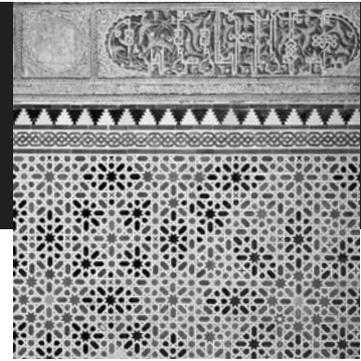




BLOQUE IV

Geometría

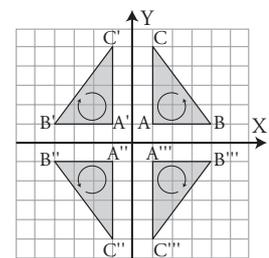
- 11. Movimientos
- 12. Áreas y volúmenes



1. Transformaciones geométricas

PIENSA Y CALCULA

Considerando positivo el sentido contrario a las agujas del reloj, y recorriendo los vértices del triángulo rectángulo en orden alfabético, di en qué cuadrantes es positivo el sentido del recorrido y en cuáles es negativo.



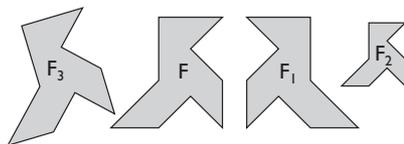
Solución:

Es positivo en los cuadrantes 1º y 3º

Es negativo en los cuadrantes 2º y 4º

APLICA LA TEORÍA

1 De la figura F se obtienen las figuras F_1 , F_2 y F_3 mediante una transformación. Di cuáles son movimientos o isometrías y clasifícalos.



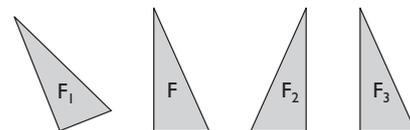
Solución:

Son movimientos: F_1 y F_3

F_1 es una simetría axial.

F_3 es un giro.

2 De la figura F se obtienen las figuras F_1 , F_2 y F_3 mediante un movimiento. Di qué tipo de movimiento son e indica cuáles son directos y cuáles inversos.



Solución:

F_1 es un giro, que es un movimiento directo.

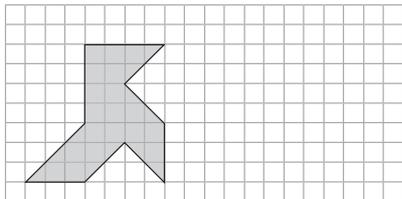
F_2 es una simetría axial, que es un movimiento inverso.

F_3 es una traslación, que es un movimiento directo.

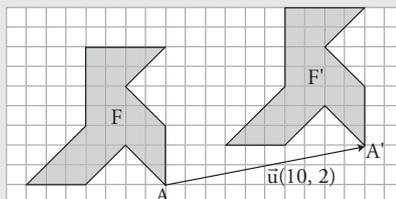
2. Vectores y traslaciones

PIENSA Y CALCULA

Dibuja la pajarita en tu cuaderno 10 unidades a la derecha y 2 hacia arriba.



Solución:

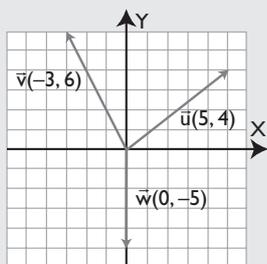


APLICA LA TEORÍA

3 Dibuja unos ejes coordenados y representa en ellos los siguientes vectores de forma que el origen de cada vector sea el origen de coordenadas:

- a) $\vec{u}(5, 4)$
- b) $\vec{v}(-3, 6)$
- c) $\vec{w}(0, -5)$

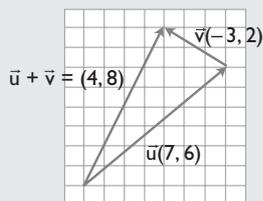
Solución:



4 Suma de forma analítica y geométrica los vectores $\vec{u}(7, 6)$ y $\vec{v}(-3, 2)$

Solución:

$$\vec{u} + \vec{v} = (4, 8)$$

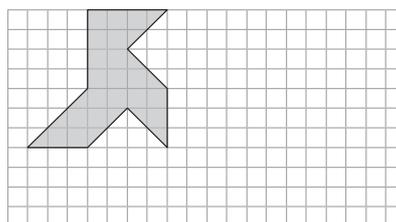


5 Pon tres ejemplos de la vida real en los que se utilice una traslación.

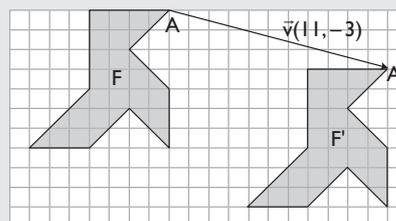
Solución:

- a) Una ventanilla de un coche cuando se sube y se baja.
- b) Una puerta corredera cuando se abre y se cierra.
- c) Un ascensor cuando sube y baja.

