$\left. \begin{array}{l} N = 1,235235\dots \\ 1\,000N = 1\,235,235235\dots \end{array} \right\}$$

$$\text{Restando: } 1\,000N - N = 1\,234 \rightarrow 999N = 1\,234 \rightarrow N = \frac{1\,234}{999}$$

$$\text{Así: } 1,\overline{235} = \frac{1\,234}{999}$$

h) $0,\overline{118}$

$$\left. \begin{array}{l} N = 0,11888\dots \\ 100N = 11,888\dots \\ 1\,000N = 118,888\dots \end{array} \right\}$$

$$\text{Restando: } 1\,000N - 100N = 107 \rightarrow 900N = 107 \rightarrow N = \frac{107}{900}$$

$$\text{Así: } 0,\overline{118} = \frac{107}{900}$$

4 Ordena de menor a mayor:

$$5,5\overline{3}; 5,5\overline{3}; 5,5\overline{3}; 5,5; 5,56$$

$$5,5 < 5,5\overline{3} < 5,5\overline{3} < 5,25\overline{3} < 5,56$$

5 ¿Cuáles de los siguientes números pueden expresarse como fracción?:

$$3,45; 1,00\overline{3}; \sqrt{2}; 2,131131113\dots; \pi; 1,\overline{142857}$$

Escribe la fracción que representa a cada uno en los casos posibles.

Se pueden expresar como fracción: $3,45$; $1,00\overline{3}$ y $1,\overline{142857}$

$$\bullet 3,45 = \frac{345}{100} = \frac{69}{20}$$

$$\bullet 1,00\overline{3}$$

$$\left. \begin{array}{l} N = 1,00333\dots \\ 100N = 100,333\dots \\ 1000N = 1003,333\dots \end{array} \right\}$$

$$\text{Restando: } 1000N - 100N = 903 \rightarrow 900N = 903 \rightarrow$$

$$\rightarrow N = \frac{903}{900} = \frac{301}{300} \rightarrow 1,00\overline{3} = \frac{301}{300}$$

$$\bullet 1,\overline{142857}$$

$$1\ 142\ 857,\overline{142857} - 1,\overline{142857} = 1\ 142\ 856$$

$$\left\{ \begin{array}{l} N = 1,142857\dots \\ 1\ 000\ 000N = 1\ 142\ 857,142857\dots \end{array} \right.$$

$$\text{Restando: } 1\ 000\ 000N - N = 1\ 142\ 856 \rightarrow 999\ 999N = 1\ 142\ 856$$

$$N = \frac{1\ 142\ 856}{999\ 999} = \frac{3^3 \cdot 2^3 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 37}{3^3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 37} = \frac{2^3}{7} = \frac{8}{7}$$

$$1,\overline{142857} = \frac{8}{7}$$

6 Escribe, en cada caso, un decimal exacto y un decimal periódico comprendidos entre los números dados:

a) $3,5$ y $3,6$

b) $3,\overline{4}$ y $3,\overline{5}$

c) $3,\overline{25}$ y $3,\overline{26}$

a) Entre $3,5$ y $3,6$

Exacto $\rightarrow 3,55$

Periódico $\rightarrow 3,5\overline{1}$

- b) Entre $3,\widehat{4}$ y $3,\widehat{5}$
 Exacto $\rightarrow 3,47$
 Periódico $\rightarrow 3,4\widehat{5}2$
- c) Entre $3,2\widehat{5}$ y $3,2\widehat{6}$
 Exacto $\rightarrow 3,26$
 Periódico $\rightarrow 3,25\widehat{8}$

7 Di cuáles de los siguientes números son irracionales:

a) $-\frac{5}{3}$ b) $3,2\widehat{6}$ c) $\sqrt{3}$ d) 2π e) $1 + \sqrt{2}$

Son irracionales $\sqrt{3}$, 2π y $1 + \sqrt{2}$

Aproximación y errores

8 Aproxima a las centésimas:

- a) 0,318 b) 3,2414 c) 18,073
- d) $\frac{100}{71}$ e) $\frac{25}{13}$ f) $\frac{65}{7}$
- a) 0,32 b) 3,24 c) 18,07
- d) $\frac{100}{71} = 1,4084507 \rightarrow$ la aproximación a las centésimas es 1,41
- e) $\frac{25}{13} = 1,9230769 \rightarrow$ la aproximación a las centésimas es 1,92
- f) $\frac{65}{7} = 9,2857142 \rightarrow$ la aproximación a las centésimas es 9,29

9 Expresa con un número adecuado de cifras significativas:

- a) Audiencia de un programa de televisión: 3 017 849 espectadores.
- b) Tamaño de un virus: 0,008375 mm.
- c) Resultado de 15^7 .
- d) Fuerza de atracción entre dos cuerpos: 18 753 N.
- e) Presupuesto de un ayuntamiento: 987 245 €.
- f) Porcentaje de votos de un candidato a delegado: 37,285%.
- g) Capacidad de un pantano: 3 733 827 000 l.

