

10 Función cuadrática



1. Función cuadrática y traslación vertical

PIENSA Y CALCULA

Completa la siguiente tabla y di qué números se obtienen en la última fila:

Longitud del lado: x	0		1		2		3		4		5		6	...
Superficie: $y = x^2$					4		9							...
Diferencia de áreas						5								...

Solución:

Longitud del lado: x	0		1		2		3		4		5		6	...
Superficie: $y = x^2$	0		1		4		9		16		25		36	...
Diferencia de áreas		1		3		5		7		9		11		...

Son los números impares.

APLICA LA TEORÍA

1 ¿Cuáles de las siguientes funciones son cuadráticas?

- a) $y = 2x - 5$
- b) $y = -3x^2 + 4x - 1$
- c) $y = 5x^3 - 4x^2 + 6x$
- d) $y = x^2 + 1$

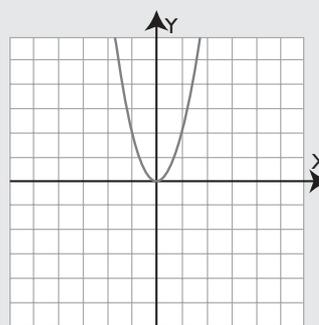
Solución:

b) y d)

2 Representa la parábola $y = 2x^2$

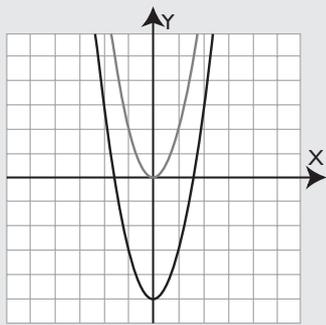
- a) Escribe su eje de simetría.
- b) ¿Cuándo es creciente?
- c) ¿Cuándo es decreciente?
- d) Escribe el vértice y di si es máximo o mínimo.
- e) ¿Es convexa (\cup) o cóncava (\cap)?
- f) A partir de ella dibuja la parábola $y = 2x^2 - 5$

Solución:



- a) $x = 0$
- b) Cuando $x > 0$
- c) Cuando $x < 0$
- d) $V(0, 0)$ es mínimo.
- e) Es convexa, (\cup)

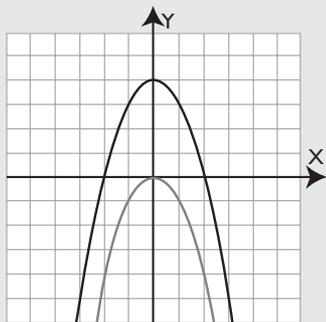
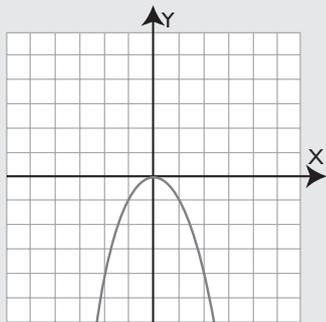
f)



3 Representa la parábola $y = -x^2$. A partir de ella dibuja la parábola $y = -x^2 + 4$. De ésta:

- Escribe el eje de simetría.
- ¿Cuándo es creciente? ¿Cuándo es decreciente?
- Escribe el vértice y di si es máximo o mínimo.
- ¿Es convexa (\cup) o cóncava (\cap)?

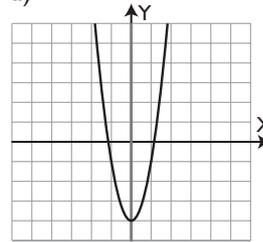
Solución:



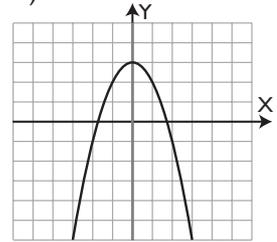
- $x = 0$
- Creciente: cuando $x < 0$
Decreciente: cuando $x > 0$
- $V(0, 4)$ es máximo.
- Es cóncava, (\cap)

4 Halla la ecuación de las siguientes parábolas:

a)

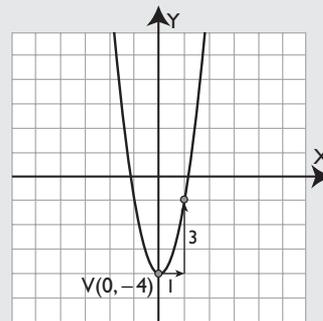


b)



Solución:

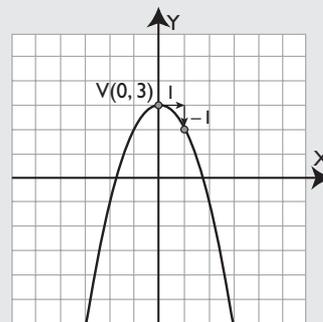
a)



$$c = -4, a = 3$$

$$y = 3x^2 - 4$$

b)



$$c = 3, a = -1$$

$$y = -x^2 + 3$$

2. Traslación horizontal y vertical

PIENSA Y CALCULA

1. Desarrolla mentalmente los siguientes cuadrados:

a) $(x + 3)^2$ b) $(x - 2)^2$

2. Factoriza mentalmente los siguientes trinomios:

a) $x^2 + 2x + 1$ b) $x^2 - 10x + 25$

Solución:

1. a) $x^2 + 6x + 9$ b) $x^2 - 4x + 4$

2. a) $(x + 1)^2$ b) $(x - 5)^2$

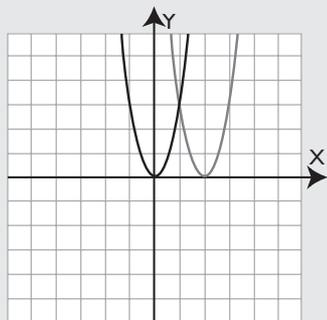
APLICA LA TEORÍA

5 Representa la parábola $y = 3x^2$

A partir de ella dibuja la parábola $y = 3(x - 2)^2$. De ésta halla:

- a) El eje de simetría.
- b) El vértice. Di si es máximo o mínimo.

Solución:



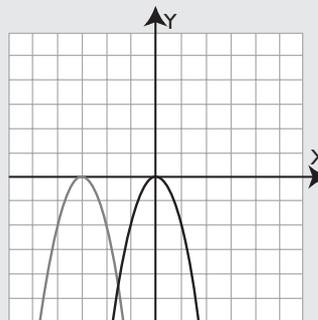
- a) $x = 2$
- b) $V(2, 0)$ es un mínimo.

6 Representa la parábola $y = -2x^2$

A partir de ella dibuja la parábola $y = -2(x + 3)^2$. De ésta halla:

- a) Su eje de simetría.
- b) El vértice. Di si es máximo o mínimo.

Solución:



- a) $x = -3$
- b) $V(-3, 0)$ es un máximo.

7 Representa la parábola $y = x^2$

A partir de ella dibuja la parábola:

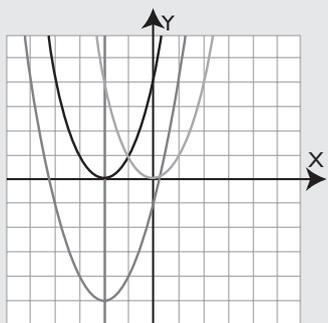
$$y = (x + 2)^2$$

A partir de ella dibuja la parábola $y = (x + 2)^2 - 5$.

De ésta halla:

- El eje de simetría.
- Su vértice. Di si es máximo o mínimo.

Solución:



- $x = -2$
- $V(-2, -5)$ es mínimo.

8 Representa la parábola $y = -3x^2$

A partir de ella dibuja la parábola:

$$y = -3(x - 2)^2$$

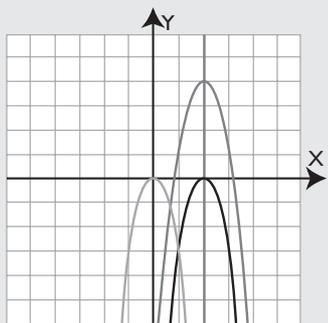
A partir de ella dibuja la parábola:

$$y = -3(x - 2)^2 + 4$$

De ésta halla:

- El eje de simetría.
- El vértice. Di si es máximo o mínimo.