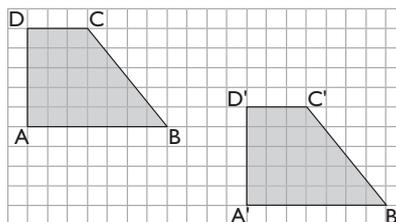
6 Dada la pajarita del dibujo, trasládala según el vector $\vec{v}(11, -3)$



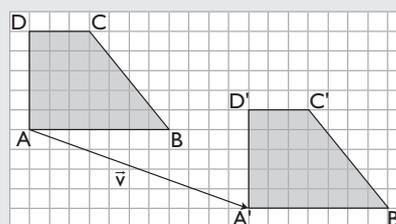
Solución:



7 Calcula el vector que transforma el trapecio ABCD en el trapecio A'B'C'D'

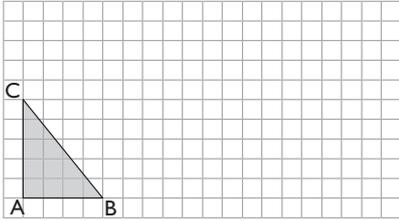


Solución:



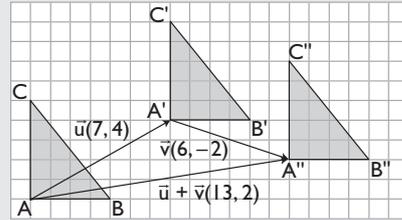
$$\vec{v}(11, -4)$$

- 8 Halla la composición de las traslaciones de vectores $\vec{u}(7, 4)$ y $\vec{v}(6, -2)$ y escribe el vector correspondiente. Después aplica la traslación resultante al triángulo del dibujo.



Solución:

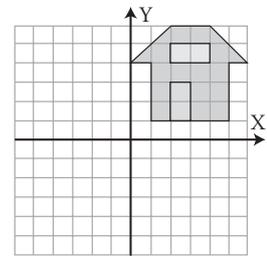
$$\vec{u} + \vec{v} = (13, 2)$$



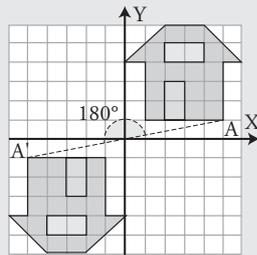
3. Giros y simetría central

PIENSA Y CALCULA

Dibuja en tu cuaderno la casa simétrica del dibujo respecto del origen de coordenadas. Marca el homólogo de un punto cualquiera y halla el ángulo que ha girado respecto del origen de coordenadas.

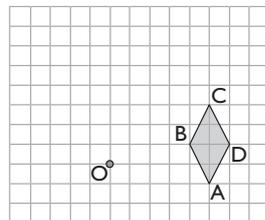


Solución:

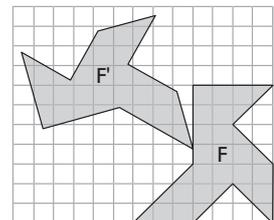


APLICA LA TEORÍA

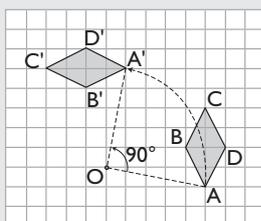
- 9 Aplica al rombo de la figura un giro de 90° respecto del centro O



- 10 Calcula el centro de giro que transforma la pajarita F en la pajarita F'

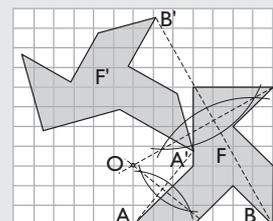


Solución:

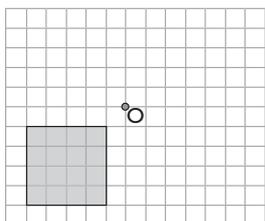


Solución:

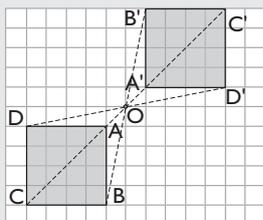
El centro de giro es el punto de corte de las mediatrices de los segmentos AA' y BB'



- 11** Aplica al cuadrado de la figura una simetría central de centro el punto O



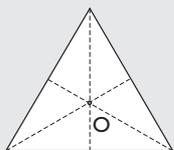
Solución:



- 12** Dibuja un triángulo equilátero y halla su centro de giro. ¿Cuánto tiene que girar para que coincida consigo mismo?