- a) 3 000 000 espectadores
- b) 0,008 mm
- c) $15^7 = 170\,859\,375 \rightarrow 170\,000\,000$
- d) 19 000 N
- e) 1 000 000 €
- f) 37%
- g) 3 750 000 000 l

10 Calcula, en cada uno de los apartados del ejercicio anterior, el error absoluto y el error relativo de las cantidades dadas como aproximaciones.

Dado que:

$$\text{Error absoluto} = |\text{Valor real} - \text{Valor de la medición}|$$

$$\text{Error relativo} = \frac{\text{Error absoluto}}{\text{Valor real}},$$

obtendríamos:

- a) Error absoluto = 17 849

$$\text{Error relativo} = \frac{17\,849}{3\,017\,849} \approx 0,006$$
- b) Error absoluto = 0,000375

$$\text{Error relativo} = \frac{0,000375}{0,008375} \approx 0,04$$
- c) Error absoluto = 859 375

$$\text{Error relativo} = \frac{859\,375}{170\,859\,375} \approx 0,005$$
- d) Error absoluto = 247

$$\text{Error relativo} = \frac{247}{18\,753} \approx 0,013$$
- e) Error absoluto = 12 755

$$\text{Error relativo} = \frac{12\,755}{987\,245} \approx 0,013$$
- f) Error absoluto = 0,285

$$\text{Error relativo} = \frac{0,285}{37,285} \approx 0,007$$
- g) Error absoluto = 16 173 000

$$\text{Error relativo} = \frac{16\,173\,000}{3\,733\,827\,000} \approx 0,004$$

11 Da una cota del error absoluto y otra del error relativo en las siguientes aproximaciones:

- a) Radio de la Tierra: 6 400 km.
- b) Distancia Tierra-Sol: 150 000 000 km.
- c) Habitantes de España: 41 millones.
- d) Tiempo que tarda la luz en recorrer una distancia: 0,007 segundos.
- e) Volumen de una gota de agua: 0,4 mm³.

a) Cota del error absoluto: $\frac{100}{2} = 50$

Cota del error relativo: $\frac{50}{6\,400} \approx 0,008$

b) Cota del error absoluto: $\frac{10\,000\,000}{2} = 5\,000\,000$

Cota del error relativo: $\frac{5\,000\,000}{150\,000\,000} \approx 0,03$

c) Cota del error absoluto: 500 000

Cota del error relativo: $\frac{500\,000}{40\,000\,000} \approx 0,12$

d) Cota del error absoluto: $\frac{0,001}{2} = 0,0005$

Cota del error relativo: $\frac{0,0005}{0,007} \approx 0,07$

e) Cota del error absoluto: $\frac{0,1}{2} = 0,05$

Cota del error relativo: $\frac{0,05}{0,4} \approx 0,125$

Notación científica

12 Expresa con todas las cifras:

a) $6,25 \cdot 10^8$

b) $2,7 \cdot 10^{-4}$

c) $3 \cdot 10^{-6}$

d) $5,18 \cdot 10^{14}$

e) $3,215 \cdot 10^{-9}$

f) $-4 \cdot 10^{-7}$

a) 625 000 000

b) 0,00027

c) 0,000003

d) 518 000 000 000 000

e) 0,000000003215

f) -0,0000004

13 Escribe en notación científica:

a) 4 230 000 000 b) 0,00000004 c) 84 300 d) -0,000572

a) $4,23 \cdot 10^9$ b) $4 \cdot 10^{-8}$ c) $8,43 \cdot 10^4$ d) $-5,72 \cdot 10^{-4}$

Página 44

14 Expresa en notación científica:

a) Recaudación de las quinielas en una jornada de liga de fútbol: 1 628 000 €.

b) Toneladas de CO_2 que se emitieron a la atmósfera en 1995 en Estados Unidos: 5 228,5 miles de millones.