Solución:



- $x = 2$
- $V(2, 4)$ es máximo.

9 Halla el eje de simetría de la siguiente parábola:

$$y = x^2 - 4x + 1$$

Solución:

$$x = -\frac{b}{2a}$$

$$a = 1, b = -4$$

$$x = -\frac{-4}{2} = 2$$

10 Halla el eje de simetría de la siguiente parábola:

$$y = -2x^2 + 6x - 3$$

Solución:

$$x = -\frac{b}{2a}$$

$$a = -2, b = 6$$

$$x = -\frac{6}{2(-2)} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

11 Halla el eje de simetría de la siguiente parábola:

$$y = 3x^2 + 12x + 5$$

Solución:

$$x = -\frac{b}{2a}$$

$$a = 3, b = 12$$

$$x = -\frac{12}{2 \cdot 3} = -\frac{12}{6} = -2$$

12 Halla el eje de simetría de la siguiente parábola:

$$y = -4x^2 + 8x - 1$$

Solución:

$$x = -\frac{b}{2a}$$

$$a = -4, b = 8$$

$$x = -\frac{8}{2(-4)} = \frac{8}{8} = 1$$

3. Parábola general $y = ax^2 + bx + c$

PIENSA Y CALCULA

El eje de una parábola es $x = 3$ y se sabe que $a = 1$. ¿Cuánto vale b ?

Solución:

$$x = -\frac{b}{2a} \Rightarrow b = -2ax \Rightarrow b = -6$$

APLICA LA TEORÍA

- 13** Calcula mentalmente el punto donde corta al eje **Y** la parábola siguiente: $y = x^2 - 3x + 5$

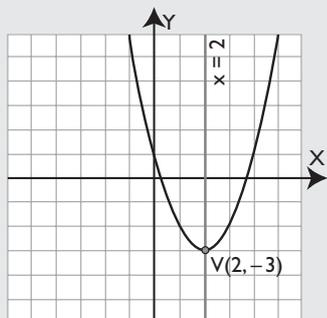
Solución:

(0, 5)

- 14** Dada la parábola siguiente: $y = x^2 - 4x + 1$
- Halla el eje de simetría.
 - Halla el vértice. Di si es máximo o mínimo.
 - Representa la parábola.

Solución:

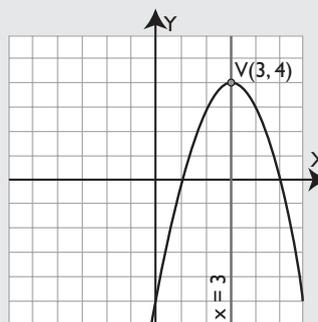
- $x = 2$
- $V(2, -3)$ es mínimo.
- Gráfica:



- 15** Dada la parábola siguiente: $y = -x^2 + 6x - 5$
- Halla el eje de simetría.
 - Halla el vértice. Di si es máximo o mínimo.
 - Representa la parábola.

Solución:

- $x = 3$
- $V(3, 4)$ es máximo.
- Gráfica:

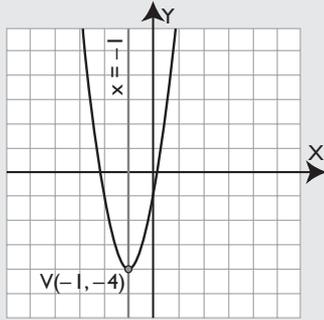


16 Dada la parábola siguiente: $y = 3x^2 + 6x - 1$

- Halla el eje de simetría.
- Halla el vértice. Di si es máximo o mínimo.
- Representa la parábola.

Solución:

- $x = -1$
- $V(-1, -4)$ es mínimo.
- Gráfica:

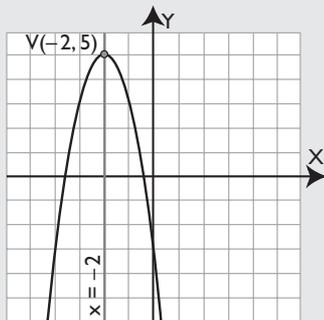


17 Dada la parábola siguiente: $y = -2x^2 - 8x - 3$

- Halla el eje de simetría.
- Halla el vértice. Di si es máximo o mínimo.
- Representa la parábola.

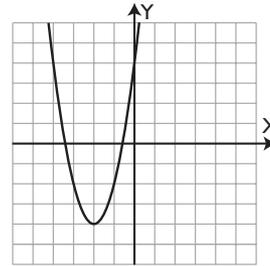
Solución:

- $x = -2$
- $V(-2, 5)$ es máximo.
- Gráfica:

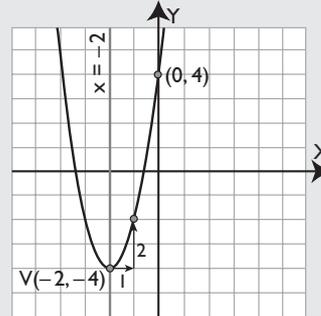


Halla la ecuación de las siguientes parábolas:

18



Solución:



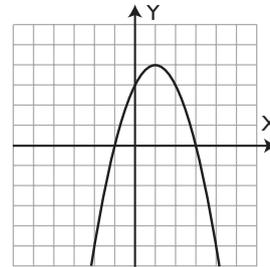
$$a = 2$$

$$x = -2, b = -2ax \Rightarrow b = 8$$

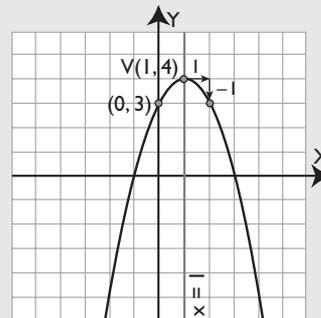
$$c = 4$$

$$y = 2x^2 + 8x + 4$$

19



Solución:



$$a = -1$$

$$x = 1, b = -2ax \Rightarrow b = 2$$

$$c = 3$$

$$y = -x^2 + 2x + 3$$

4. Puntos de corte

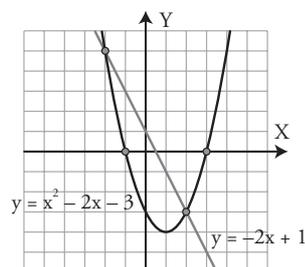
PIENSA Y CALCULA

Dadas la parábola y la recta del dibujo, calcula:

- Los puntos de corte de la parábola con el eje X
- Los puntos de corte de la recta y la parábola.

Solución:

- $A(-1, 0)$ y $B(3, 0)$
- $C(-2, 5)$ y $D(2, -3)$



APLICA LA TEORÍA

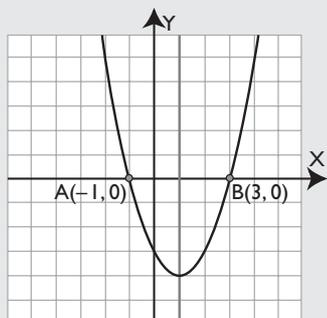
- 20** Halla los puntos de corte de la siguiente parábola con el eje X :

$$y = x^2 - 2x - 3$$

Representa la parábola y comprueba los puntos de corte.

Solución:

$A(-1, 0)$ y $B(3, 0)$

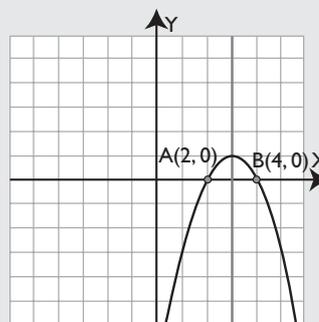


- 21** Halla los puntos de corte de la siguiente parábola con el eje X :

$$y = -x^2 + 6x - 8$$

Solución:

$A(2, 0)$ y $B(4, 0)$



- 22** Halla los puntos de corte de la recta y la parábola siguientes:

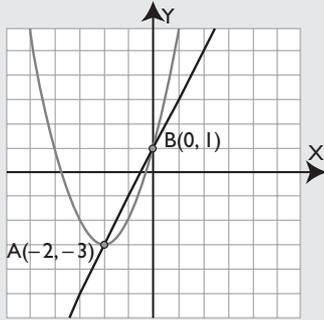
$$y = 2x + 1$$

$$y = x^2 + 4x + 1$$

Representa la recta y la parábola. Comprueba los puntos de corte.