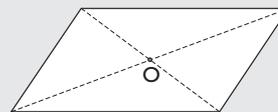
Solución:

120° , o bien 240°



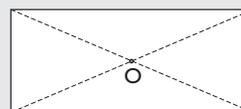
- 13** Dibuja un romboide y su centro de simetría.

Solución:



- 14** Dibuja un rectángulo. Halla un centro y un argumento de giro para que sea doble o invariante.

Solución:



El argumento deber ser 180°

- 15** Pon tres ejemplos de la vida real en los que se utilice un giro.

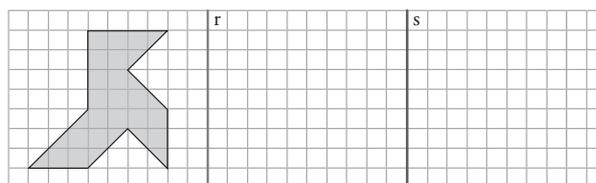
Solución:

- Al abrir una puerta de bisagras.
- Al pasar las hojas de un libro.
- Las aspas de un molino de energía eólica.

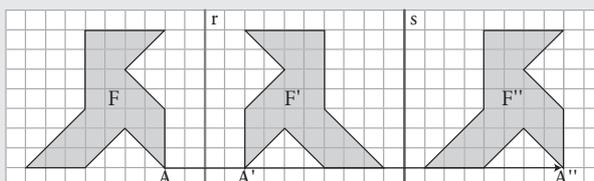
4. Simetría axial. Frisos y mosaicos

PIENSA Y CALCULA

Dibuja la simétrica de la pajarita respecto de la recta r , y luego de la obtenida respecto de la recta s . Define el movimiento que trasforma la pajarita de la izquierda en la de la derecha.

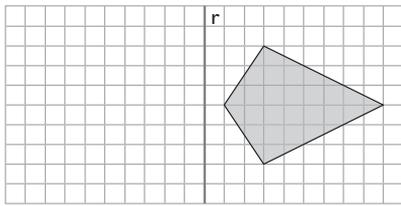


Solución:

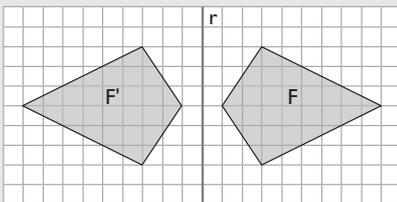


La composición corresponde a una traslación cuyo vector tiene por módulo el doble de la distancia que hay entre los dos ejes, la dirección es perpendicular a los ejes y el sentido va desde el primer eje al segundo.

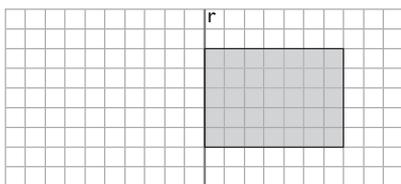
16 Dibuja en tu cuaderno la cometa simétrica de la del dibujo respecto del eje r



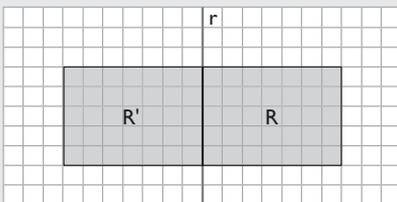
Solución:



17 Dibuja en tu cuaderno el simétrico del rectángulo siguiente respecto del eje r

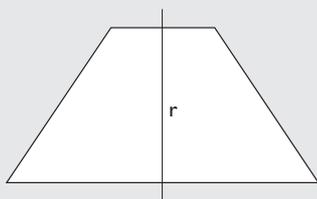


Solución:

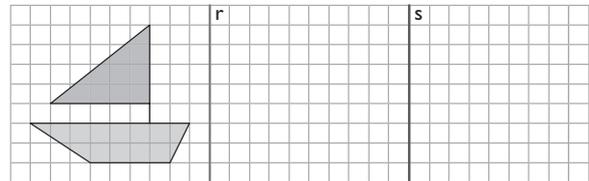


18 Dibuja un trapecio isósceles y su eje de simetría.

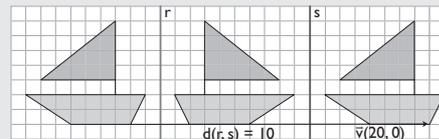
Solución:



19 Dibuja en tu cuaderno el simétrico del barco respecto de la recta r , y después el simétrico del obtenido respecto de la recta s . ¿A qué movimiento corresponde la composición de las dos simetrías?



Solución:



La composición corresponde a una traslación cuyo vector tiene por módulo el doble de la distancia que hay entre los dos ejes, la dirección es perpendicular a los ejes y el sentido va desde el primer eje al segundo.

20 Dibuja un friso.

Solución:

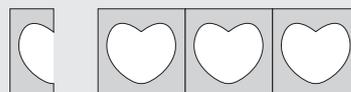
Solución abierta, por ejemplo:



21 Haz un friso recortando una tira de papel doblada varias veces.

Solución:

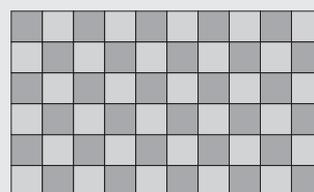
Solución abierta, por ejemplo:



22 Dibuja un mosaico regular.

Solución:

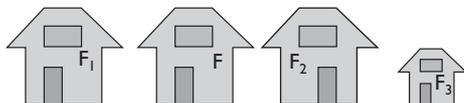
Solución abierta, por ejemplo:



Ejercicios y problemas

1. Transformaciones geométricas

- 23** De la figura F se obtienen las figuras F_1 , F_2 y F_3 mediante una transformación. Di cuáles son movimientos o isometrías y clasifícalos.



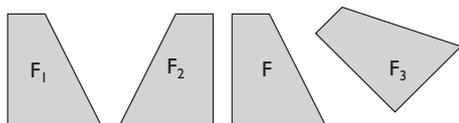
Solución:

Son movimientos: F_1 y F_2

F_1 es una traslación.

F_2 es una simetría axial.

- 24** De la figura F se obtienen las figuras F_1 , F_2 y F_3 mediante un movimiento. Di qué tipo de movimientos son e indica cuáles son directos e inversos.



Solución:

F_1 es una traslación, que es un movimiento directo.

F_2 es una simetría axial, que es inverso.

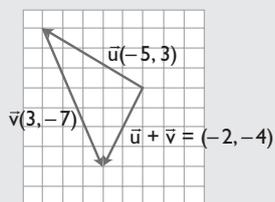
F_3 es un giro, que es un movimiento directo.

2. Vectores y traslaciones

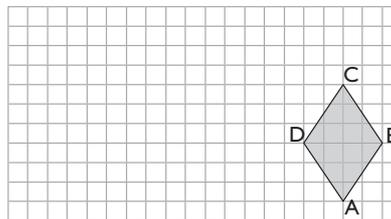
- 25** Suma de forma analítica y geométrica los vectores $\vec{u}(-5, 3)$ y $\vec{v}(3, -7)$

Solución:

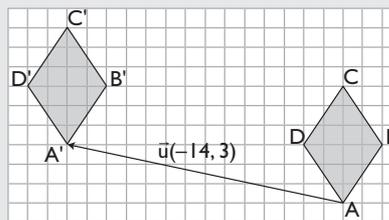
$$\vec{u} + \vec{v} = (-2, -4)$$



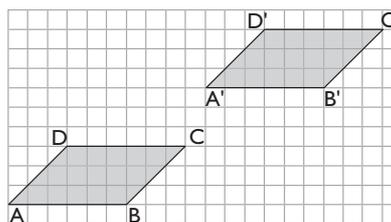
- 26** Dado el rombo de la figura, trasládalo según el vector $\vec{v}(-14, 3)$



Solución:

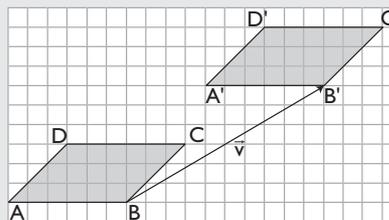


- 27** Calcula el vector que transforma el romboide ABCD en el romboide A'B'C'D'