c) Radio del átomo de oxígeno: 0,000000000066 m

a) $1\,628\,000\,000 = 1,628 \cdot 10^9$

b) $5\,228,5$ miles de millones $= 5,2285 \cdot 10^{12}$

c) $0,000000000066$ m $= 6,6 \cdot 10^{-11}$

15 Calcula con lápiz y papel y comprueba después el resultado con la calculadora:

a) $(2 \cdot 10^5) \cdot (1,5 \cdot 10^7)$ b) $(3 \cdot 10^{-8}) \cdot (2,1 \cdot 10^4)$

c) $(1,25 \cdot 10^{-17}) \cdot (4 \cdot 10^{13})$ d) $(2,4 \cdot 10^{-7}) \cdot (5 \cdot 10^{-6})$

a) $(2 \cdot 1,5) \cdot 10^{5+7} = 3 \cdot 10^{12}$

b) $(3 \cdot 2,1) \cdot 10^{-8+4} = 6,3 \cdot 10^{-4}$

c) $(1,25 \cdot 4) \cdot 10^{-17+13} = 5 \cdot 10^{-4}$

d) $(2,4 \cdot 5) \cdot 10^{-7-6} = 12 \cdot 10^{-13} = 1,2 \cdot 10^{-12}$

16 Efectúa y expresa el resultado en notación científica, sin utilizar la calculadora:

a) $(3 \cdot 10^{-7}) \cdot (8 \cdot 10^{18})$ b) $(4 \cdot 10^{-12}) \cdot (5 \cdot 10^{-3})$

c) $(5 \cdot 10^{12}) : (2 \cdot 10^{-3})$ d) $(4 \cdot 10^5)^{-2}$

e) $3,1 \cdot 10^{12} + 2 \cdot 10^{10}$

a) $(3 \cdot 10^{-7}) \cdot (8 \cdot 10^{18}) = (3 \cdot 8) \cdot 10^{-7+18} = 24 \cdot 10^{11} = 2,4 \cdot 10^{12}$

b) $(4 \cdot 10^{-12}) \cdot (5 \cdot 10^{-3}) = (4 \cdot 5) \cdot 10^{-12-3} = 20 \cdot 10^{-15} = 2 \cdot 10^{-14}$

c) $(5 \cdot 10^{12}) : (2 \cdot 10^{-3}) = (5 : 2) \cdot 10^{12-(-3)} = 2,5 \cdot 10^{15}$

d) $(4 \cdot 10^5)^{-2} = 4^{-2} \cdot 10^{-10} = \frac{1}{16} \cdot 10^{-10} = 0,0625 \cdot 10^{-10}$

e) $3,1 \cdot 10^{12} + 2 \cdot 10^{10} = 310 \cdot 10^{10} + 2 \cdot 10^{10} = 312 \cdot 10^{10} = 3,12 \cdot 10^{12}$

17 Expresa en notación científica y calcula:

a) $(75\,800)^4 : (12\,000)^2$

b) $\frac{0,000541 \cdot 10\,318\,000}{1\,520\,000 \cdot 0,00302}$

c) $\frac{2\,700\,000 - 13\,000\,000}{0,00003 - 0,00015}$

$$\begin{aligned} \text{a) } (75\,800)^4 : (12\,000)^2 &= (7,58 \cdot 10^4)^4 : (1,2 \cdot 10^4)^2 = \\ &= [(7,58)^4 \cdot 10^{16}] : [(1,2)^2 \cdot 10^8] = \frac{(7,58)^4}{(1,2)^2} \cdot 10^{16-8} = \\ &= 2\,292,52 \cdot 10^8 = 2,29252 \cdot 10^{11} \approx 2,29 \cdot 10^{11} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{0,000541 \cdot 10\,318\,000}{1\,520\,000 \cdot 0,00302} &= \frac{5,41 \cdot 10^{-4} \cdot 1,0318 \cdot 10^7}{1,51 \cdot 10^6 \cdot 3,02 \cdot 10^{-3}} = \\ &= \frac{(5,41 \cdot 1,0318) \cdot 10^3}{(1,52 \cdot 3,02) \cdot 10^3} = \frac{5,582038}{4,5904} \approx 1,216 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{2\,700\,000 - 13\,000\,000}{0,00003 - 0,00015} &= \frac{2,7 \cdot 10^6 - 13 \cdot 10^6}{3 \cdot 10^{-5} - 15 \cdot 10^{-5}} = \frac{(2,7 - 13) \cdot 10^6}{(3 - 15) \cdot 10^{-5}} = \\ &= \frac{-10,3 \cdot 10^6}{-12 \cdot 10^{-5}} = 0,858\bar{3} \cdot 10^{11} \end{aligned}$$

