Página 202

PRACTICA

Media y desviación típica

1 Las edades de los estudiantes de un curso de informática son:

17	17	18	19	18	20
20	17	18	18	19	19
21	20	21	19	18	18
19	21	20	18	17	17
21	20	20	19	20	18

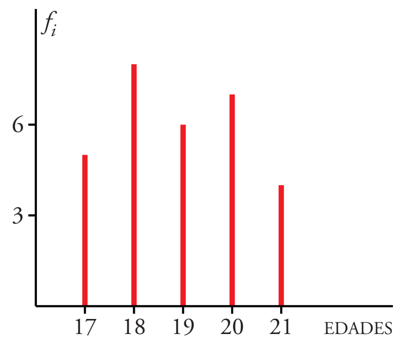
a) Haz una tabla de frecuencias y representa los datos con un diagrama adecuado.

b) Calcula la media y la desviación típica.

a) La variable x_i representa la edad de los estudiantes.

x_i	f_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
17	5	85	1 445
18	8	144	2 592
19	6	114	2 166
20	7	140	2 800
21	4	84	1 764
	30	567	10 767

Representamos los datos en un diagrama de barras:



b) $\bar{x} = \dfrac{\Sigma x_i f_i}{\Sigma f_i} = \dfrac{567}{30} = 18{,}9 \rightarrow$ La media es de 18,9 años

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma x_i^2 f_i}{\Sigma f_i} - \bar{x}^2 = \frac{10\,767}{30} - 18{,}9^2 = 1{,}69 \rightarrow \sigma = \sqrt{1{,}69} = 1{,}3 \rightarrow$$

$\rightarrow$ La desviación típica es de 1,3.

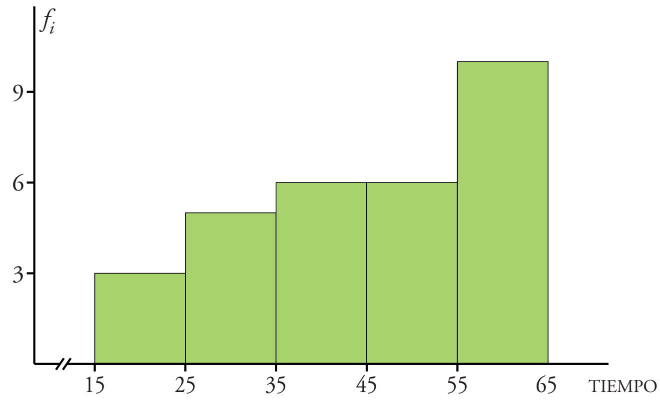
2 El tiempo, en minutos, que un grupo de estudiantes ha empleado en la realización de un examen viene dado en la siguiente tabla:

a) Representa los datos de la tabla en un diagrama adecuado.

b) Halla $\bar{x}$ y σ.

TIEMPO	Nº DE ESTUDIANTES
15 – 25	3
25 – 35	5
35 – 45	6
45 – 55	6
55 – 65	10

a) Representamos los datos en un histograma. Puesto que los intervalos son de la misma amplitud, la altura de cada barra coincidirá con la frecuencia (f_i).



b)

INTERVALO	MARCA DE CLASE (x_i)	f_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
15 - 25	20	3	60	1 200
25 - 35	30	5	150	4 500
35 - 45	40	6	240	9 600
45 - 55	50	6	300	15 000
55 - 65	60	10	600	36 000
		30	1 350	66 300

$$\bar{x} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i} = \frac{1\,350}{30} = 45$$

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma f_i x_i^2}{\Sigma f_i} - \bar{x}^2 = \frac{66\,300}{30} - 45^2 = 185 \quad \rightarrow \quad \sigma = \sqrt{185} \approx 13{,}6$$

La media es 45 y la desviación típica 13,6.

3 El número de faltas de ortografía que cometieron un grupo de estudiantes en un dictado fue:

0 3 1 2 0	**2 1 3 0 4**
0 1 1 4 3	**5 3 2 4 1**
5 0 2 1 0	**0 0 0 2 1**
2 1 0 0 3	**0 5 3 2 1**

a) Di cuál es la variable y de qué tipo es.

b) Haz una tabla de frecuencias y representa los datos en un diagrama adecuado.

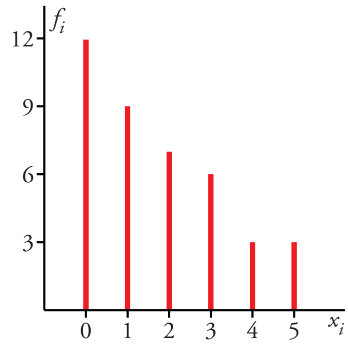
c) Calcula la media y la desviación típica.

a) Variable: "Número de faltas de ortografía". Es una variable cuantitativa discreta. Llamamos x_i a dicha variable y sus valores son 0, 1, 2, 3, 4 y 5.

b) Tabla de frecuencias:

x_i	f_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
0	12	0	0
1	9	9	9
2	7	14	28
3	6	18	54
4	3	12	48
5	3	15	75
	40	68	214

Diagrama de barras:



c) MEDIA: $\bar{x} = \dfrac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i} = \dfrac{68}{40} = 1,7$

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma f_i x_i^2}{\Sigma f_i} - \bar{x}^2 = \frac{214}{40} - 1,7^2 = 2,46$$

DESVIACIÓN TÍPICA: $\sigma = \sqrt{2,46} = 1,57$

4 **A un grupo de 30 personas se les ha tomado el número de pulsaciones por minuto (ritmo cardíaco) obteniéndose los siguientes resultados:**

87	**85**	**61**	**51**	**64**	**75**	**80**	**70**	**69**	**82**
80	**79**	**82**	**74**	**90**	**76**	**72**	**73**	**63**	**65**
67	**71**	**88**	**76**	**68**	**73**	**70**	**76**	**71**	**86**

a) Representa gráficamente esta distribución agrupando los datos en 6 intervalos.

b) Calcula la media y la desviación típica.

