

Página 57

PRACTICA

Números reales

- 1 a) Clasifica los siguientes números como racionales o irracionales:

$$\frac{41}{13}; \sqrt{49}; 53,\widehat{7}; 3,2; \sqrt{12}; \sqrt[3]{5}$$

b) ¿Alguno de ellos es entero?

c) Ordénalos de menor a mayor.

a) Racionales: $\frac{41}{13}; -\sqrt{49}; 53,\widehat{7}; 3,2 \cdot 10^{-10}$

Irracionales: $\sqrt{12}; \sqrt[3]{5}$

b) Entero: $-\sqrt{49} = -7$

c) $-\sqrt{49} < 3,2 \cdot 10^{-10} < \sqrt[3]{5} < \frac{41}{13} < \sqrt{12} < 53,\widehat{7}$

- 2 Di cuáles de los siguientes números son irracionales:

$$-\frac{3}{4}; 1,7\widehat{3}; \sqrt{3}; \pi; \sqrt{9}; \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

Son irracionales $\sqrt{3}$, π y $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

- 3 Ordena de menor a mayor:

a) $1,45; 1,\widehat{4}; \sqrt{2}$

b) $\sqrt{2}; \sqrt[3]{3}; \frac{13}{9}$

a) $\sqrt{2} < 1,\widehat{4} < 1,45$

b) $\sqrt{2} < \sqrt[3]{3} < \frac{13}{9}$

- 4 Clasifica estos números como naturales, enteros, racionales y/o reales:

3	$-\frac{3}{4}$	$\sqrt{2}$	7,23
-2	π	0	-4
$\frac{1}{3}$	$\sqrt{-1}$	$\frac{11}{9}$	$\sqrt{5}$
2	2,48	18	$1 + \sqrt{2}$
-1	$\sqrt[3]{-1}$	1	1,010203...

$$\mathbb{N} \rightarrow 3; 0; 2; 18; 1$$

$$\mathbb{Z} \rightarrow 3; 0; 2; 18; 1; -2; -4; -1; \sqrt[3]{-1}$$

$$\mathbb{Q} \rightarrow 3; 0; 2; 18; 1; -2; -4; -1; \sqrt[3]{-1}; -\frac{3}{4}; 7,23; \frac{1}{3}; \frac{11}{9}; 2,48$$

$$\mathbb{R} \rightarrow 3; 0; 2; 18; 1; -2; -4; -1; \sqrt[3]{-1}; -\frac{3}{4}; 7,23; \frac{1}{3}; \frac{11}{9}; 2,48;$$

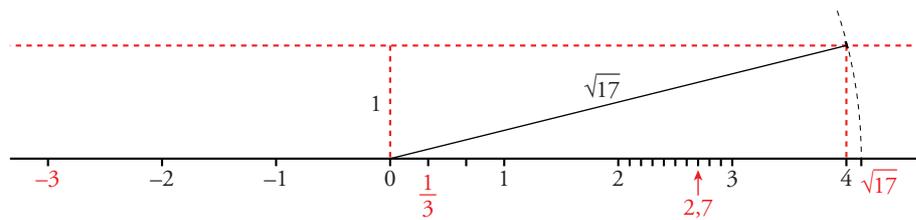
$$\sqrt{2}; \pi; 1 + \sqrt{2}; 1,010203\dots$$

5 Representa en la recta real los siguientes números:

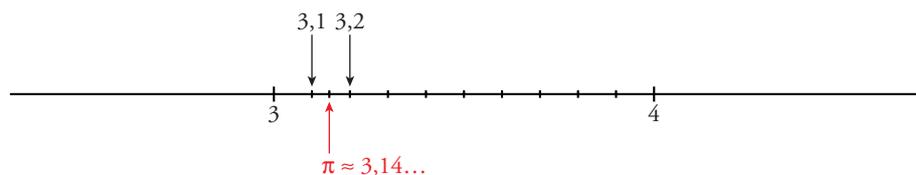
a) $-3; 2,7; \sqrt{17}; \frac{1}{3}$, de forma exacta.