Solución:

A(-2, -3) y B(0, 1)



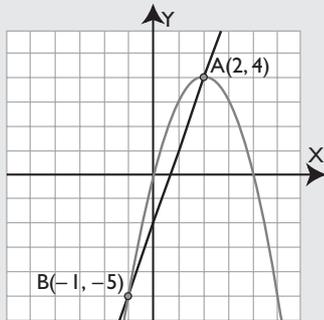
- 23** Halla los puntos de corte de la recta y la parábola siguientes:

$$y = 3x - 2$$

$$y = -x^2 + 4x + 2$$

Solución:

A(2, 4) y B(-1, -5)



- 24** Halla los puntos de corte de las siguientes parábolas:

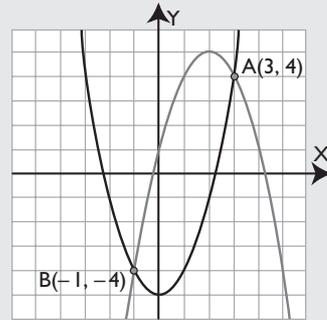
$$y = x^2 - 5$$

$$y = -x^2 + 4x + 1$$

Representa las parábolas y comprueba los puntos de corte.

Solución:

A(3, 4) y B(-1, -4)



- 25** Halla los puntos de corte de las siguientes parábolas:

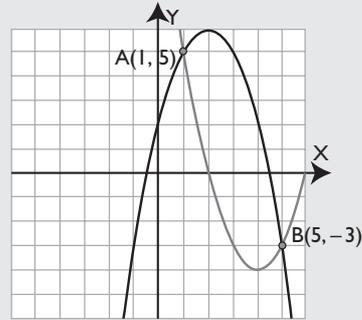
$$y = x^2 - 8x + 12$$

$$y = -x^2 + 4x + 2$$

Representa las parábolas y comprueba los puntos de corte.

Solución:

A(1, 5) y B(5, -3)



Ejercicios y problemas

1. Función cuadrática y traslación vertical

26 ¿Cuál de las siguientes funciones es cuadrática?

- a) $y = -7x^4 + 5x^2 + 2$
- b) $y = 4x - 1$
- c) $y = 7x^2 + 6x - 3$
- d) $y = 5 - x^2$

Solución:

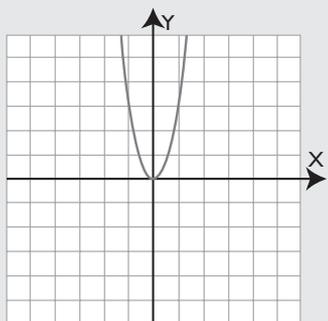
c) y d)

27 Representa la parábola $y = 3x^2$

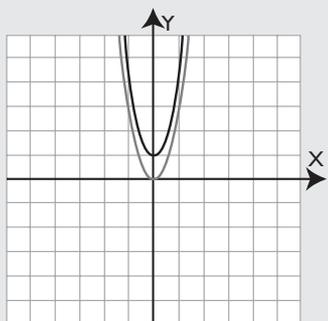
- a) Escribe su eje de simetría.
- b) ¿Cuándo es creciente?
- c) ¿Cuándo es decreciente?
- d) Halla su vértice y di si es máximo o mínimo.
- e) ¿Es convexa (\cup) o cóncava (\cap)?
- f) A partir de ella dibuja la parábola:

$$y = 3x^2 + 1$$

Solución:



- a) $x = 0$
- b) Cuando $x > 0$
- c) Cuando $x < 0$
- d) $V(0,0)$ es mínimo.
- e) Es convexa, (\cup)
- f)

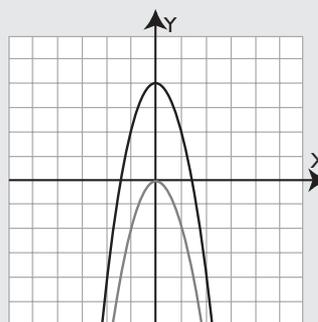
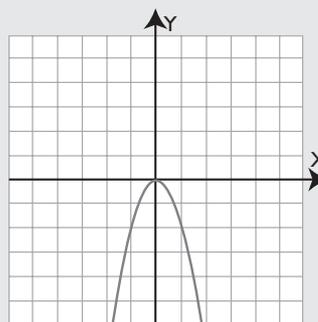


28 Representa la parábola $y = -2x^2$

A partir de ella dibuja la parábola $y = -2x^2 + 4$. De ésta:

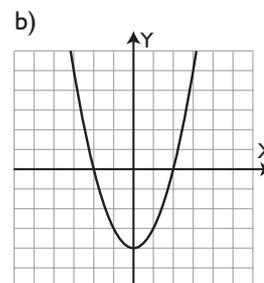
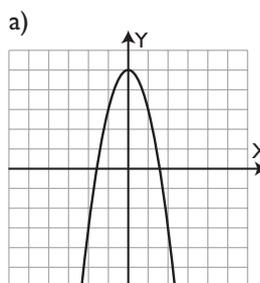
- a) Halla el eje de simetría.
- b) ¿Cuándo es creciente?
- c) ¿Cuándo es decreciente?
- d) Halla el vértice y di si es máximo o mínimo.
- e) ¿Es convexa (\cup) o cóncava (\cap)?

Solución:



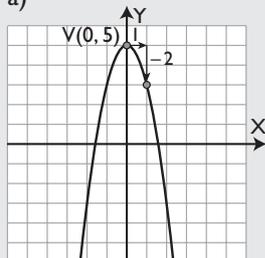
- a) $x = 0$
- b) Es creciente cuando $x < 0$
- c) Es decreciente cuando $x > 0$
- d) $V(0,4)$ es máximo.
- e) Es cóncava, (\cap)

29 Halla la ecuación de las siguientes parábolas:



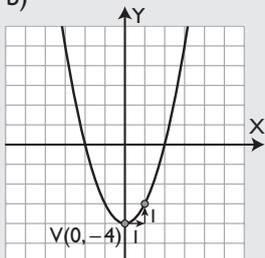
Solución:

a)



a) $y = -2x^2 + 5$

b)



b) $y = x^2 - 4$

2. Traslación horizontal y vertical

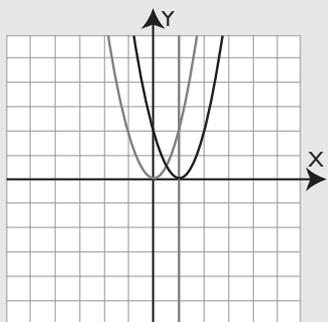
30 Representa la parábola:

$$y = 2x^2$$

A partir de ella dibuja la parábola $y = 2(x - 1)^2$. De ésta:

- Halla el eje de simetría.
- Halla el vértice y di si es máximo o mínimo.

Solución:



- $x = 1$
- $V(1, 0)$ es mínimo.

31 Representa la parábola $y = -x^2$

A partir de ella dibuja la parábola:

$$y = -(x - 3)^2$$

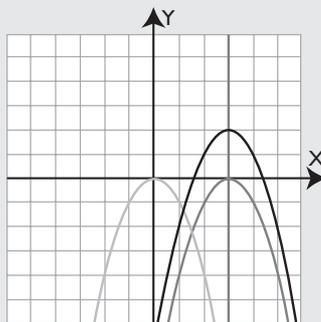
A partir de ella dibuja la parábola:

$$y = -(x - 3)^2 + 2$$

De ésta halla:

- El eje de simetría de ambas.
- Su vértice. Di si es máximo o mínimo.

Solución:



- $x = 3$
- $V(3, 2)$ es máximo.