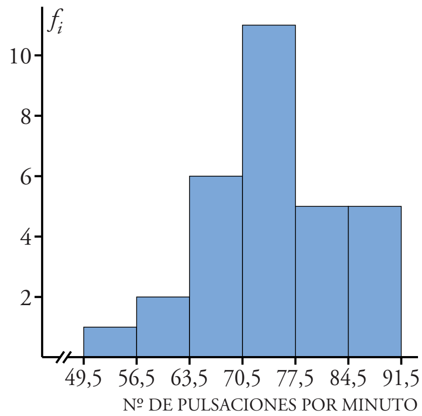
a) • Localizamos los valores extremos: 51 y 90 → recorrido = 39

• Buscamos un múltiplo de 6 (nº de intervalos) algo mayor que 39, por ejemplo $r' = 42$.

Así, cada intervalo tendrá una longitud de $\dfrac{42}{6} = 7$.

INTERVALOS	MARCAS DE CLASE (x_i)	f_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
49,5 - 56,5	53	1	53	2 809
56,5 - 63,5	60	2	120	7 200
63,5 - 70,5	67	6	402	26 934
70,5 - 77,5	74	11	814	60 236
77,5 - 84,5	81	5	405	32 805
84,5 - 91,5	88	5	440	38 720
		30	2 234	168 704

Puesto que los intervalos son de la misma longitud, la altura de cada barra en este histograma coincide con la frecuencia (f_i).



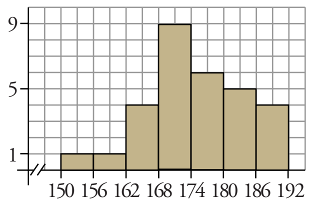
b) MEDIA: $\bar{x} = \dfrac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i} = \dfrac{2\,234}{30} = 74,47$

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma f_i x_i^2}{\Sigma f_i} - \bar{x}^2 =$$

$$= \frac{168\,704}{30} - 74,47^2 = 77,69$$

DESVIACIÓN TÍPICA = $\sigma = \sqrt{77,69} = 8,81$

5 **Este gráfico muestra las alturas de los árboles de un parque. Haz la tabla de frecuencias corres-pondiente y calcula $\bar{x}$ y σ.**



INTERVALOS	MARCA DE CLASE (x_i)	f_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
150 - 156	153	1	153	23 409
156 - 162	159	1	159	25 281
162 - 168	165	4	660	108 900
168 - 174	171	9	1 539	263 169
174 - 180	177	6	1 062	187 974
180 - 186	183	5	915	167 445
186 - 192	189	4	756	142 884
		30	5 244	919 062

MEDIA: $\bar{x} = \dfrac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i} = \dfrac{5\,244}{30} = 174,8$

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma f_i x_i^2}{\Sigma f_i} - \bar{x}^2 = \frac{919\,062}{30} - 174,8^2 = 80,36$$

DESVIACIÓN TÍPICA: $\sigma = \sqrt{80,36} = 8,96$

6 **En una maternidad se han tomado los pesos (en kilogramos) de 50 recién nacidos:**

2,8	**3,2**	**3,8**	**2,5**	**2,7**	**3,7**	**1,9**	**2,6**	**3,5**	**2,3**
3,0	**2,6**	**1,8**	**3,3**	**2,9**	**2,1**	**3,4**	**2,8**	**3,1**	**3,9**
2,9	**3,5**	**3,0**	**3,1**	**2,2**	**3,4**	**2,5**	**1,9**	**3,0**	**2,9**
2,4	**3,4**	**2,0**	**2,6**	**3,1**	**2,3**	**3,5**	**2,9**	**3,0**	**2,7**
2,9	**2,8**	**2,7**	**3,1**	**3,0**	**3,1**	**2,8**	**2,6**	**2,9**	**3,3**

a) Construye una tabla con los datos agrupados en 6 intervalos de amplitud 0,4 kg.

b) Representa gráficamente esta distribución.

c) Calcula la media y la desviación típica.

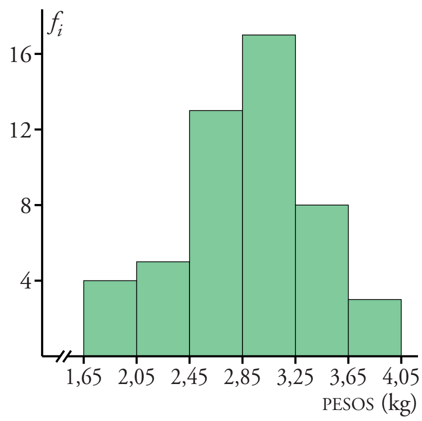
Localizamos los valores extremos: 1,8 y 3,9.