b) $\pi = 3,14\dots$, de forma aproximada.

a) $\sqrt{17} = \sqrt{4^2 + 1^2}$



b)



Intervalos

6 Dados los números: 1; 2; 2,3; 3; 3,9; 4; 4,1:

a) Indica cuáles de ellos pertenecen al intervalo $[2, 4)$.

b) Lo mismo, pero con el intervalo $[2, 4]$.

c) Igual, pero con el intervalo $(2, +\infty)$.

a) Al intervalo $[2, 4)$ pertenecen el 2; 2,3; 3; 3,9

b) En el intervalo $[2, 4]$ están el 2; 2,3; 3; 3,9; 4

c) En el intervalo $(2, +\infty)$ se encuentran los números 2,3; 3; 3,9; 4; 4,1

7 Escribe en forma de intervalo y representa los números que cumplen las condiciones dadas en cada caso:

a) Menores o iguales que 3.

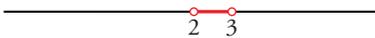
b) Comprendidos entre -1 y 0 , incluyendo el 0 , pero no el -1 .

c) Mayores que 2 , pero menores que 3 .

d) Mayores que 5 .

a) $(-\infty, 3]$ 

b) $(-1, 0]$ 

c) $(2, 3)$ 

d) $(5, +\infty)$ 

8 Escribe en forma de intervalo y representa en cada caso:

a) $\{x / -6 \leq x \leq 3\}$

b) $\{x / -4 < x \leq 4\}$

c) $\{x / x \geq 3\}$

d) $\{x / 0 < x < 5\}$

e) $\{x / x > -2\}$

f) $\{x / 10 \geq x\}$

a) $[-6, 3]$ 

b) $(-4, 4]$ 

c) $[3, +\infty)$ 

d) $(0, 5)$ 

e) $(-2, +\infty)$ 

f) $(-\infty, 10]$ 

9 Escribe en forma de intervalo y representa los números que cumplen las condiciones indicadas en cada caso:

a) $0 < x < 1$

b) $x \leq -3$

c) $x > 0$

d) $-5 \leq x \leq 5$

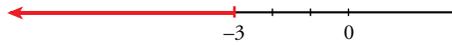
e) $x > -5$

f) $1 \leq x < 3$

a) $(0, 1)$



b) $(-\infty, -3]$



c) $(0, +\infty)$



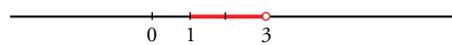
d) $[-5, 5]$



e) $(-5, +\infty)$



f) $[1, 3)$



10 Escribe en forma de desigualdad y representa los siguientes intervalos:

a) $(1; 2,5)$

b) $[-2, 3]$

c) $[-7, 0]$

d) $[-3, +\infty)$

e) $(2, +\infty)$

f) $(-5, 2]$

a) $\{x / 1 < x < 2,5\}$



b) $\{x / -2 \leq x \leq 3\}$



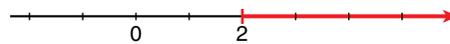
c) $\{x / -7 \leq x \leq 0\}$



d) $\{x / -3 \leq x\}$



e) $\{x / x > 2\}$



f) $\{x / -5 < x \leq 2\}$



Potencias y raíces

11 Expresa en forma de potencia con exponente fraccionario:

a) $\sqrt[3]{5^2}$

b) $\sqrt[5]{a^2}$

c) $\sqrt[8]{a^5}$

d) $\sqrt[3]{x}$

e) $\sqrt{a^{-1}}$

f) $\sqrt[4]{a^2}$

g) \sqrt{a}

h) $\sqrt{2}$

a) $5^{2/3}$

b) $a^{2/5}$

c) $a^{5/8}$

d) $x^{1/3}$

e) $a^{-1/2}$

f) $a^{2/4} = a^{1/2}$