18 Utiliza la calculadora para efectuar las siguientes operaciones y expresa el resultado con dos y con tres cifras significativas:

a) $(4,5 \cdot 10^{12}) \cdot (8,37 \cdot 10^{-4})$ b) $(5,2 \cdot 10^{-4}) \cdot (3,25 \cdot 10^{-9})$

c) $(8,4 \cdot 10^{11}) : (3,2 \cdot 10^{-6})$ d) $(7,8 \cdot 10^{-7})^3$

$$\begin{aligned} \text{a) } (4,5 \cdot 10^{12}) \cdot (8,37 \cdot 10^{-4}) &= (4,5 \cdot 8,37) \cdot 10^{12-4} = \\ &= 37,665 \cdot 10^8 \approx 3,7665 \cdot 10^9 \end{aligned}$$

Con 3 cifras significativas $\rightarrow 3,77 \cdot 10^9$

Con 2 cifras significativas $\rightarrow 3,8 \cdot 10^9$

$$\begin{aligned} \text{b) } (5,2 \cdot 10^{-4}) \cdot (3,25 \cdot 10^{-9}) &= (5,2 \cdot 3,25) \cdot 10^{-4-9} = 16,9 \cdot 10^{-13} = \\ &= 1,69 \cdot 10^{-12} \approx 1,7 \cdot 10^{-12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } (8,4 \cdot 10^{11}) : (3,2 \cdot 10^{-6}) &= (8,4 : 3,2) \cdot 10^{11-(-6)} = \\ &= 2,625 \cdot 10^{17} \approx 2,63 \cdot 10^{17} \approx 2,6 \cdot 10^{17} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } (7,8 \cdot 10^{-7})^3 &= (7,8)^3 \cdot 10^{-7 \cdot 3} = 474,552 \cdot 10^{-21} = 4,74552 \cdot 10^{-19} \approx \\ &\approx 4,75 \cdot 10^{-19} \approx 4,8 \cdot 10^{-19} \end{aligned}$$

19 Efectúa y expresa el resultado en notación científica:

$$a) \frac{3 \cdot 10^{-5} + 7 \cdot 10^{-4}}{10^6 - 5 \cdot 10^5}$$

$$b) \frac{7,35 \cdot 10^4}{5 \cdot 10^{-3}} + 3,2 \cdot 10^7$$

$$c) (4,3 \cdot 10^3 - 7,2 \cdot 10^5)^2$$

$$\begin{aligned} a) \frac{3 \cdot 10^{-5} + 7 \cdot 10^{-4}}{10^6 - 5 \cdot 10^5} &= \frac{3 \cdot 10^{-5} + 70 \cdot 10^{-5}}{10 \cdot 10^5 - 5 \cdot 10^5} = \frac{(3 + 70) \cdot 10^{-5}}{(10 - 5) \cdot 10^5} = \\ &= \frac{73 \cdot 10^{-5}}{5 \cdot 10^5} = 14,6 \cdot 10^{-10} = 1,46 \cdot 10^{-9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \frac{7,35 \cdot 10^4}{5 \cdot 10^{-3}} + 3,2 \cdot 10^7 &= (7,35 : 5) \cdot 10^{4 - (-3)} + 3,2 \cdot 10^7 = \\ &= 1,47 \cdot 10^7 + 3,2 \cdot 10^7 = (1,47 + 3,2) \cdot 10^7 = \\ &= 4,67 \cdot 10^7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c) (4,3 \cdot 10^3 - 7,2 \cdot 10^5)^2 &= (4,3 \cdot 10^3 - 720 \cdot 10^3)^2 = (-715,7 \cdot 10^3)^2 = \\ &= (-7,157 \cdot 10^5)^2 \approx 51,22 \cdot 10^{10} = 5,122 \cdot 10^{11} \end{aligned}$$

PIENSA Y RESUELVE

20 La masa del Sol es 330 000 veces la de la Tierra, aproximadamente, y esta es $5,98 \cdot 10^{21}$ t. Expresa en notación científica la masa del Sol en kilos.

$$M_{\text{Sol}} = 330\,000 \cdot 5,98 \cdot 10^{21} = 33 \cdot 5,98 \cdot 10^{25} = 1,9734 \cdot 10^{27} \text{ t}$$

$$M_{\text{Sol}} = 1,9734 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

21 El ser vivo más pequeño es un virus que pesa del orden de 10^{-18} g y el más grande es la ballena azul, que pesa, aproximadamente, 138 t. ¿Cuántos virus serían necesarios para conseguir el peso de una ballena?