Recorrido = 3,9 – 1,8 = 2,1

a)

INTERVALOS	MARCA DE CLASE (x_i)	f_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
1,65 - 2,05	1,85	4	7,4	13,69
2,05 - 2,45	2,25	5	11,25	25,31
2,45 - 2,85	2,65	13	34,45	91,29
2,85 - 3,25	3,05	17	51,85	158,14
3,25 - 3,65	3,45	8	27,6	95,22
3,65 - 4,05	3,85	3	11,55	44,47
		50	144,1	428,12

b) Representamos los datos en un histograma; al ser los intervalos de la misma amplitud, la altura de cada barra corresponde a la frecuencia (f_i) de cada intervalo.



c) $\bar{x} = \dfrac{144,1}{50} = 2,9$ kg

$$\sigma^2 = \frac{428,12}{50} - 2,8^2 = 0,1524$$

$$\sigma = \sqrt{0,1524} = 0,39 \text{ kg}$$

7 **El número de personas que acudieron a las clases de natación de una piscina municipal fueron:**

38	32	54	47	50	58	46
47	55	60	43	60	45	48
40	53	59	48	39	48	56
52	48	55	60	53	43	52
46	55	56	54	48	39	50

a) Haz una tabla de frecuencias agrupando los datos en intervalos.

b) Representa gráficamente la distribución.

c) Halla $\bar{x}$ y σ.

Localizamos los valores extremos: 32 y 60.

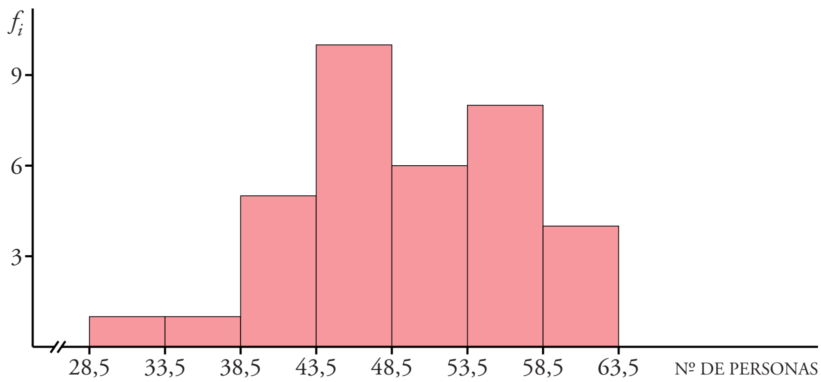
Recorrido = 60 – 32 = 28

Agrupamos los datos en 7 intervalos. Con el fin de que los extremos de los intervalos no coincidan con ninguno de los datos, tomamos cada intervalo de longitud 5, en vez de 4.

a)

INTERVALOS	MARCA DE CLASE (x_i)	f_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
28,5 - 33,5	31	1	31	961
33,5 - 38,5	36	1	36	1 296
38,5 - 43,5	41	5	205	8 405
43,5 - 48,5	46	10	460	21 160
48,5 - 53,5	51	6	306	15 606
53,5 - 58,5	56	8	448	25 088
58,5 - 63,5	61	4	244	14 884
		35	1 730	87 400

b) Representamos los datos en un histograma. La altura de cada rectángulo coincidirá con la frecuencia absoluta, por ser los intervalos de igual amplitud.



c) MEDIA: $\bar{x} = \frac{1\,730}{35} \approx 49,43$

$$\sigma^2 = \frac{87\,400}{35} - 49,43^2 = 53,82$$

DESVIACIÓN TÍPICA: $\sigma = \sqrt{53,82} \approx 7,34$

Página 203

Mediana, cuartiles y percentiles

8 **Las urgencias atendidas durante un mes en un centro de salud fueron:**

1 5 3 2 1	**6 4 2 2 3**
4 3 5 1 0	**1 5 3 3 6**
2 4 6 3 2	**4 3 2 1 5**

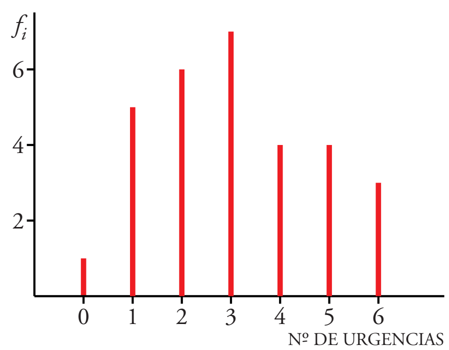
a) Haz una tabla de frecuencias y representa los datos.

b) Haz la tabla de frecuencias acumuladas y di cuál es la mediana.

a)

x_i = urgencias atendidas	f_i	F_i	en %
0	1	1	3,33
1	5	6	20
2	6	12	40
3	7	19	63,33
4	4	23	76,67
5	4	27	90
6	3	30	100

Representamos los datos en un diagrama de barras:



b) $Me = p_{50} = 3$ (para $x_i = 3$, F_i supera el 50%)

9 **La altura, en centímetros, de un grupo de alumnos y alumnas de una misma clase es:**

150, 169, 171, 172, 172, 175, 181

182, 183, 177, 179, 176, 184, 158

Calcula razonadamente la mediana y los cuartiles.