g) $a^{1/2}$

h) $2^{1/2}$

12 Expresa en forma de raíz:

a) $3^{2/5}$

b) $2^{3/4}$

c) $a^{1/3}$

d) $a^{1/2}$

e) $x^{1/4}$

f) $a^{3/2}$

g) $x^{-1/2}$

h) $x^{-3/2}$

a) $\sqrt[5]{3^2} = \sqrt[5]{9}$

b) $\sqrt[4]{2^3} = \sqrt[4]{8}$

c) $\sqrt[3]{a}$

d) \sqrt{a}

e) $\sqrt[4]{x}$

f) $\sqrt{a^3}$

g) $\sqrt{x^{-1}}$

h) $\sqrt{x^{-3}}$

13 Calcula:

a) $25^{1/2}$ b) $27^{1/3}$ c) $125^{2/3}$ d) $81^{3/4}$

a) $25^{1/2} = (5^2)^{1/2} = 5^{2/2} = 5$

b) $27^{1/3} = (3^3)^{1/3} = 3^{3/3} = 3$

c) $125^{2/3} = (5^3)^{2/3} = 5^{3 \cdot 2/3} = 5^2 = 25$

d) $81^{3/4} = (3^4)^{3/4} = 3^3 = 27$

Página 58**14** Calcula las siguientes raíces:

a) $\sqrt[4]{16}$ b) $\sqrt[5]{243}$ c) $\sqrt[7]{0}$

d) $\sqrt[4]{1}$ e) $\sqrt[3]{-1}$ f) $\sqrt{-1}$

g) $\sqrt[3]{-27}$ h) $\sqrt{144}$

a) $\sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2$

b) $\sqrt[5]{243} = \sqrt[5]{3^5} = 3$

c) $\sqrt[7]{0} = 0$

d) $\sqrt[4]{1} = 1$

e) $\sqrt[3]{-1} = -1$

f) $\sqrt{-1}$ no existe

g) $\sqrt[3]{-27} = \sqrt[3]{(-3)^3} = -3$

h) $\sqrt{144} = \sqrt{12^2} = 12$

15 Obtén con la calculadora:

a) $\sqrt[5]{9}$ b) $\sqrt[3]{-173}$ c) $\sqrt[4]{14^3}$

d) $\sqrt[4]{\frac{3}{5}}$ e) $\sqrt{28^3}$ f) $28^{3/4}$

g) $8^{-1/3}$ h) $0,02^{1/2}$ i) $0,2^{-1/2}$

a) $\sqrt[5]{9} = 9^{1/5} \approx 1,55$

b) $\sqrt[3]{-173} \approx -5,57$

c) $\sqrt[4]{14^3} = 14^{3/4} \approx 7,24$

d) $\sqrt[4]{\frac{3}{5}} = \left(\frac{3}{5}\right)^{1/4} \approx 0,88$

e) $\sqrt{28^3} \approx 148,16$

f) $28^{3/4} \approx 12,17$

g) $8^{-1/3} = 0,5$

h) $0,02^{1/2} \approx 0,14$

i) $0,2^{-1/2} \approx 2,24$

Radicales**16** Multiplica y simplifica el resultado:

a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{6}$

b) $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a^2}$

c) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{8}$

d) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a^3}$

a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 6} = \sqrt{36} = 6$

b) $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a^2} = \sqrt[3]{a \cdot a^2} = \sqrt[3]{a^3} = a$

c) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{5 \cdot 10 \cdot 8} = \sqrt{400} = 20$

d) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a^3} = \sqrt{a \cdot a^3} = \sqrt{a^4} = a^2$