32 Halla el eje de simetría de la siguiente parábola:

$$y = x^2 + 6x + 3$$

Solución:

$$x = -\frac{b}{2a}$$

$$a = 1, b = 6$$

$$x = -\frac{6}{2} = -3$$

33 Halla el eje de simetría de la siguiente parábola:

$$y = -2x^2 + 5x - 1$$

Solución:

$$x = -\frac{b}{2a}$$

$$a = -2, b = 5$$

$$x = -\frac{5}{2(-2)} = \frac{5}{4}$$

3. Parábola general $y = ax^2 + bx + c$

34 Calcula mentalmente el punto donde corta al eje Y la parábola: $y = -x^2 - 3x + 2$

Solución:

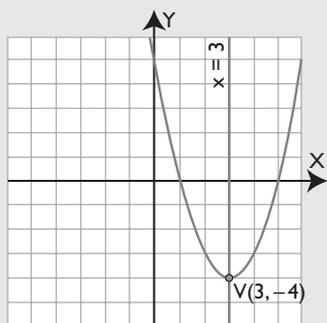
$$A(0, 2)$$

Ejercicios y problemas

- 35** Dada la siguiente parábola: $y = x^2 - 6x + 5$
- Halla el eje de simetría.
 - Halla el vértice y di si es máximo o mínimo.
 - Representa la parábola.

Solución:

- $x = 3$
- $V(3, -4)$ es mínimo.
- Gráfica:



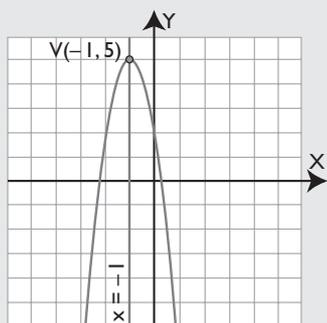
- 36** Dada la siguiente parábola:

$$y = -3x^2 - 6x + 2$$

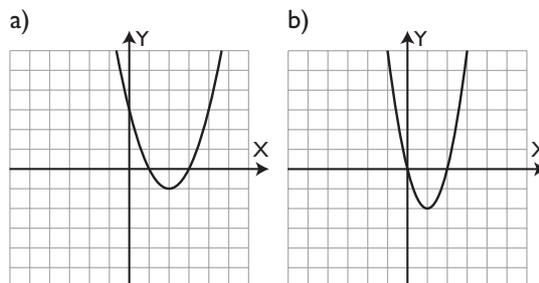
- Halla el eje de simetría.
- Halla el vértice y di si es máximo o mínimo.
- Representa la parábola.

Solución:

- $x = -1$
- $V(-1, 5)$ es máximo.
- Gráfica:



- 37** Halla la ecuación de las siguientes parábolas:



Solución:

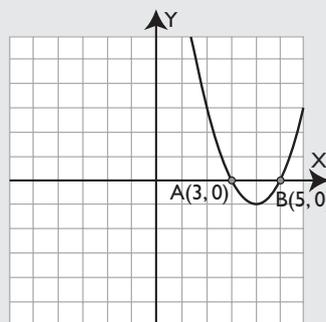
- | | |
|--|---|
| <p>a)</p> <p>a) $a = 1, x = 2$
 $b = -2ax \Rightarrow b = -4$
 $c = 3$
 $y = x^2 - 4x + 3$</p> | <p>b)</p> <p>b) $a = 2, x = 1$
 $b = -2ax \Rightarrow b = -4$
 $c = 0$
 $y = 2x^2 - 4x$</p> |
|--|---|

4. Puntos de corte

- 38** Halla los puntos de corte con el eje X de la parábola $y = x^2 - 8x + 15$. Representala y comprueba los puntos de corte.

Solución:

$A(3, 0)$ y $B(5, 0)$



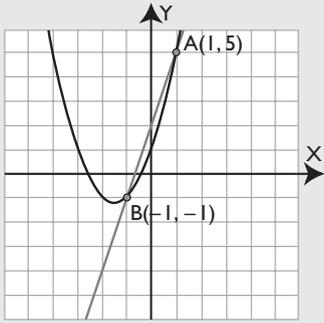
39 Halla los puntos de corte de la recta y la parábola siguientes:

$$y = 3x + 2 \quad y = x^2 + 3x + 1$$

Representálas y comprueba los puntos de corte.

Solución:

A(1, 5) y B(-1, -1)



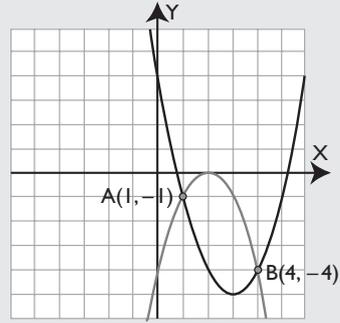
40 Halla los puntos de corte de las siguientes parábolas:

$$y = x^2 - 6x + 4 \quad y = -x^2 + 4x - 4$$

Representálas y comprueba los puntos de corte.

Solución:

A(1, -1) y B(4, -4)

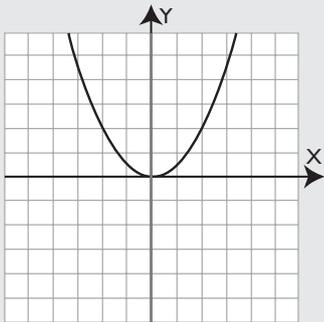


Para ampliar

41 Representa la parábola $y = x^2/2$

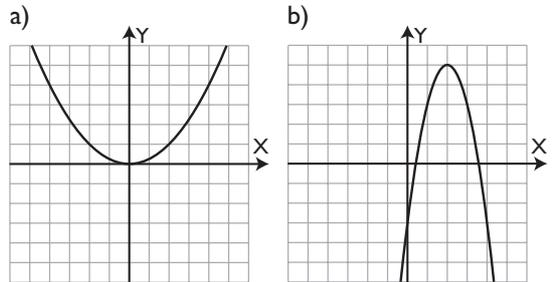
- Escribe el eje de simetría.
- ¿Cuándo es creciente?
- ¿Cuándo es decreciente?
- Escribe el vértice y di si es máximo o mínimo.
- ¿Es convexa (∪) o cóncava (∩)?

Solución:

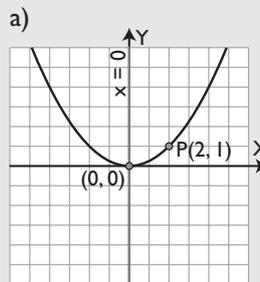


- $x = 0$
- Es creciente cuando $x > 0$
- Es decreciente cuando $x < 0$
- V(0, 0) es mínimo.
- Es convexa, (∪)

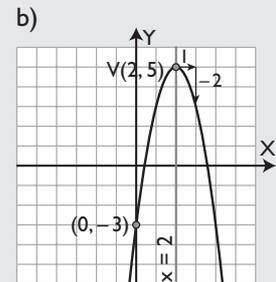
42 Halla la ecuación de las siguientes parábolas:



Solución:



$$\begin{aligned} \text{a) } y &= ax^2 \\ x = 2 &\Rightarrow y = 4a \\ 4a &= 1 \Rightarrow a = 1/4 \\ y &= x^2/4 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{b) } a &= -2, x = 2 \\ b &= -2ax \Rightarrow b = 8 \\ c &= -3 \\ y &= -2x^2 + 8x - 3 \end{aligned}$$

Ejercicios y problemas

43 Representa la parábola:

$$y = -3x^2$$

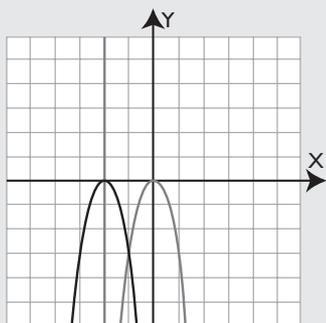
A partir de ella dibuja la parábola:

$$y = -3(x + 2)^2$$

De ésta halla:

- El eje de simetría.
- El vértice. Di si es máximo o mínimo.