Colocamos los datos en orden creciente:

150 - 158 - 169 - 171 - 172 - 172 - 175 - 176 - 177 - 179 - 181 - 182 - 183 - 184

Hay 14 datos:

$\frac{14}{2} = 7 \rightarrow$ Mediana: $Me = \frac{175 + 176}{2} = 175{,}5$ cm

$\frac{14}{4} = 3{,}5 \rightarrow$ $Q_1 = 171$ cm (4º lugar)

$14 \cdot \frac{3}{4} = 10{,}5 \rightarrow Q_3 = 181$ cm (posición 11)

10 Calcula la mediana y los cuartiles de la siguiente distribución:

x_i	0	1	2	3	4	5
f_i	12	9	7	6	3	3

Completamos la tabla con las frecuencias acumuladas:

x_i	f_i	F_i	en %
0	12	12	30
1	9	21	52,5
2	7	28	70
3	6	34	85
4	3	37	92,5
5	3	40	100

- $Me = 1$, porque para $x_i = 1$ la F_i supera el 50%
- $Q_1 = 0$, porque para F_i supera el 25% para $x_i = 0$
- $Q_3 = 3$, porque F_i supera el 75% para $x_i = 3$

11 Halla la mediana, los cuartiles y el percentil 60 en cada una de las siguientes distribuciones, correspondientes a las notas obtenidas en un test que han hecho dos grupos de estudiantes:

A: 25 – 22 – 27 – 30 – 23 – 22 – 31 – 18
24 – 25 – 32 – 35 – 20 – 28 – 30

B: 27 – 32 – 19 – 22 – 25 – 30 – 21
29 – 23 – 31 – 21 – 20 – 18 – 27

Colocamos en orden creciente los datos:

A 18 - 20 - 22 - 22 - 23 - 24 - 25 - 25 - 27 - 28 - 30 - 30 - 31 - 32 - 35

Hay 15 datos:

- La mediana es el valor central (posición 8) $\rightarrow$ $Me = 25$
- $\frac{15}{4} = 3{,}75 \rightarrow Q_1 = 22$ (4ª posición)
- $15 \cdot \frac{3}{4} = 11{,}25 \rightarrow Q_3 = 30$ (12ª posición)
- $15 - \frac{60}{100} = 9 \rightarrow p_{60}$ será el valor intermedio de los datos situados en 9ª y 10ª posición, es decir:

$$p_{60} = \frac{27 + 28}{2} \rightarrow p_{60} = 27{,}5$$

B 18 - 19 - 20 - 21 - 21 - 22 - 23 - 25 - 27 - 27 - 29 - 30 - 31 - 32

Hay 14 datos:

- Los dos valores centrales son 23 y 25 $\rightarrow$ $Me = \dfrac{23 + 25}{2} = 24$
- $\dfrac{14}{4} = 3{,}5 \rightarrow Q_1 = 21$ (4ª posición)
- $14 \cdot \dfrac{3}{4} = 10{,}5 \rightarrow Q_3 = 29$ (11ª posición)
- $14 \cdot \dfrac{60}{100} = 8{,}4 \rightarrow p_{60} = 27$ (9ª posición)

12 **En la fabricación de cierto tipo de bombillas, se han detectado algunas defectuosas. Se han estudiado 200 cajas de 100 bombillas cada una, obteniéndose la siguiente tabla:**

DEFECTUOSAS	Nº DE CAJAS
1	5
2	15
3	38
4	42
5	49
6	32
7	17
8	2

Calcula la mediana, el cuartil superior y el percentil 20.

Hacemos la tabla de frecuencias acumuladas.

x_i	f_i	F_i	en %
1	5	5	2,5
2	15	20	10
3	38	58	29
4	42	100	50
5	49	149	74,5
6	32	181	90,5
7	17	198	99
8	2	200	100

Para $x_i = 4$, F_i iguala el 50%, luego la mediana será el valor intermedio entre 4 y el siguiente, 5, esto es, $Me = 4{,}5$.

$Q_3 = p_{75} = 6$

$p_{20} = 3$

PIENSA Y RESUELVE

13 **Deseamos hacer una tabla con datos agrupados a partir de 384 datos, cuyos valores extremos son 19 y 187.**

a) Si queremos que sean 10 intervalos de amplitud 17, ¿cuáles serán esos intervalos?

b) Haz otra distribución en 12 intervalos de la amplitud que creas conveniente.

Recorrido: $r = 187 - 19 = 168$

a) Buscamos un número algo mayor que el recorrido y que sea múltiplo de 10. Por ejemplo, $r' = 170$. De este modo, cada intervalo tendrá una longitud de 17.

Los intervalos son:

[18, 35); [35, 52); [52, 69); [69, 86); [86, 103); [103, 120)
[120, 137); [137, 154); [154, 171); [171, 188)

b) Buscamos ahora un número que sea múltiplo de 12, que es el número de intervalos en este caso.

$168 = 12 \cdot 14 \quad \rightarrow$ la amplitud de cada intervalo será 14.

Los intervalos son:

[19, 33); [33, 47); [47, 61); [61, 75); [75, 89); [89, 103)
[103, 117); [117, 131); [131, 145); [145, 159); [159, 173); [173, 187)

14 Los gastos mensuales de una empresa A tienen una media de 100 000 euros y una desviación típica de 12 500 euros. En otra empresa B la media es 15 000 euros y la desviación típica 2 500 euros. Calcula el coeficiente de variación y di cuál de las dos tiene mayor variación relativa.

Empresa A: $\left.\begin{array}{l}\bar{x} = 100\,000 \text{ €} \\ \sigma = \ \ 12\,500 \text{ €}\end{array}\right\}$ C.V. $= \dfrac{\sigma}{\bar{x}} = \dfrac{12\,500}{100\,000} = 0{,}125$ o bien 12,5%

Empresa B: $\left.\begin{array}{l}\bar{x} = 15\,000 \text{ €} \\ \sigma = \ \ 2\,500 \text{ €}\end{array}\right\}$ C.V. $= \dfrac{2\,500}{15\,000} = 0{,}1\widehat{6}$ o bien 16,67%

Tiene mayor variación relativa la empresa B.