17 Simplifica los siguientes radicales:

a) $\sqrt[6]{5^3}$

b) $\sqrt[15]{2^{12}}$

c) $\sqrt[10]{a^8}$

d) $\sqrt[12]{a^4 \cdot b^8}$

e) $\sqrt[8]{x^2 y^2}$

f) $\sqrt[4]{x^{12}}$

a) $\sqrt[6]{a^3} = \sqrt{a}$

b) $\sqrt[15]{2^{12}} = \sqrt[5]{2^4} = \sqrt[5]{16}$

c) $\sqrt[10]{a^8} = \sqrt[5]{a^4}$

d) $\sqrt[12]{a^4 \cdot b^8} = \sqrt[3]{a \cdot b^2}$

e) $\sqrt[8]{x^2 \cdot y^2} = \sqrt[4]{x \cdot y}$

f) $\sqrt[4]{x^{12}} = x^3$

18 Reduce a índice común y ordena de menor a mayor en cada caso:

a) $\sqrt{2}, \sqrt[3]{3}, \sqrt[4]{4}$

b) $\sqrt[3]{2^4}, \sqrt[4]{5^3}, \sqrt[6]{3^5}$

a) $\sqrt{2}, \sqrt[3]{3}, \sqrt[4]{4}$

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt{2} = \sqrt[12]{2^6} = \sqrt[12]{64} \\ \sqrt[3]{3} = \sqrt[12]{3^4} = \sqrt[12]{81} \\ \sqrt[4]{4} = \sqrt[12]{4^3} = \sqrt[12]{64} \end{array} \right\} \sqrt{2} = \sqrt[4]{4} < \sqrt[3]{3}$$

b) $\sqrt[3]{2^4}, \sqrt[4]{5^3}, \sqrt[6]{3^5}$

$$\sqrt[3]{2^4} = \sqrt[12]{2^{16}}; \sqrt[4]{5^3} = \sqrt[12]{5^9}; \sqrt[6]{3^5} = \sqrt[12]{3^{10}}$$

$$\text{Como } 3^{10} < 2^{16} < 5^9 \rightarrow \sqrt[6]{3^5} < \sqrt[3]{2^4} < \sqrt[4]{5^3}$$

19 Divide y simplifica el resultado:

$$\text{a) } \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$$

$$\text{b) } \frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt{2}}$$

$$\text{c) } \sqrt[4]{\frac{5}{12}} : \sqrt[4]{\frac{20}{3}}$$

$$\text{d) } \frac{\sqrt[4]{a^2}}{\sqrt[4]{a}}$$

$$\text{e) } \sqrt{\frac{3}{2}} : \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\text{f) } \frac{\sqrt[6]{20}}{\sqrt[4]{10}}$$

$$\text{a) } \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{12}{3}} = \sqrt{4} = 2$$

$$\text{b) } \frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt[6]{4^2}}{\sqrt[6]{2^3}} = \sqrt[6]{\frac{4^2}{2^3}} = \sqrt[6]{2}$$

$$\text{c) } \sqrt[4]{\frac{5}{12}} : \sqrt[4]{\frac{20}{3}} = \sqrt[4]{\frac{5}{12} : \frac{20}{3}} = \sqrt[4]{\frac{5 \cdot 3}{12 \cdot 20}} = \sqrt[4]{\frac{1}{16}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{d) } \frac{\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[3]{a}} = \sqrt[3]{\frac{a^2}{a}} = \sqrt[3]{a}$$

$$\text{e) } \sqrt{\frac{3}{2}} : \sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{3}{2} : \frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{3^2}{2^2}} = \frac{3}{2}$$

$$\text{f) } \frac{\sqrt[6]{20}}{\sqrt[4]{10}} = \frac{\sqrt[12]{20^2}}{\sqrt[12]{10^3}} = \sqrt[12]{\frac{400}{1000}} = \sqrt[12]{\frac{4}{10}}$$