Solución:



- $x = -2$
- $V(-2, 0)$ es máximo.

44 Representa la parábola $y = x^2$

A partir de ella dibuja la parábola

$$y = (x + 3)^2$$

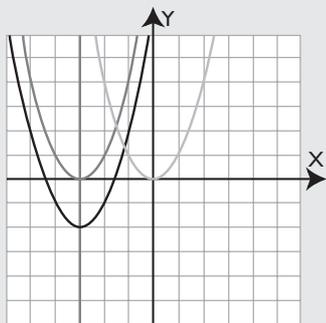
A partir de ella dibuja la parábola:

$$y = (x + 3)^2 - 2$$

De ésta halla:

- El eje de simetría.
- Su vértice. Di si es máximo o mínimo.

Solución:



- $x = -3$
- $V(-3, -2)$ es un mínimo.

45 Halla el eje de simetría de la siguiente parábola:

$$y = 2x^2 - 12x + 3$$

Solución:

$$x = -\frac{b}{2a}$$

$$a = 2, b = -12$$

$$x = -\frac{-12}{2 \cdot 2} = \frac{12}{4} = 3$$

46 Halla el eje de simetría de la siguiente parábola:

$$y = -3x^2 + 8x - 5$$

Solución:

$$x = -\frac{b}{2a}$$

$$a = -3, b = 8$$

$$x = -\frac{8}{2(-3)} = -\frac{8}{-6} = \frac{4}{3}$$

47 Dada la parábola:

$$y = -x^2 + 4x - 1$$

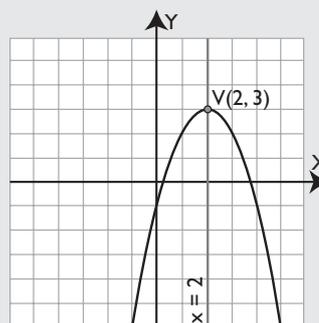
- Halla el eje de simetría.
- Halla el vértice. Di si es máximo o mínimo.
- Representa la parábola.

Solución:

$$a) x = 2$$

$$b) V(2, 3) \text{ es máximo.}$$

c) Gráfica:



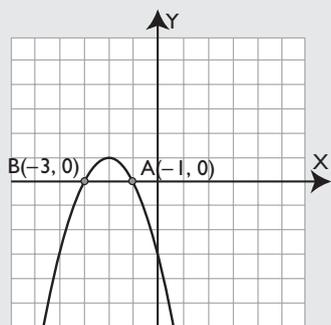
- 48** Halla los puntos de corte con el eje **X** de la parábola:

$$y = -x^2 - 4x - 3$$

Representala y comprueba los puntos de corte.

Solución:

A(-1, 0) y B(-3, 0)

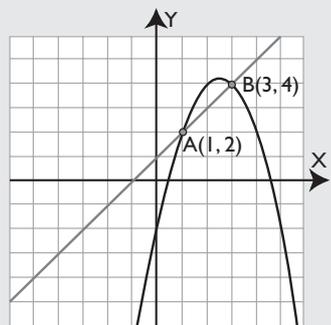


- 49** Halla los puntos de corte de la recta $y = x + 1$ y la parábola $y = -x^2 + 5x - 2$

Representalas y comprueba los puntos de corte.

Solución:

A(1, 2) y B(3, 4)



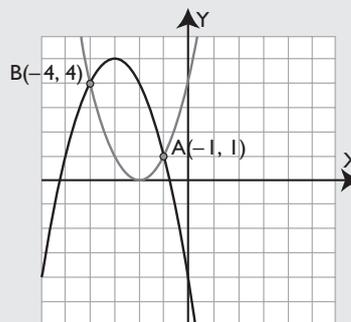
- 50** Halla los puntos de corte de las parábolas:

$$y = x^2 + 4x + 4 \quad y = -x^2 - 6x - 4$$

Representalas y comprueba los puntos de corte.

Solución:

A(-1, 1) y B(-4, 4)



- 51** Los ingresos y los gastos de una empresa durante los 8 primeros años vienen definidos en miles de millones de euros por las siguientes funciones cuadráticas:

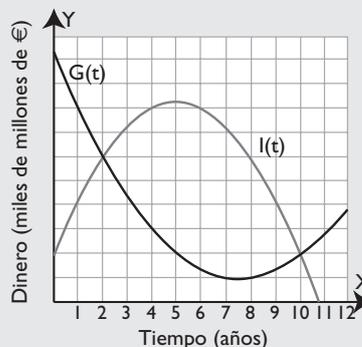
$$\text{Ingresos: } I(t) = -\frac{t^2}{4} + \frac{5t}{2} + 2$$

$$\text{Gastos: } G(t) = \frac{t^2}{6} - \frac{5t}{2} + \frac{31}{3}$$

- Halla los momentos en los que los ingresos y los gastos se igualan.
- ¿Cuándo son máximos los ingresos?
- ¿Cuándo son mínimos los gastos?

Solución:

- Se igualan los segundos miembros y se resuelve la ecuación. $t = 2$ años y $t = 10$ años
- Los ingresos son máximos en el máximo de la función $I(t)$, que corresponde al valor del eje de simetría. $t = 5$ años
- Los gastos son mínimos en el mínimo de la función $G(t)$, que corresponde al valor del eje de simetría. $t = 7,5$ años



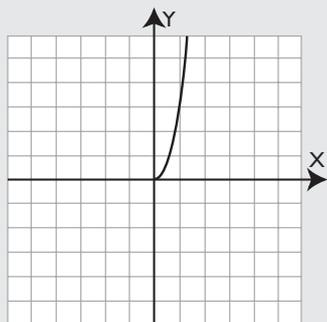
Ejercicios y problemas

Problemas

- 52** Halla la fórmula que calcula el área de un círculo en función del radio, y , si es una función cuadrática, represéntala gráficamente.

Solución:

$$y = \pi x^2$$



- 53** Halla la fórmula que calcula el volumen de un cubo en función de la arista, y , si es una función cuadrática, represéntala gráficamente.

Solución:

$$y = x^3$$

No es una función cuadrática.

- 54** Halla el valor de b en la siguiente parábola sabiendo que su eje es $x = 2$:

$$y = x^2 + bx - 1$$

Solución:

$$x = 2, a = 1$$

$$x = -\frac{b}{2a} \Rightarrow b = -2ax \Rightarrow b = -4$$

- 55** Halla el valor de a en la siguiente parábola sabiendo que su eje es $x = -3$:

$$y = ax^2 - 6x - 1$$

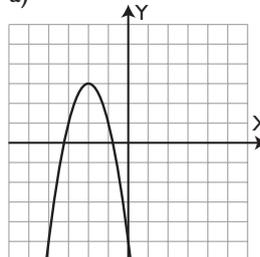
Solución:

$$x = -3, b = -6$$

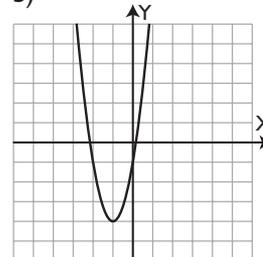
$$x = -\frac{b}{2a} \Rightarrow a = -\frac{b}{2x} \Rightarrow a = -1$$

- 56** Halla la ecuación de las siguientes parábolas:

a)

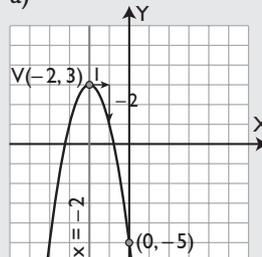


b)



Solución:

a)



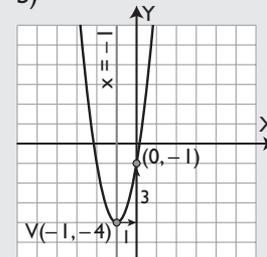
$$a) a = -2, x = -2$$

$$b = -2ax \Rightarrow b = -8$$

$$c = -5$$

$$y = -2x^2 - 8x - 5$$

b)



$$b) a = 3, x = -1$$

$$b = -2ax \Rightarrow b = 6$$

$$c = -1$$

$$y = 3x^2 + 6x - 1$$

- 57** En un prado se quiere cercar un recinto rectangular para que pascen una cabra. Sabiendo que se tienen 24 m de alambre y cuatro estacas para hacerlo:

a) Halla la fórmula del área.

b) Haz la representación gráfica.

c) ¿Cuándo es máxima el área? ¿Cuánto vale?