15 El peso medio de los alumnos de una clase es 58,2 kg y su desviación típica 3,1 kg. El de las alumnas de esa clase es 52,4 kg y su desviación típica es 5,1 kg. Calcula el coeficiente de variación y compara la dispersión de ambos grupos.

Alumnos $\left\{\begin{array}{l}\bar{x} = 58{,}2 \text{ kg} \\ \sigma = \ \ 3{,}1 \text{ kg}\end{array}\right\}$ C.V. $= \dfrac{3{,}1}{58{,}2} = 0{,}053 \ \rightarrow \ 5{,}3\%$

Alumnas $\left\{\begin{array}{l}\bar{x} = 52{,}4 \text{ kg} \\ \sigma = \ \ 5{,}1 \text{ kg}\end{array}\right\}$ C.V. $= \dfrac{5{,}1}{52{,}4} = 0{,}097 \ \rightarrow \ 9{,}7\%$

El peso medio de las alumnas es más variable que el peso de los alumnos.

16 Se han medido los pesos y las alturas de 6 personas, obteniéndose los siguientes datos:

Calcula el coeficiente de variación y di si están más dispersos los pesos o las alturas.

PESOS (kg)	ALTURAS (m)
65	1,7
60	1,5
63	1,7
63	1,7
68	1,75
68	1,8

PESOS (x_i)	f_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
60	1	60	3 600
63	2	126	7 938
65	1	65	4 225
68	2	136	9 248
	6	387	25 011

$$\bar{x} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i} = \frac{387}{6} = 64{,}5 \text{ kg}$$

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma f_i x_i^2}{\Sigma f_i} - \bar{x}^2 = \frac{25\,011}{6} - 64{,}5^2 = 8{,}25 \quad \rightarrow \quad \sigma = \sqrt{8{,}25} = 2{,}87 \text{ kg}$$

$$\text{C.V.} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2{,}87}{64{,}5} = 0{,}044 \text{ o bien } 4{,}4\%$$

ALTURAS (y_i)	f_i	$f_i y_i$	$f_i y_i^2$
1,5	1	1,5	2,25
1,7	3	5,1	8,67
1,75	1	1,75	3,06
1,8	1	1,8	3,24
	6	10,15	17,22

$$\bar{y} = \frac{\Sigma f_i y_i}{\Sigma f_i} = \frac{10{,}15}{6} = 1{,}69 \text{ m}$$

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma f_i y_i^2}{\Sigma f_i} - \bar{y}^2 = \frac{17{,}22}{6} - 1{,}69^2 = 0{,}0139 \quad \rightarrow \quad \sigma = \sqrt{0{,}0139} = 0{,}12 \text{ m}$$

$$\text{C.V.} = \frac{\sigma}{\bar{y}} = \frac{0{,}12}{1{,}69} = 0{,}071 \text{ o bien } 7{,}1\%$$

Están más dispersas las alturas que los pesos.

17 **En una regata de veleros, los tiempos, en minutos, empleados por los participantes en hacer el primer recorrido han sido:**

43,7	52	49,5	47,3	42,5
51,6	50,2	48,4	39,8	40,6
41,2	41,8	44	54	45,2
46,4	42,8	49	50,8	58

a) **Representa gráficamente los datos.**

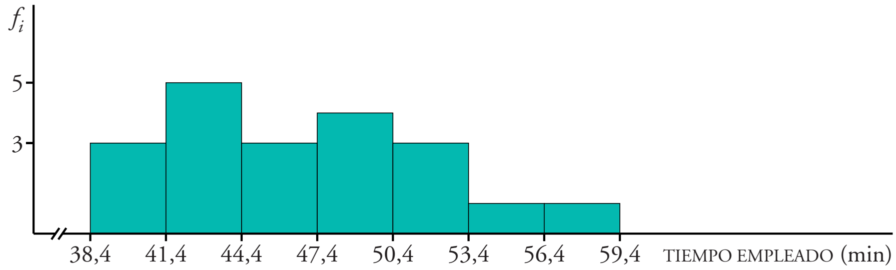
b) **Calcula $\bar{x}$ y σ.**

c) **Ordena los datos y calcula la mediana y los cuartiles.**

a) El número de valores distintos que hay es grande; luego, es adecuado agruparlos en intervalos.

Recorrido = 58 – 39,8 = 18,2

Tomamos 7 intervalos de amplitud 3.



b)

INTERVALO	f_i	MARCA (x_i)	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
38,4 - 41,4	3	39,9	119,7	4 776,03
41,4 - 44,4	5	42,9	214,5	9 202,05
44,4 - 47,4	3	45,9	137,7	6 320,43
47,4 - 50,4	4	48,9	195,6	9 564,84
50,4 - 53,4	3	51,9	155,7	8 080,83
53,4 - 56,4	1	54,9	54,9	3 014,01
56,4 - 59,4	1	57,9	57,9	3 352,41
	20		936	44 310,6

MEDIA $\rightarrow$ $\bar{x} = \dfrac{936}{20} = 46{,}8$ minutos

$\sigma^2 = \dfrac{44\,310{,}6}{20} - 46{,}8^2 = 25{,}29$

DESVIACIÓN TÍPICA $\rightarrow$ $\sigma = \sqrt{25{,}29} = 5{,}03$ minutos

c) Ordenamos los datos:

39,8 - 40,6 - 41,2 - 41,8 - 42,5 - 42,8 - 43,7 - 44 - 45,2 - 46,4

47,3 - 48,4 - 49 - 49,5 - 50,2 - 50,8 - 51,6 - 52 - 54 - 58

Hay 20 datos:

$\dfrac{20}{2} = 10$ $\rightarrow$ La mediana es el valor intermedio de los valores situados en las posiciones 10 y 11:

$Me = \dfrac{46{,}4 + 47{,}3}{2} = 46{,}85$

$\dfrac{20}{4} = 5$ $\rightarrow$ Q_1 es la media aritmética de 42,5 y 42,8, valores situados en 5ª y 6ª posición:

$Q_1 = \dfrac{42{,}5 + 42{,}8}{2} = 42{,}65$

$20 \cdot \dfrac{3}{4} = 15$ $\rightarrow$ Q_3 es el valor intermedio entre 50,2 y 50,8, valores que ocupan la posición 15 y 16, respectivamente:

$Q_3 = \dfrac{50{,}2 + 50{,}8}{2} = 50{,}5$

Página 204

18 El número de errores cometidos en un test por un grupo de personas viene reflejado en la siguiente tabla:

Nº DE ERRORES	0	1	2	3	4	5	6
Nº DE PERSONAS	10	12	8	7	5	4	3

a) Halla la mediana y los cuartiles inferior y superior, y explica su significado.

b) ¿Cuál es el número medio de errores por persona?

Construimos la tabla de frecuencias acumuladas:

Nº DE ERRORES (x_i)	Nº DE PERSONAS (f_i)	$x_i f_i$	F_i	EN %
0	12	0	12	23,53
1	12	12	24	47,06
2	8	16	32	62,75
3	7	21	39	76,47
4	5	20	44	86,27
5	4	20	48	94,12
6	3	18	51	100
	51	107		

a) $Me = 2$. Significa que el 50% de las personas cometen 0, 1 ó 2 errores.

$Q_1 = 1$. El 25% de las personas comete 1 error o ninguno.

$Q_3 = 3$. El 75% de las personas comente 3 errores o menos de 3 errores.

b) $\bar{x} = \dfrac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i} = \dfrac{107}{51} \approx 2{,}1$

El número medio de errores por persona es ligeramente superior a 2.

19 Al preguntar a un grupo de personas cuánto tiempo dedicaron a ver televisión durante un fin de semana, se obtuvieron estos resultados:

TIEMPO (en horas)	NÚMERO DE PERSONAS
[0; 0,5)	10
[0,5; 1,5)	10
[1,5; 2,5)	18
[2,5; 4)	12
[4, 8)	12

Dibuja el histograma correspondiente y halla la media y la desviación típica.

Como los intervalos no son de la misma longitud, para representar la distribución mediante un histograma pondremos en cada barra una altura tal que el área sea proporcional a la frecuencia:

$[0; 0{,}5) \quad \to \quad a_1 = 0{,}5 \qquad f_1 = 10 \quad \to \quad h_1 = \dfrac{10}{0{,}5} = 20$

$[0{,}5; 1{,}5) \quad \to \quad a_2 = 1 \qquad f_2 = 10 \quad \to \quad h_2 = 10$

$[1{,}5; 2{,}5) \quad \to \quad a_3 = 1 \qquad f_3 = 18 \quad \to \quad h_3 = 18$

$[2{,}5; 4) \quad \to \quad a_4 = 1{,}5 \qquad f_4 = 12 \quad \to \quad h_4 = \dfrac{12}{1{,}5} = 8$

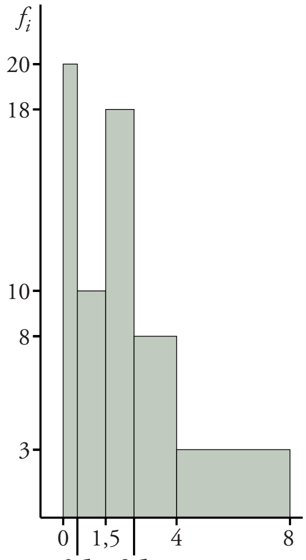
$[4; 8) \quad \to \quad a_5 = 4 \qquad f_5 = 12 \quad \to \quad h_5 = \dfrac{12}{4} = 3$

$$\overline{x} = \frac{159{,}5}{62} = 2{,}57$$

$$\sigma^2 = \frac{641{,}375}{62} - 2{,}57^2 = 3{,}74 \quad \to$$

$$\to \quad \sigma = \sqrt{3{,}74} = 1{,}93$$

TIEMPO	MARCA (x_i)	f_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
[0; 0,5)	0,25	10	2,5	0,625
[0,5; 1,5)	1	10	10	10
[1,5; 2,5)	2	18	36	72
[2,5; 4)	3,25	12	39	126,75
[4; 8)	6	12	72	432
		62	159,5	641,375



20 **En una población de 25 familias se ha observado la variable X = "número de coches que tiene la familia" y se han obtenido los siguientes datos:**

0	**1**	**2**	**3**	**1**
0	**1**	**1**	**1**	**4**
3	**2**	**2**	**1**	**1**
2	**2**	**1**	**1**	**1**
2	**1**	**3**	**2**	**1**

a) Construye la tabla de frecuencias de la distribución X.

b) Haz el diagrama de barras.