20 Extrae todos los factores que puedas de los siguientes radicales:

$$\text{a) } \sqrt[3]{16}$$

$$\text{b) } \sqrt{28}$$

$$\text{c) } \sqrt[4]{2^{10}}$$

$$\text{d) } \sqrt{8}$$

$$\text{e) } \sqrt{200}$$

$$\text{f) } \sqrt{300}$$

$$\text{a) } \sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{2^4} = 2 \sqrt[3]{2}$$

$$\text{b) } \sqrt{28} = \sqrt{7 \cdot 2^2} = 2 \sqrt{7}$$

$$\text{c) } \sqrt[4]{2^{10}} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 2^4 \cdot 2^2} = 4 \sqrt[4]{4}$$

$$\text{d) } \sqrt{8} = \sqrt{2^3} = 2 \sqrt{2}$$

$$\text{e) } \sqrt{200} = \sqrt{5^2 \cdot 2^3} = 5 \cdot 2 \sqrt{2} = 10 \sqrt{2}$$

$$\text{f) } \sqrt{300} = \sqrt{2^2 \cdot 5^2 \cdot 3} = 10 \sqrt{3}$$

21 Calcula y simplifica en cada caso:

$$\text{a) } (\sqrt{2})^{10}$$

$$\text{b) } (\sqrt[3]{2})^4$$

$$\text{c) } (\sqrt[4]{3^2})^8$$

$$\text{d) } \sqrt[4]{\sqrt{8}}$$

$$\text{e) } (\sqrt{\sqrt{2}})^{10}$$

$$\text{f) } (\sqrt[3]{\sqrt{2}})^6$$

a) $(\sqrt{2})^{10} = \sqrt{2^{10}} = 2^5 = 32$

b) $(\sqrt[3]{2})^4 = \sqrt[3]{2^4} = 2\sqrt[3]{2}$

c) $(\sqrt[4]{3^2})^8 = \sqrt[4]{3^{16}} = 3^4 = 81$

d) $\sqrt[4]{\sqrt{8}} = \sqrt[8]{8}$

e) $(\sqrt{\sqrt{2}})^{10} = \sqrt[4]{2^{10}} = \sqrt{2^5}$

f) $(\sqrt[3]{\sqrt{2}})^6 = \sqrt[6]{2^6} = 2$

22 (ESTÁ RESUELTO EN EL LIBRO).**23** Calcula y simplifica:

a) $\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 5\sqrt{3}$

b) $2\sqrt{8} + 4\sqrt{72} - 7\sqrt{18}$

c) $3\sqrt{2} + 4\sqrt{8} - \sqrt{32} + \sqrt{50}$

d) $5\sqrt{12} + \sqrt{27} - 8\sqrt{75} + \sqrt{48}$

e) $\sqrt{2} + \frac{3\sqrt{2}}{4} - \frac{5\sqrt{2}}{3}$

a) $\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = (1 + 3 - 5)\sqrt{3} = -\sqrt{3}$

$$\begin{aligned} \text{b) } 2\sqrt{8} + 4\sqrt{72} - 7\sqrt{18} &= 2\sqrt{2^3} + 4\sqrt{3^2 \cdot 2^3} - 7\sqrt{3^2 \cdot 2} = \\ &= 4\sqrt{2} + 24\sqrt{2} - 21\sqrt{2} = (4 + 24 - 21)\sqrt{2} = 7\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 3\sqrt{2} + 4\sqrt{8} - \sqrt{32} + \sqrt{50} &= 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2^3} - \sqrt{2^5} + \sqrt{5^2 \cdot 2} = \\ &= 3\sqrt{2} + 8\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = \\ &= (3 + 8 - 4 + 5)\sqrt{2} = 12\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } 5\sqrt{12} + \sqrt{27} - 8\sqrt{75} + \sqrt{48} &= 5\sqrt{2^2 \cdot 3} + \sqrt{3^3} - 8\sqrt{5^2 \cdot 3} + \sqrt{2^4 \cdot 3} = \\ &= 10\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 40\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = \\ &= (10 + 3 - 40 + 4)\sqrt{3} = -23\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\text{e) } \sqrt{2} + \frac{3\sqrt{2}}{4} - \frac{5\sqrt{2}}{3} = \frac{12\sqrt{2}}{12} + \frac{9\sqrt{2}}{12} - \frac{20\sqrt{2}}{12} = \frac{(12 + 9 - 20)\sqrt{2}}{12} = \frac{\sqrt{2}}{12}$$