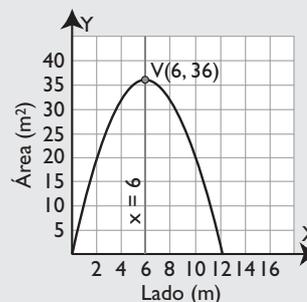
Solución:

Base: x

Altura: $12 - x$

$$a) y = x(12 - x) \Rightarrow y = 12x - x^2$$

b) Gráfica:



c) El área es máxima cuando $x = 6$, vale 36 m^2

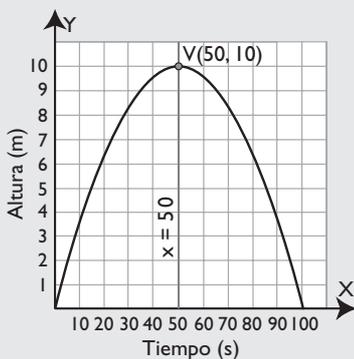
- 58** Una pelota de golf sigue un movimiento uniformemente acelerado y su altura viene dada por la fórmula:

$$h = \frac{2}{5}t - \frac{1}{250}t^2$$

Sabiendo que el tiempo está dado en segundos y la altura en metros:

- Dibuja la gráfica.
- ¿Qué altura máxima alcanza?
- ¿A qué longitud llega?

Solución:

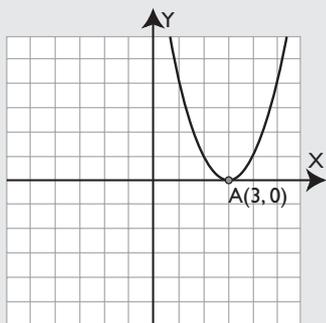


- Altura máxima: 10 m
- Longitud: 100 m

- 59** Halla los puntos de corte con el eje **X** de la siguiente parábola: $y = x^2 - 6x + 9$
Representa la parábola e interpreta el resultado.

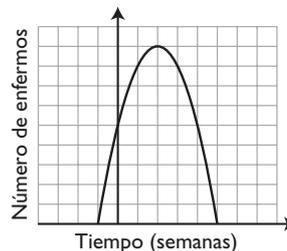
Solución:

A(3, 0)



Corta en un solo punto porque la parábola es tangente al eje **X**

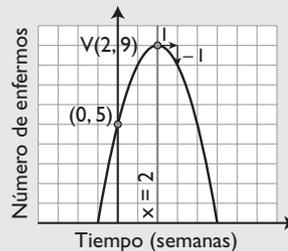
- 60** La siguiente gráfica representa el número de enfermos de legionela en un determinado hospital:



- ¿Durante cuántas semanas aumentó la enfermedad?
- ¿Durante cuántas semanas disminuyó la enfermedad?
- ¿Qué día hubo más enfermos de legionela? ¿Cuántos fueron?
- ¿Cuántos días duró la enfermedad?
- Halla la fórmula de la función.

Solución:

- Durante las tres primeras semanas.
- Durante las tres siguientes semanas.
- El día 14 y hubo 9
- $6 \cdot 7 = 42$ días.
- e)



$$a = -1$$

$$x = 2, b = -2ax \Rightarrow b = 4$$

$$c = 5$$

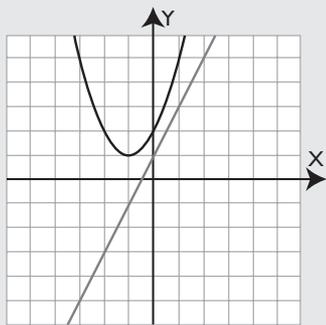
$$y = -x^2 + 4x + 5$$

Ejercicios y problemas

- 61** Halla los puntos de corte de la recta $y = 2x + 1$ con la parábola $y = x^2 + 2x + 2$.
Representa la recta y la parábola e interpreta el resultado.

Solución:

No tienen puntos de corte.



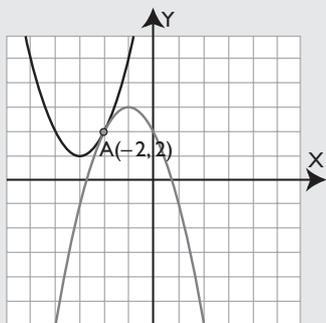
No se cortan.

- 62** Halla los puntos de corte de las parábolas:
 $y = x^2 + 6x + 10$ $y = -x^2 - 2x + 2$
Representa las parábolas e interpreta el resultado.

Solución:

Se resuelve el sistema por igualación.

$A(-2, 2)$



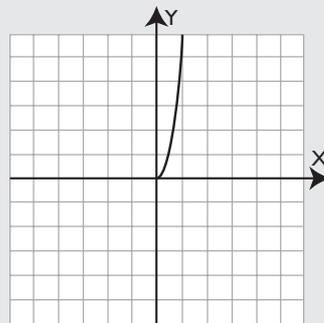
Solamente se cortan en un punto porque son tangentes.

Para profundizar

- 63** Halla la fórmula que define el área de un cubo en función de la arista, y , si es una función cuadrática, representala gráficamente.

Solución:

$$y = 6x^2$$



- 64** Halla la fórmula que define el volumen de una esfera en función del radio, y , si es una función cuadrática, representala gráficamente.

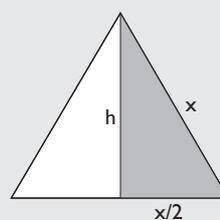
Solución:

$$y = \frac{4}{3}\pi x^3$$

No es una función cuadrática.

- 65** Halla la fórmula que define el área de un triángulo equilátero en función del lado, y , si es una función cuadrática, representala gráficamente.

Solución:

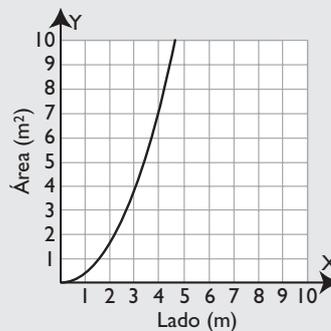


Aplicando el teorema de Pitágoras.

$$h = \sqrt{x^2 - (x/2)^2}$$

$$h = \frac{x\sqrt{3}}{2}$$

$$A(x) = \frac{x^2\sqrt{3}}{4}$$



- 66** Halla el valor de **b** y **c** en la siguiente parábola sabiendo que pasa por los puntos A(4, 3) y B(-1, 3): $y = x^2 + bx + c$

Solución:

$$\left. \begin{aligned} 16 + 4b + c &= 3 \\ 1 - b + c &= 3 \end{aligned} \right\}$$

$$b = -3, c = -1$$

$$y = x^2 - 3x - 1$$

- 67** Halla el valor de **a** y **b** en la siguiente parábola sabiendo que pasa por los puntos A(1, 5) y B(2, 3): $y = ax^2 + bx + 3$

Solución:

$$\left. \begin{aligned} a + b + 3 &= 5 \\ 4a + 2b + 3 &= 3 \end{aligned} \right\}$$

$$a = -2, b = 4$$

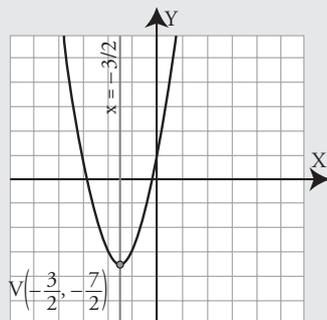
$$y = -2x^2 + 4x + 3$$

Aplica tus competencias

- 68** Halla la fórmula del m.r.u.a. que tiene una aceleración de 4 m/s^2 , una velocidad inicial de 6 m/s y un espacio inicial de 1 m . Haz la representación gráfica.