Solución:

$$\vec{v}(10, 6)$$

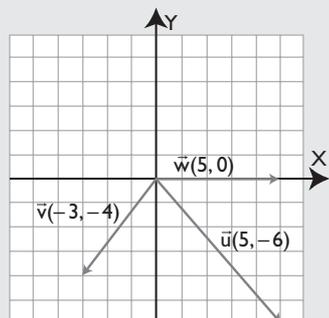


- 28** Dibuja unos ejes coordenados y representa en ellos los siguientes vectores de forma que su origen sea el origen de coordenadas:

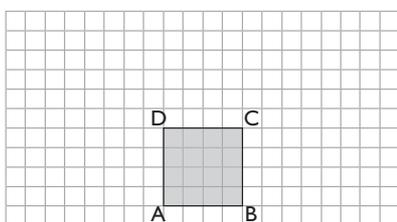
- a) $\vec{u}(5, -6)$ b) $\vec{v}(-3, -4)$ c) $\vec{w}(5, 0)$

Ejercicios y problemas

Solución:

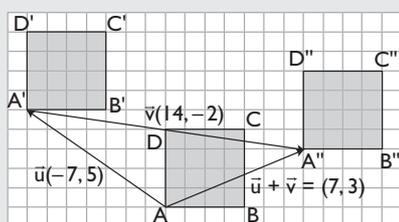


- 29** Halla la composición de las traslaciones de vectores $\vec{u}(-7, 5)$ y $\vec{v}(14, -2)$ y escribe el vector correspondiente. Aplica la traslación resultante al cuadrado del dibujo.



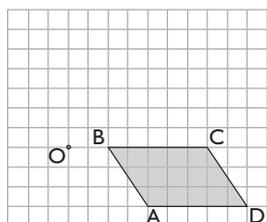
Solución:

$$\vec{u} + \vec{v} = (7, 3)$$

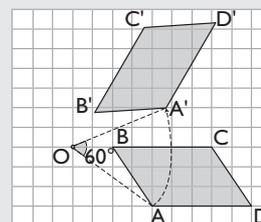


3. Giros y simetría central

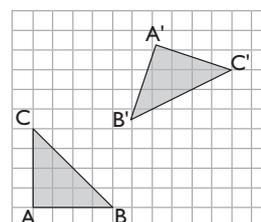
- 30** Aplica un giro de 60° al romboide de la figura respecto del centro O



Solución:

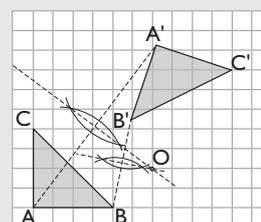


- 31** Calcula el centro de giro que transforma el triángulo rectángulo ABC en el A'B'C'

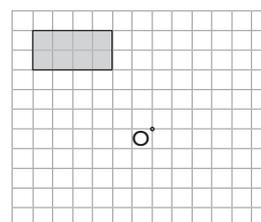


Solución:

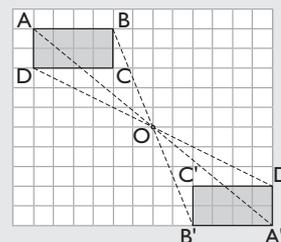
El centro de giro es el punto de corte de las mediatrices AA' y BB'



- 32** Aplica al rectángulo de la figura siguiente una simetría central de centro el punto O:



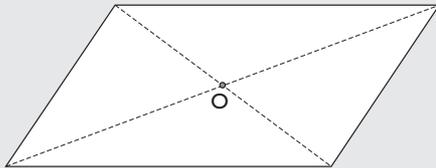
Solución:



Ejercicios y problemas

- 33** Dibuja un romboide y halla su centro de giro. ¿Cuánto tiene que girar para que coincida consigo mismo?

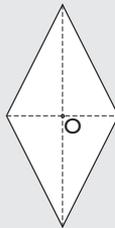
Solución:



180°

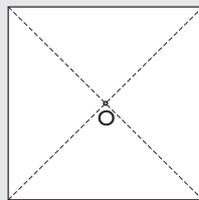
- 34** Dibuja un rombo y su centro de simetría.

Solución:



- 35** Dibuja un cuadrado. Halla un centro y un argumento de giro para que sea doble o invariante.