24 Efectúa:

a) $\sqrt{320} + \sqrt{80} - \sqrt{500}$

b) $\sqrt{125} + \sqrt{54} - \sqrt{45}$

c) $\sqrt[3]{40} + \sqrt[3]{135} - \sqrt[3]{5}$

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt{320} + \sqrt{80} - \sqrt{500} &= \sqrt{2^6 \cdot 5} + \sqrt{2^4 \cdot 5} - \sqrt{2^2 \cdot 5^3} = \\ &= 2^3 \cdot \sqrt{5} + 2^2 \cdot \sqrt{5} - 2 \cdot 5\sqrt{5} = \\ &= 8\sqrt{5} + 4\sqrt{5} - 10\sqrt{5} = (8 + 4 - 10)\sqrt{5} = 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \sqrt{125} + \sqrt{54} - \sqrt{45} &= \sqrt{5^3} + \sqrt{3^3 \cdot 2} - \sqrt{3^2 \cdot 5} = \\ &= 5\sqrt{5} + 3\sqrt{6} - 3\sqrt{5} = 2\sqrt{5} + 3\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \sqrt[3]{40} + \sqrt[3]{135} - \sqrt[3]{5} &= \sqrt[3]{2^3 \cdot 5} + \sqrt[3]{3^3 \cdot 5} - \sqrt[3]{5} = \\ &= 2\sqrt[3]{5} + 3\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{5} = (2 + 3 - 1)\sqrt[3]{5} = 4\sqrt[3]{5} \end{aligned}$$

25 Racionaliza y simplifica:

$$\text{a) } \frac{2}{\sqrt{2}} \qquad \text{b) } \frac{4}{\sqrt{6}} \qquad \text{c) } \frac{6}{\sqrt{12}} \qquad \text{d) } \frac{3}{\sqrt{15}}$$

$$\text{a) } \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

$$\text{b) } \frac{4}{\sqrt{6}} = \frac{4\sqrt{6}}{6} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

$$\text{c) } \frac{6}{\sqrt{12}} = \frac{6\sqrt{12}}{12} = \frac{\sqrt{12}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$\text{d) } \frac{3}{\sqrt{15}} = \frac{3\sqrt{15}}{15} = \frac{\sqrt{15}}{5}$$

26 Racionaliza y simplifica:

$$\text{a) } \frac{3}{\sqrt[3]{5}} \qquad \text{b) } \frac{1}{\sqrt[8]{a^5}}$$

$$\text{c) } \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \qquad \text{d) } \frac{2}{\sqrt[4]{2}}$$

$$\text{a) } \frac{3}{\sqrt[3]{5}} = \frac{3 \cdot \sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5^2}} = \frac{3 \cdot \sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^3}} = \frac{3\sqrt[3]{25}}{5}$$

$$\text{b) } \frac{1}{\sqrt[8]{a^5}} = \frac{\sqrt[8]{a^3}}{\sqrt[8]{a^5} \cdot \sqrt[8]{a^3}} = \frac{\sqrt[8]{a^3}}{\sqrt[8]{a^8}} = \frac{\sqrt[3]{a^3}}{a}$$

$$\text{c) } \frac{1}{\sqrt[3]{x}} = \frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{x^2}} = \frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^3}} = \frac{\sqrt[3]{x^2}}{x}$$

$$\text{d) } \frac{2}{\sqrt[4]{2}} = \frac{2\sqrt[4]{2^3}}{\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{2^3}} = \frac{2\sqrt[4]{2^3}}{\sqrt[4]{2^4}} = \frac{2\sqrt[4]{8}}{2} = \sqrt[4]{8}$$