Solución:

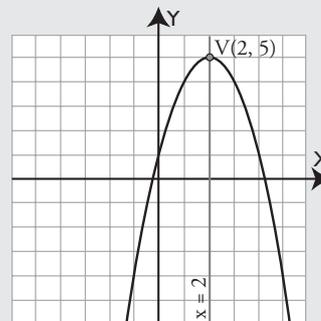
$$e(t) = 2t^2 + 6t + 1$$



- 69** La fórmula de un m.r.u.a. es $e = -t^2 + 4t + 1$. Calcula la aceleración, la velocidad inicial y el espacio inicial. Haz la representación gráfica.

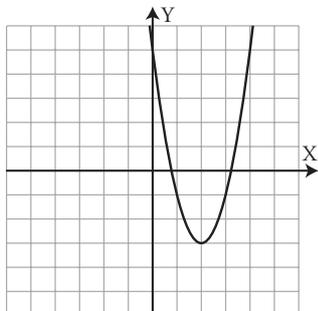
Solución:

$$a = -2 \text{ m/s}^2 \quad v_0 = 4 \text{ m/s} \quad e_0 = 1 \text{ m}$$

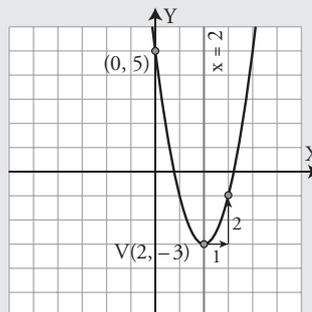


Aplica tus competencias

- 70** La gráfica de un m.r.u.a. es el dibujo. Calcula la fórmula, la aceleración, la velocidad inicial y el espacio inicial.



Solución:



Se calcula la fórmula:

$$a = 2$$

$$x = 2, b = -2ax \Rightarrow b = -8$$

$$c = 5$$

$$e(t) = 2t^2 - 8t + 5$$

Se tiene:

$$\text{aceleración: } a = 4 \text{ m/s}^2$$

$$\text{velocidad inicial: } v_0 = -8 \text{ m/s}$$

$$\text{espacio inicial: } e_0 = 5 \text{ m}$$

Comprueba lo que sabes

- 1** Define función cuadrática y pon un ejemplo.

Solución:

Una **función cuadrática** es la que está definida por un polinomio de segundo grado y es de la forma:

$$y = ax^2 + bx + c \quad a \neq 0$$

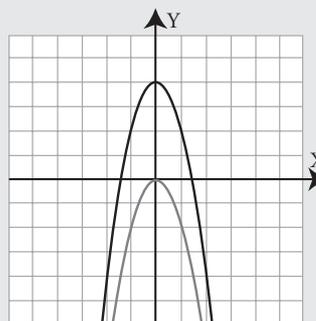
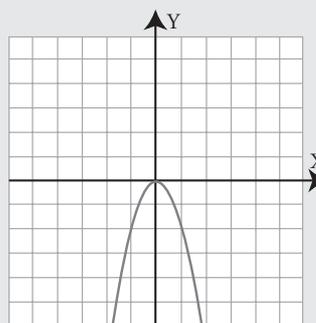
Ejemplo:

$$y = 3x^2 - 5x + 1$$

- 2** Representa la parábola $y = -2x^2$. A partir de ella dibuja la parábola $y = -2x^2 + 4$. De ésta:

- Halla el eje de simetría.
- ¿Cuándo es creciente?
- ¿Cuándo es decreciente?
- Halla el vértice y di si es máximo o mínimo.
- ¿Es convexa (\cup) o cóncava (\cap)?

Solución:



Comprueba lo que sabes

- a) $x = 0$
- b) Es creciente cuando $x < 0$
- c) Es decreciente cuando $x > 0$
- d) $V(0, 4)$ es máximo.
- e) Es cóncava, (\cap)

3 Halla el eje de simetría de la parábola:

$$y = -2x^2 + 8x - 3$$

Solución:

$$x = -\frac{b}{2a}$$

$$a = -2, b = 8$$

$$x = -\frac{8}{2(-2)} = -\frac{8}{-4} = 2$$

4 Dada la siguiente parábola: $y = x^2 - 6x + 5$

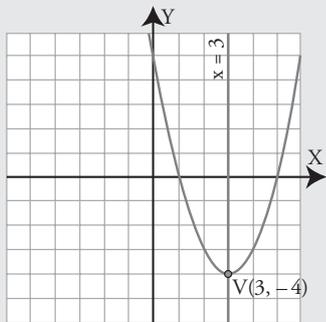
- a) Halla el eje de simetría.
- b) Halla el vértice y di si es máximo o mínimo.
- c) Representa la parábola.

Solución:

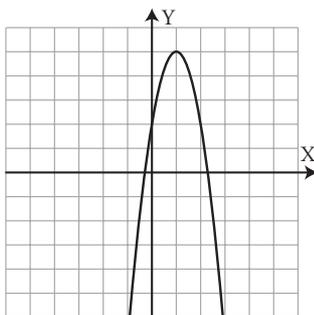
a) $x = 3$

b) $V(3, -4)$ es mínimo.

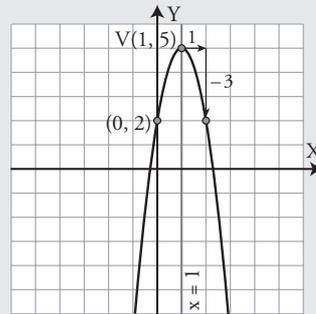
c) Gráfica:



5 Halla la ecuación de la parábola del dibujo siguiente:



Solución:



$$a = -3$$

$$x = 1, b = -2ax \Rightarrow b = 6$$

$$c = 2$$

$$y = -3x^2 + 6x + 2$$

6 Halla los puntos de corte con el eje **X** de la parábola $y = x^2 - 2x - 3$

Solución:

$$A(3, 0) \text{ y } B(-1, 0)$$

7 Halla los puntos de corte de las siguientes parábolas:

$$y = x^2 - 6x + 7 \quad y = -x^2 + 4x - 1$$

Solución:

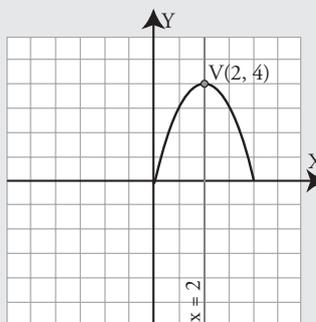
$$A(1, 2) \text{ y } B(4, -1)$$

8 Un balón de baloncesto sigue un movimiento uniformemente acelerado y su altura viene dada por la fórmula $h = 4t - t^2$

El tiempo está dado en segundos, y la altura en metros.

Dibuja la gráfica. ¿Qué altura máxima alcanza?

Solución:



La altura máxima que alcanza es 4 m

Paso a paso

71 Representa la siguiente parábola:

$$y = x^2 - 6x + 5$$

Halla:

- El eje de simetría. Dibújalo.
- El vértice. Di si es máximo o mínimo.

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

72 Dada la parábola $y = x^2 + 2x - 3$

- Halla los puntos de corte con el eje **X**
- Haz la representación gráfica para comprobarlo.

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

73 Dadas las parábolas:

$$y = x^2 - 4x - 1, \quad y = -x^2 + 5$$

- Halla los puntos de corte.
- Haz la representación gráfica para comprobarlo.

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

74 Internet. Abre la web: www.editorial-bruno.es y elige **Matemáticas, curso y tema.**

Advertencia:

El ejercicio 74 de GeoGebra está resuelto en el libro del alumnado.

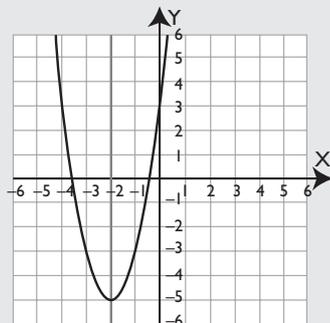
Practica

Representa las siguientes parábolas y halla:

- El eje de simetría y dibújalo.
- El vértice. Di si es máximo o mínimo.