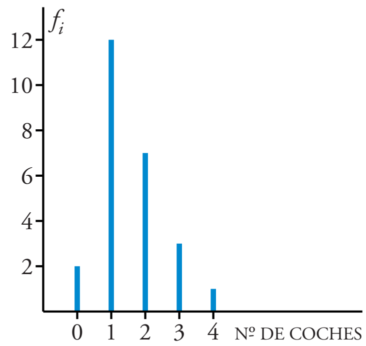
c) Calcula la media y la desviación típica.

d) Halla la mediana y los cuartiles.

a)

x_i	f_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$	F_i	en %
0	2	0	0	2	8
1	12	12	12	14	56
2	7	14	28	21	84
3	3	9	27	24	96
4	1	4	16	25	100
	25	39	83		

b)



c) $\bar{x} = \dfrac{39}{25} = 1{,}56$

$\sigma^2 = \dfrac{83}{25} - 1{,}56^2 = 0{,}89 \;\rightarrow\; \sigma = \sqrt{0{,}89} \approx 0{,}94$

d) $Me = 1$, $Q_1 = 1$ y $Q_3 = 2$

21 **Se ha estudiado la edad de los usuarios de un videojuego y se han obtenido los siguientes datos:**

EDAD	Nº DE PERSONAS
12	85
13	72
14	63
15	60
16	52
17	48

Halla la mediana y los cuartiles superior e inferior, y explica su significado.

x_i = EDAD	f_i	F_i	EN %
12	85	85	22,4
13	72	157	41,3
14	63	220	57,9
15	60	280	73,7
16	52	332	87,4
17	48	380	100

$Me = p_{50} = 14$ porque para $x_i = 14$, F_i supera el 50%

$Q_1 = p_{25} = 13$ porque para $x_i = 13$, F_i supera el 25%

$Q_3 = p_{75} = 16$ porque para $x_i = 16$, F_i supera el 75%

Significado:

El 25% de los usuarios de videojuego tiene menos de 13 años; el 50% tiene menos de 14 años y el 75% tiene menos de 16 años.

22 **Un dentista observa el número de caries en cada uno de los 100 niños de un colegio y obtiene los resultados resumidos en esta tabla:**

NÚMERO DE CARIES	0	1	2	3	4
FRECUENCIA ABSOLUTA	25	20	y	15	x
FRECUENCIA RELATIVA	0,25	0,2	z	0,15	0,05

a) Completa la tabla obteniendo x, y, z.

b) Calcula el número medio de caries.

a) La frecuencia relativa es el cociente entre la frecuencia absoluta y el número total de individuos (100, en nuestro caso).

$0{,}05 = \dfrac{x}{100} \rightarrow x = 5$

$25 + 20 + y + 15 + 5 = 100 \rightarrow y = 35$

$z = \dfrac{y}{100} = \dfrac{35}{100} \rightarrow z = 0{,}35$

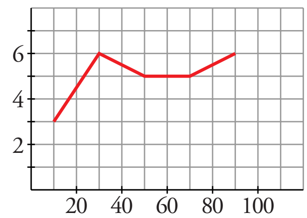
b)

Nº DE CARIES (x_i)	f_i	$f_i x_i$
0	25	0
1	20	20
2	35	70
3	15	45
4	5	20
	100	155

$\bar{x} = \dfrac{155}{100} = 1{,}55$

El número medio de caries es de 1,55.

23 **Este es el polígono de frecuencias correspondiente a una distribución de datos agrupados en intervalos:**



a) Escribe la tabla de frecuencias absolutas.

b) Calcula la media y la desviación típica de la distribución.

a)

INTERVALOS	MARCA DE CLASE (x_i)	f_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
[0, 20)	10	3	30	300
[20, 40)	30	6	180	5 400
[40, 60)	50	5	250	12 500
[60, 80)	70	5	350	24 500
[80, 100)	90	6	540	48 600
		25	1 350	91 300

b) $\bar{x} = \dfrac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i} = \dfrac{1\,350}{25} = 54 \rightarrow \bar{x} = 54$

$\sigma^2 = \dfrac{\Sigma f_i x_i^2}{\Sigma f_i} - \bar{x}^2 = \dfrac{91\,300}{25} - 54^2 = 736 \rightarrow$

$\rightarrow \sigma = \sqrt{736} \approx 27{,}13 \rightarrow \sigma = 27{,}13$

24 **Completa la siguiente tabla estadística, donde *f*, *F* y *fr* representan, respectivamente, la frecuencia absoluta, la frecuencia absoluta acumulada y la frecuencia relativa.**

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	4	4	8	7	5	10	7	5
F	4	8	**16**	23	**28**	**38**	**45**	50
fr	**0,08**	0,08	**0,16**	**0,14**	0,1	0,2	0,14	0,1

☛ *Recuerda que* $fr = f/n$ *y calcula* n.

De la primera fila se obtiene fácilmente el valor de n:

$$fr = \frac{f}{n} \;\rightarrow\; 0{,}08 = \frac{4}{n} \;\rightarrow\; n = 50$$

25 **Completa la siguiente tabla:**

x_i	f_i	F_i	%
1		4	
2	5		10
3		16	
4	10		
5		41	
6			18

a) Calcula $\bar{x}$.

b) Halla la mediana de la distribución.

x_i	f_i	F_i	%	$f_i x_i$
1	4	4	4,4	4
2	5	9	10	10
3	7	16	17,8	21
4	10	26	28,9	40
5	15	41	45,6	75
6	49	90	100	294
	90			444

Si $F_i = 9$ equivale al 10%, el 100% será

$F_i = 9 \cdot 10 = 90$

a) $\bar{x} = \dfrac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i} = \dfrac{444}{90} \approx 4{,}93 \;\rightarrow\; \bar{x} = 4{,}93$

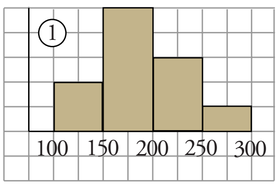
b) $Me = 6$ porque para $x_i = 6$, la F_i supera al 50%.