Página 59

27 Racionaliza y simplifica:

a) $\frac{2}{1 + \sqrt{2}}$

b) $\frac{4}{3 - \sqrt{2}}$

c) $\frac{23}{5 - \sqrt{2}}$

d) $\frac{1}{1 - \sqrt{3}}$

e) $\frac{1}{\sqrt{5} + 3}$

f) $\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$

g) $\frac{10}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$

h) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 3}$

i) $\frac{1 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}}$

a)
$$\frac{2}{1 + \sqrt{2}} = \frac{2(1 - \sqrt{2})}{(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2})} = \frac{2(1 - \sqrt{2})}{1 - 2} = \frac{2 - 2\sqrt{2}}{-1} = 2\sqrt{2} - 2$$

b)
$$\frac{4}{3 - \sqrt{2}} = \frac{4(3 + \sqrt{2})}{(3 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2})} = \frac{4(3 + \sqrt{2})}{9 - 2} = \frac{12 + 4\sqrt{2}}{7}$$

c)
$$\frac{23}{5 - \sqrt{2}} = \frac{23(5 + \sqrt{2})}{(5 - \sqrt{2})(5 + \sqrt{2})} = \frac{23(5 + \sqrt{2})}{25 - 2} = \frac{23(5 + \sqrt{2})}{23} = 5 + \sqrt{2}$$

d)
$$\frac{1}{1 - \sqrt{3}} = \frac{1 + \sqrt{3}}{(1 - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3})} = \frac{1 + \sqrt{3}}{1 - 3} = \frac{1 + \sqrt{3}}{-2} = -\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$$

e)
$$\frac{1}{\sqrt{5} + 3} = \frac{\sqrt{5} - 3}{(\sqrt{5} + 3)(\sqrt{5} - 3)} = \frac{\sqrt{5} - 3}{5 - 9} = \frac{\sqrt{5} - 3}{-4} = \frac{3 - \sqrt{5}}{4}$$

f)
$$\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{3 - 2} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

g)
$$\frac{10}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{10(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})} = \frac{10(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{3 - 2} = 10\sqrt{3} - 10\sqrt{2}$$

h)
$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 3} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2} - 3)}{(\sqrt{2} + 3)(\sqrt{2} - 3)} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2} - 3)}{2 - 9} = \frac{2 - 3\sqrt{2}}{-7} = \frac{3\sqrt{2} - 2}{7}$$

i)
$$\frac{1 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} = \frac{(1 + \sqrt{3})(1 + \sqrt{3})}{(1 - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3})} = \frac{1 + 2\sqrt{3} + 3}{1 - 3} = \frac{2\sqrt{3} + 4}{-2} = -\sqrt{3} - 2$$

PIENSA Y RESUELVE

28 ¿Cuántos números racionales hay entre 0,8̂ y 0,9̂? Pon ejemplos y razona tu respuesta.

Entre $0,\widehat{8}$ y $0,\widehat{9}$ hay infinitos números racionales. Basta con introducir nueves entre la parte entera y el primer decimal de $0,\widehat{8}$. Por ejemplo, $0,98$ está entre $0,\widehat{8}$ y $0,\widehat{9}$.

Lo mismo ocurre con $0,99\widehat{8}$; $0,999\widehat{8}$; $0,9999\widehat{8}$, y así, sucesivamente, vemos que podemos incluir infinitos números racionales entre $0,\widehat{8}$ y $0,\widehat{9}$.

- 29** Explica un procedimiento para construir un segmento que mida, exactamente, $\sqrt{13}$ cm.

Con un rectángulo 3×1 construimos su diagonal, que medirá $\sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$.

Con un rectángulo de dimensiones $\sqrt{10}$ y 1 construimos $\sqrt{11}$.

$$\sqrt{(\sqrt{10})^2 + 1^2} = \sqrt{10 + 1} = \sqrt{11}$$

Análogamente, con un rectángulo de dimensiones $\sqrt{11}$ y 1 construimos $\sqrt{12}$.

Finalmente, con un rectángulo de dimensiones $\sqrt{12}$ y 1 construimos $\sqrt{13}$.

- 30** ¿Cuáles de las siguientes raíces no existen?:

$$\sqrt[3]{-20}; \sqrt[6]{0,12}; \sqrt{-1}; \sqrt[3]{241}; \sqrt[4]{-16}$$

No existen las raíces de índice par y radicando negativo: $\sqrt{-1}$, $\sqrt[4]{-16}$ no existen.