75 $y = 2x^2 + 8x + 3$

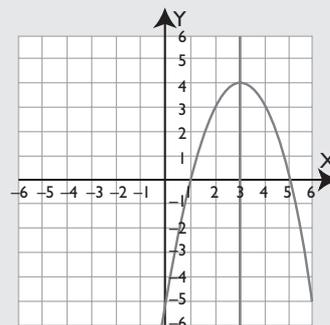
Solución:



- $x = -2$
- $V(-2, -5)$ es mínimo.

76 $y = -x^2 + 6x - 5$

Solución:



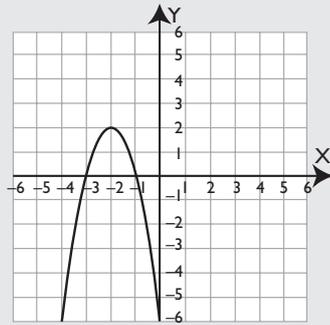
- $x = 3$
- $V(3, 4)$ es máximo.

Halla los puntos de corte de las siguientes parábolas con el eje **X**, luego represéntalas y comprueba e interpreta el resultado:

77 $y = -2x^2 - 8x - 6$

Solución:

A(-1, 0) y B(-3, 0)

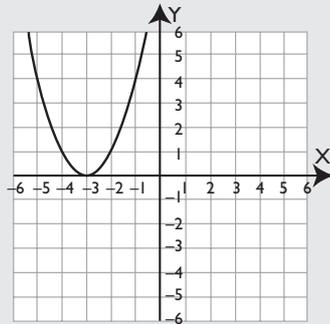


Corta en dos puntos al eje X

78 $y = x^2 + 6x + 9$

Solución:

A(-3, 0)

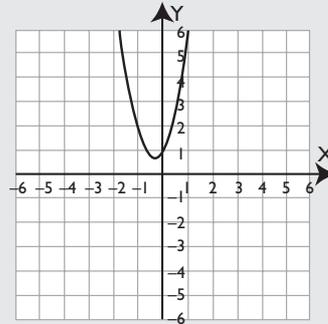


Corta en un solo punto al eje X, es decir, es tangente.

79 $y = 3x^2 + 2x + 1$

Solución:

No tiene solución.



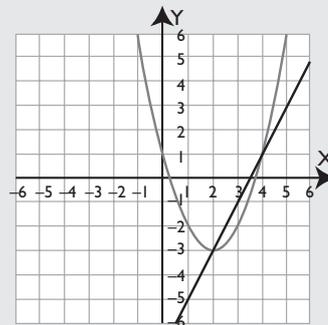
No corta al eje X

Halla los puntos de corte de las siguientes rectas y parábolas, luego represéntalas y comprueba e interpreta el resultado:

80 $y = 2x - 7$; $y = x^2 - 4x + 1$

Solución:

A(2, -3) y B(4, 1)

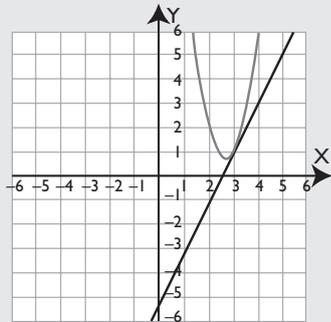


Se cortan en dos puntos.

81 $y = 2x - 5$; $y = 3x^2 - 16x + 22$

Solución:

A(3, 1)

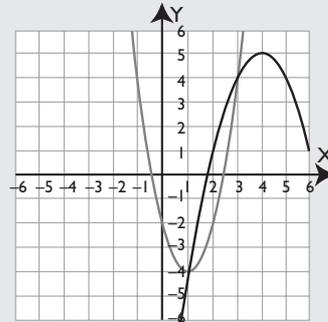


Se cortan en un punto, son tangentes.

83 $y = 2x^2 - 4x - 2$; $y = -x^2 + 8x - 11$

Solución:

A(1, -4) y B(3, 4)

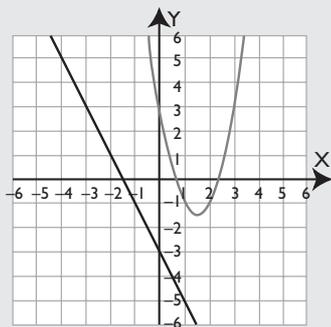


Se cortan en dos puntos.

82 $y = -2x - 3$; $y = 2x^2 - 6x + 3$

Solución:

No tiene solución.

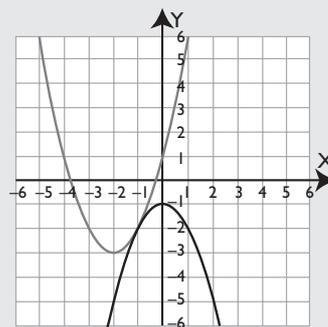


No se cortan.

84 $y = x^2 + 4x + 1$; $y = -x^2 - 1$

Solución:

A(-1, -2)



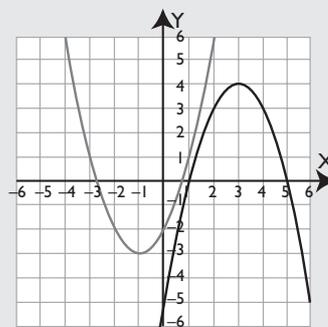
Se cortan en un punto, son tangentes.

Halla los puntos de corte de las siguientes parábolas. Luego represéntalas, comprueba e interpreta el resultado:

85 $y = x^2 + 2x - 2$; $y = -x^2 + 6x - 5$

Solución:

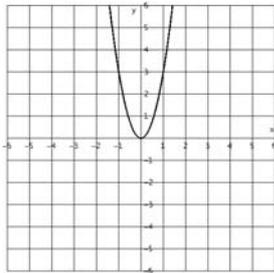
No tiene solución.



No se cortan.

Halla, mediante *ensayo-acierto*, las ecuaciones de las siguientes parábolas.

86

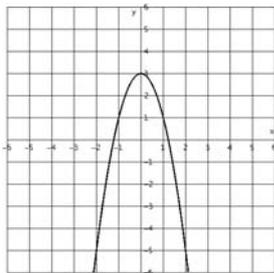


Solución:

$$a = 3$$

$$y = 3x^2$$

87



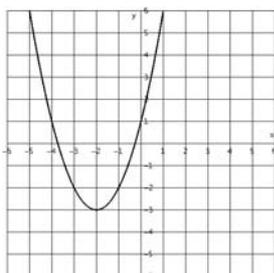
Solución:

$$a = -2$$

$$c = 3$$

$$y = -2x^2 + 3$$

88



Solución:

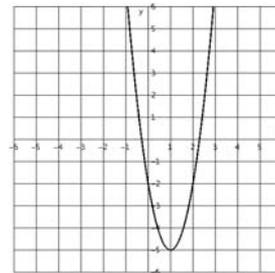
$$a = 1$$

$$x = -2, b = -2ax \Rightarrow b = 4$$

$$c = 1$$

$$y = x^2 + 4x + 1$$

89



Solución:

$$a = 3$$

$$x = 1, b = -2ax \Rightarrow b = -6$$

$$c = -2$$

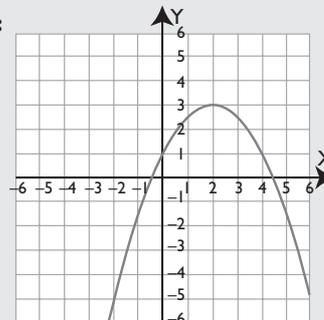
$$y = 3x^2 - 6x - 2$$

90 Un balón de voleibol sigue un movimiento uniformemente acelerado y su altura viene dada por la fórmula:

$$h = 1 + 2t - \frac{1}{2}t^2$$

El tiempo está dado en segundos, y la altura, en metros. Dibuja la gráfica. ¿Qué altura máxima alcanza?

Solución:



Alcanza una altura máxima en $t = 2$ s y es $h = 3$ m