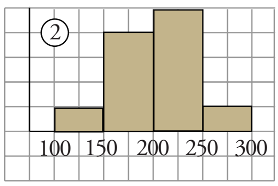
Página 205

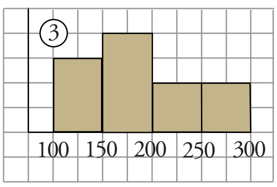
26 **Se ha medido el nivel de colesterol en cuatro grupos de personas sometidas a diferentes dietas. Las medias y las desviaciones típicas son las que figuran en esta tabla:**

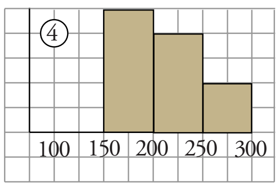
DIETA	A	B	C	D
$\bar{x}$	211,3	188,6	202,2	185
σ	37,4	52,6	39,1	43,6

Las gráficas son, no respectivamente:









Asocia a cada dieta la gráfica que le corresponde.

Fijándonos en las gráficas, se observa que los grupos 1 y 3 tienen una media inferior a 200, mientras que las medias de 2 y 4 son superiores a ese número. Luego podemos asociar:

$$\text{A y C} \rightarrow 2 \text{ y } 4$$

$$\text{B y D} \rightarrow 1 \text{ y } 3$$

Por otra parte, las personas de 2 tienen el nivel de colesterol más disperso que las de 4. Según esto, su desviación típica será mayor, por lo que C $\leftrightarrow$ 2 y A $\leftrightarrow$ 4. Análogamente, B $\leftrightarrow$ 3 y D $\leftrightarrow$ 1.

27 Las estaturas de los 40 alumnos y alumnas de una clase vienen dadas en la tabla adjunta. ¿En qué intervalo estará la mediana?

ALTURA	Nº DE ALUMNOS
158,5 - 163,5	1
163,5 - 168,5	5
168,5 - 173,5	11
173,5 - 178,5	14
178,5 - 183,5	6
183,5 - 188,5	3

El primer intervalo cuya F_i sea mayor que 20 (mitad del número de alumnos) es 173,5 - 178,5.

Concretamente, $F_i = 1 + 5 + 11 + 14 = 31$. Luego la mediana estará en el intervalo 173,5 - 178,5.

28 Completa la tabla de esta distribución en la que sabemos que su media es 2,7.

x_i	1	2	3	4
f_i	3	…	7	5

Llamamos z a la frecuencia absoluta del dato $x_i = 2$.

Aplicamos la definición de la media:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i} \rightarrow 2,7 = \frac{3 + 2z + 21 + 20}{15 + z}$$

$$2,7 \cdot (15 + z) = 44 + 2z$$

$$40,5 + 2,7z = 44 + 2z \rightarrow 0,7z = 3,5 \rightarrow z = 5$$

29 Si a todos los datos de una distribución le sumamos un mismo número, ¿qué le ocurre a la media? ¿Y a la desviación típica? ¿Y si multiplicamos todos los datos por un mismo número?

Llamamos a al valor sumado a cada dato de la distribución:

- MEDIA

$$\frac{(x_1 + a)f_1 + (x_2 + a)f_2 + \dots + (x_n + a)f_n}{n} =$$

$$= \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_n f_n + a(f_1 + f_2 + \dots + f_n)}{n} =$$

$$= \frac{\Sigma f_i x_i}{n} + a\frac{\Sigma f_i}{n} = \bar{x} + a, \text{ puesto que } \frac{\Sigma f_i}{n} = \frac{n}{n} = 1$$

La nueva media es el valor de la media original más el valor que hemos sumado a cada dato.

- DESVIACIÓN TÍPICA:

$$\frac{\Sigma f_i (x_i + a)^2}{\Sigma f_i} - (\overline{x} + a)^2 = \frac{\Sigma f_i x_i^{\,2} + \Sigma f_i a^2 + \Sigma f_i 2x_i a}{\Sigma f_i} - \overline{x}^2 - a^2 - 2\overline{x}a =$$

$$= \frac{\Sigma f_i x_i^{\,2}}{\Sigma f_i} + a^2 + 2a\overline{x} - \overline{x}^2 - a^2 - 2\overline{x}a =$$

$$= \frac{\Sigma f_i x_i^{\,2}}{\Sigma f_i} - \overline{x}^2$$

La desviación típica no se ve alterada al sumar a todos los datos de la distribución un mismo número.

Supongamos ahora que todos los datos se multiplican por un mismo valor a:

- MEDIA $= \dfrac{ax_1 f_1 + ax_2 f_2 + \ldots + ax_n f_n}{n} = a\overline{x} \;\rightarrow$ la media queda multiplicada por dicho valor.

- DESVIACIÓN TÍPICA:

$$\frac{\Sigma f_i (x_i a)^2}{\Sigma f_i} - (\overline{x}a)^2 = \frac{a^2 \Sigma f_i x_i^{\,2}}{\Sigma f_i} - a^2\overline{x}^2 = a^2\left(\frac{\Sigma f_i x_i^{\,2}}{\Sigma f_i} - \overline{x}^2\right)$$

La varianza quedaría multiplicada por a^2, luego la desviación típica queda multiplicada por a.