- 31** Obtén con la calculadora:

a) $\frac{1 - \sqrt{5}}{3}$

b) $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2}$

c) $\frac{\sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}}$

a) $\frac{1 - \sqrt{5}}{3} \approx -0,41$

b) $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2} \approx 1,57$

c) $\frac{\sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} \approx 0,59$

- 32** (ESTÁ RESUELTO EN EL LIBRO).

- 33** Expresa como potencia única:

a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{3}$

b) $2\sqrt[3]{4}$

c) $a\sqrt{a}$

d) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt[3]{4}}$

e) $\frac{\sqrt[3]{a^8}}{a^2}$

f) $\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[6]{a}$

a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{3} = 3^{1/2} \cdot 3^{1/3} = 3^{1/2 + 1/3} = 3^{5/6}$

b) $2\sqrt[3]{4} = 2 \cdot \sqrt[3]{2^2} = 2 \cdot 2^{2/3} = 2^{1 + 2/3} = 2^{5/3}$

$$\begin{aligned} \text{c) } a\sqrt{a} &= a \cdot a^{1/2} = a^{3/2} \\ \text{d) } \frac{\sqrt{8}}{\sqrt[3]{4}} &= \frac{\sqrt{2^3}}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{2^{3/2}}{2^{2/3}} = 2^{3/2 - 2/3} = 2^{5/6} \\ \text{e) } \frac{\sqrt[3]{a^8}}{a^2} &= \frac{a^{8/3}}{a^2} = a^{8/3 - 2} = a^{2/3} \\ \text{f) } \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[6]{a} &= a^{2/3} \cdot a^{1/6} = a^{2/3 + 1/6} = a^{5/6} \end{aligned}$$

34 Expresa en forma exponencial:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } (\sqrt[5]{a^2})^3 & \text{b) } \sqrt[8]{a^5 \cdot a^2} & \text{c) } \sqrt[3]{\sqrt[4]{x}} \\ \text{d) } (\sqrt{a})^{-3} & \text{e) } (\sqrt[4]{a^2})^2 & \text{f) } (\sqrt{a})^5 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{a) } (\sqrt[5]{a^2})^3 = (a^{2/5})^3 = a^{6/5} & \text{b) } \sqrt[8]{a^5 \cdot a^2} = \sqrt[8]{a^7} = a^{7/8} \\ \text{c) } \sqrt[3]{\sqrt[4]{x}} = \sqrt[12]{x} = x^{1/12} & \text{d) } (\sqrt{a})^{-3} = (a^{1/2})^{-3} = a^{-3/2} \\ \text{e) } (\sqrt[4]{a^2})^2 = (a^{2/4})^2 = a & \text{f) } (\sqrt{a})^5 = (a^{1/2})^5 = a^{5/2} \end{array}$$

35 Reduce a un solo radical:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt[4]{2} & \text{b) } \sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[6]{a^5} & \text{c) } \frac{\sqrt[8]{8}}{\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt{2}} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{a) } \sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt[4]{2} = \sqrt[12]{2^8} \cdot \sqrt[12]{2^3} = \sqrt[12]{2^8 \cdot 2^3} = \sqrt[12]{2^{11}} \\ \text{b) } \sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[6]{a^5} = \sqrt[12]{a^9} \cdot \sqrt[12]{a^{10}} = \sqrt[12]{a^9 \cdot a^{10}} = \sqrt[12]{a^{19}} = a^{12}\sqrt[12]{a^7} \\ \text{c) } \frac{\sqrt[8]{8}}{\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt[8]{2^3}}{\sqrt[8]{2^2} \cdot \sqrt[8]{2^4}} = \sqrt[8]{\frac{2^3}{2^2 \cdot 2^4}} = \sqrt[8]{\frac{2^3}{2^6}} = \sqrt[8]{\frac{1}{2^3}} = \sqrt[8]{2^{-3}} \end{array}$$