1 t tiene 10^6 g; por tanto, 138 t tendrán $1,38 \cdot 10^8$ g.

Como un virus pesa 10^{-18} g, entonces la ballena azul necesita:

$$\frac{1,38 \cdot 10^8}{10^{-18}} = 1,38 \cdot 10^{26} \text{ virus para conseguir su peso.}$$

22 Para medir distancias entre astros, se utiliza como unidad de medida el año-luz, que es la distancia que recorre la luz en un año a una velocidad de $3 \cdot 10^5$ km/s.

a) Halla a cuántos kilómetros equivale un año-luz y exprésalo con todas sus cifras.

b) La Vía Láctea, nuestra galaxia, tiene un diámetro de cien mil años-luz. Exprésalo en kilómetros.

a) Calculamos el número de segundos que hay en 1 año:

$$1 \text{ h} = 3\,600 \text{ s} \rightarrow 1 \text{ año} = 365 \times 24 \times 3\,600 = 3,1536 \cdot 10^7 \text{ segundos}$$

Así, la distancia que recorre la luz en un año será:

$$(3 \cdot 10^5) \cdot (3,1536 \cdot 10^7) = 9,4608 \cdot 10^{7+5} = 9,4608 \cdot 10^{12} \text{ km}$$

Un año luz $\approx 9,46 \cdot 10^{12} \text{ km} = 9,46$ billones de kilómetros

$$1 \text{ año luz} = 9\,460\,000\,000\,000 \text{ km}$$

b) Diámetro de la Vía Láctea:

$$10^5 \text{ años luz} = 10^5 \cdot 9,46 \cdot 10^{12} = 9,46 \cdot 10^{17} \text{ km}$$

23 La dosis de una vacuna es $0,05 \text{ cm}^3$. Si la vacuna tiene 100 000 000 bacterias por centímetro cúbico, ¿cuántas bacterias habrá en una dosis? Exprésalo en notación científica.

En 1 cm^3 hay 10^8 bacterias \rightarrow en una dosis habrá:

$$0,05 \cdot 10^8 = 5 \cdot 10^{-2} \cdot 10^8 = 5 \cdot 10^6 \text{ bacterias}$$

24 Si la velocidad de crecimiento del cabello humano es $1,6 \cdot 10^{-8} \text{ km/h}$, ¿cuántos centímetros crece el pelo en un mes? ¿Y en un año?

Calculamos el número de horas que hay en un mes:

$$30 \cdot 24 = 720 \text{ h}$$

Crecimiento del pelo en 1 mes:

$$\begin{aligned} 1,6 \cdot 10^{-8} \cdot 720 \text{ km} &= 1\,152 \cdot 10^{-8} \text{ km} = 1,152 \cdot 10^{-5} \text{ km} \approx 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ km} = \\ &= 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot 10^5 \text{ cm} = 1,2 \text{ cm} \end{aligned}$$

En 1 año habrá crecido 12 veces lo que crece en 1 mes:

$$12 \cdot 1,2 \text{ cm} = 14,4 \text{ cm}$$

25 En 18 g de agua hay $6,02 \cdot 10^{23}$ moléculas de este compuesto. ¿Cuál es la masa en gramos de una molécula de agua?

Si en 18 g hay $6,02 \cdot 10^{23}$ moléculas, la masa de una molécula será:

$$\frac{18}{6,02 \cdot 10^{23}} \text{ g} = (18 : 6,02) \cdot 10^{-23} \text{ g} \approx 2,99 \cdot 10^{-23} \text{ g} \approx 3 \cdot 10^{-23} \text{ g}$$

Página 45

26 Asocia cada uno de estos números con una de las cantidades dadas:

Números:

$$5,98 \cdot 10^{31}; 1,5 \cdot 10^{-1}; 9,1 \cdot 10^{-31}$$

Cantidades:

Paso de un tornillo en milímetros.

Masa del electrón en kilogramos.