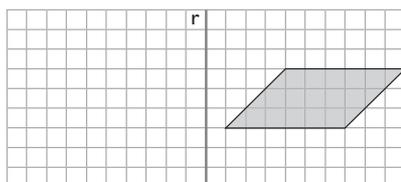
Solución:



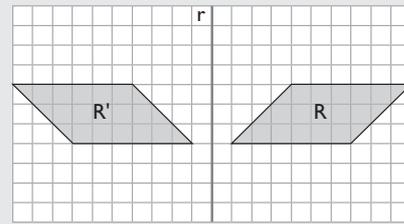
Los argumentos pueden ser: 90°, 180° y 270°

4. Simetría axial. Frisos y mosaicos

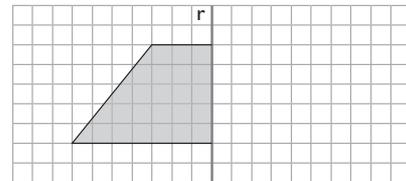
- 36** Dibuja el simétrico del romboide del dibujo siguiente respecto del eje r



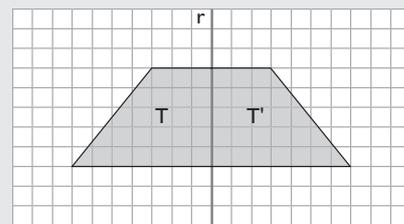
Solución:



- 37** Dibuja el simétrico del trapecio rectángulo del dibujo respecto del eje r

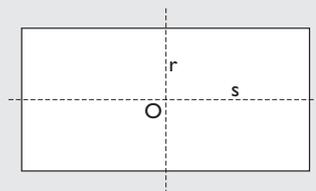


Solución:



- 38** Dibuja un rectángulo y sus ejes de simetría.

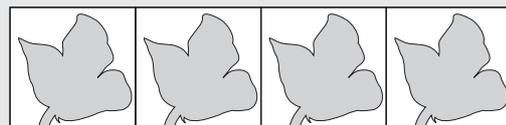
Solución:



- 39** Dibuja un friso.

Solución:

Solución abierta, por ejemplo:

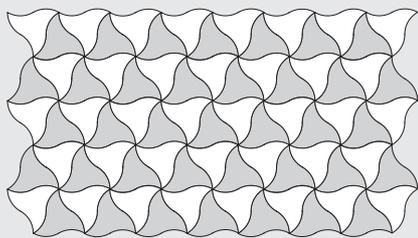


Ejercicios y problemas

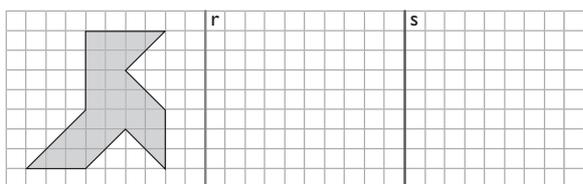
- 40** Dibuja un mosaico que no sea regular ni semirregular.

Solución:

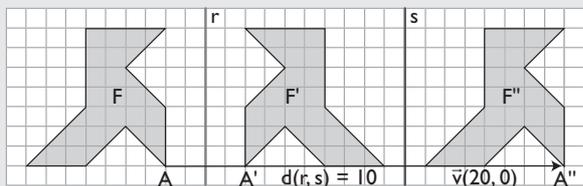
Solución abierta, por ejemplo:



- 41** Dibuja la pajarita simétrica del dibujo respecto de la recta r y después la simétrica de la obtenida respecto de la recta s . ¿A qué movimiento corresponde la composición de las dos simetrías?



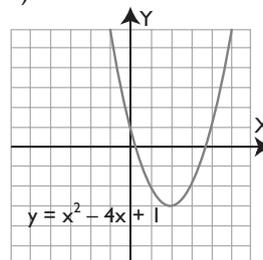
Solución:



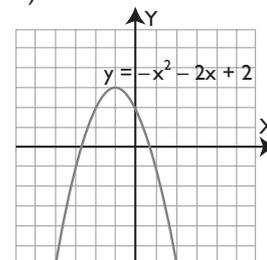
La composición corresponde a una traslación cuyo vector tiene por módulo el doble de la distancia que hay entre los dos ejes, la dirección es perpendicular a los ejes y el sentido va desde el primer eje al segundo.