Masa de la Tierra en toneladas.

$$5,98 \cdot 10^{31} \rightarrow \text{Masa de la Tierra en toneladas}$$

$$1,5 \cdot 10^{-1} \rightarrow \text{Paso de un tornillo en milímetros}$$

$$9,1 \cdot 10^{-31} \rightarrow \text{Masa del electrón en kilogramos}$$

27 Di cuál es la vigésima cifra decimal de estos números cuando los expresamos como decimales:

a) $\frac{123}{999}$

b) $\frac{123}{990}$

c) $\frac{45}{13}$

a) $\frac{123}{999} = 0,\overline{123} \rightarrow$ La vigésima cifra decimal ($20 = 6 \cdot 3 + 2$) coincidirá con la que ocupa la segunda posición; en este caso, el 2.

b) $\frac{123}{990} = 0,\overline{124} \rightarrow$ La vigésima cifra decimal coincidirá con la primera cifra del periodo ($20 - 1 = 19$ y $19 = 9 \cdot 2 + 1$); en este caso, el 2.

c) $\frac{45}{13} = 3,\overline{461538} \rightarrow$ La vigésima cifra decimal coincidirá con la que ocupa el segundo lugar ($20 = 6 \cdot 3 + 2$); en este caso, el 6.

28 ¿Cuál de las aproximaciones 2,5 ó 2,6 es la más próxima a $\frac{18}{7}$? Calcula el error absoluto cometido en cada caso.

$$\frac{18}{7} \approx 2,571$$

La aproximación 2,6 está más próxima a $\frac{18}{7}$.

Calculamos el error absoluto con cada aproximación:

Aproximando a 2,5 \rightarrow Error absoluto = $2,571 - 2,5 = 0,071$

Aproximando a 2,6 \rightarrow Error absoluto = $2,6 - 2,571 = 0,029$

29 Indica en cada caso con cuál de las aproximaciones cometemos más error:

$$\text{a) } \frac{19}{30} \begin{cases} 0,63 \\ 0,64 \end{cases}$$

$$\text{b) } \frac{41}{90} \begin{cases} 0,45 \\ 0,46 \end{cases}$$

$$\text{c) } \frac{5}{12} \begin{cases} 0,41 \\ 0,42 \end{cases}$$

$$\text{d) } \frac{25}{18} \begin{cases} 1,39 \\ 1,40 \end{cases}$$

a) $\frac{19}{30} = 0,6\widehat{3}$ está más próximo a 0,63 que a 0,64. Se comete más error con 0,64.

b) $\frac{41}{90} = 0,4\widehat{5}$ está más próximo a 0,46. Se comete más error tomando como aproximación 0,45.

c) $\frac{5}{12} = 0,41\widehat{6}$ está más próximo a 0,42. Se comete más error tomando 0,41 como aproximación.

d) $\frac{25}{18} = 1,3\widehat{8}$ está más próximo a 1,39. Se comete más error tomando 1,40 como aproximación.

30 Escribe una aproximación de los siguientes números con un error menor que cinco milésimas:

a) 5,7468

b) 12,5271

c) 8,0018

a) 5,7468

Tomando 5,75 como aproximación, el error absoluto que se comete es:

$$5,75 - 5,7468 = 3,2 \cdot 10^{-3} < 0,005$$

b) 12,5271

Aproximando a 12,53 el error absoluto será:

$$12,53 - 12,5271 = 2,9 \cdot 10^{-3} < 0,005$$

c) 8,0018

Tomando 8 como aproximación, el error absoluto será:

$$8,0018 - 8 = 1,8 \cdot 10^{-3} < 0,005$$

31 Calcula una cota del error cometido al hacer las siguientes aproximaciones:

a) Peso de un grano de arroz: 0,000028 g.

b) Número de granos de arroz en un kilo: 36 miles.

c) Precio de un coche: 18 miles de euros.

d) Grosor de un hilo: 0,025 cm.

e) Diámetro de una célula: 0,00008 mm.

a) $0,000028 \text{ g} = 2,8 \cdot 10^{-5}$

$$\text{Cota del error absoluto} = \frac{0,00001}{2} = 0,000005$$

b) 36 miles

$$\text{Cota del error absoluto} = \frac{1\ 000}{2} = 500$$

c) 18 miles de euros

$$\text{Cota del error absoluto} = \frac{1\ 000}{2} = 500$$

d) $0,025 \text{ cm} = 2,5 \cdot 10^{-2}$

$$\text{Cota del error absoluto} = \frac{0,01}{2} = 0,005$$

e) 0,00008 mm

$$\text{Cota del error absoluto} = \frac{0,00001}{2} = 0,000005$$

f) 6 millones de km

$$\text{Cota del error absoluto} = \frac{1\ 000\ 000}{2} = 500\ 000$$