- 42** Dibuja el eje de simetría de las siguientes parábolas y halla su fórmula o ecuación.

a)

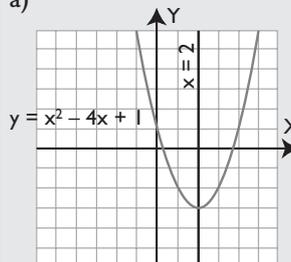


b)



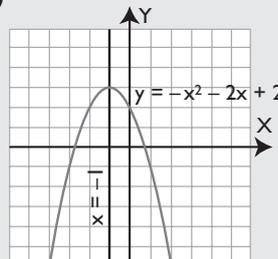
Solución:

a)



El eje de simetría es $x = 2$

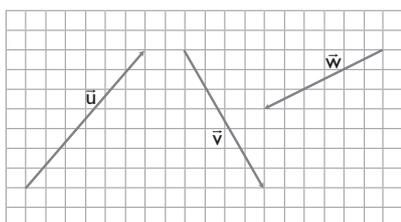
b)



El eje de simetría es $x = -1$

Para ampliar

- 43** Escribe las coordenadas de los vectores del siguiente dibujo y calcula sus módulos:



Solución:

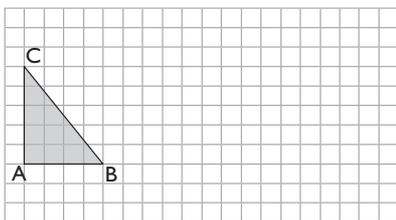
$$\vec{u}(6, 7) \Rightarrow |\vec{u}| = \sqrt{6^2 + 7^2} = \sqrt{85} = 9,22$$

$$\vec{v}(4, -7) \Rightarrow |\vec{v}| = \sqrt{4^2 + (-7)^2} = \sqrt{65} = 8,06$$

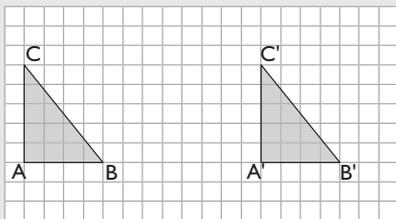
$$\vec{w}(-6, -3) \Rightarrow |\vec{w}| = \sqrt{(-6)^2 + (-3)^2} = \sqrt{45} = 6,71$$

Ejercicios y problemas

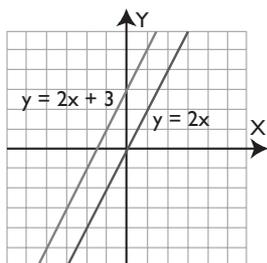
- 44** Dado el triángulo rectángulo de la figura, trasládalo según el vector $\vec{v}(12, 0)$



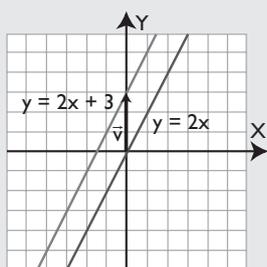
Solución:



- 45** Halla un vector que transforme la recta azul del siguiente dibujo en la recta roja:



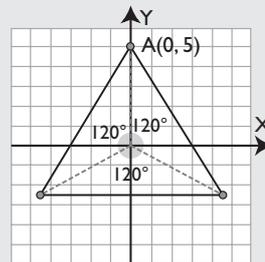
Solución:



$\vec{v}(0, -3)$

- 46** Dibuja unos ejes coordenados y aplica reiteradamente al punto $A(0, 5)$ un giro de centro el origen de coordenadas $O(0, 0)$ y argumento 120° . Une mediante segmentos los puntos que vas obteniendo. ¿Qué figura has generado?

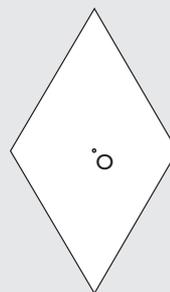
Solución:



Se ha generado un triángulo equilátero.

- 47** Dibuja un rombo. Halla un centro y un argumento de giro para que sea doble o invariante.

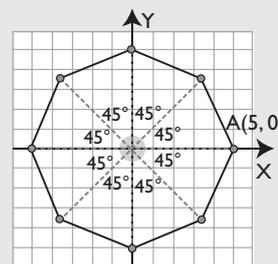
Solución:



El argumento es 180°

- 48** Dibuja unos ejes coordenados y aplica reiteradamente al punto $A(5, 0)$ un giro de centro el origen de coordenadas $O(0, 0)$ y argumento 45° . Une mediante segmentos los puntos que vas obteniendo. ¿Qué figura has generado?

Solución:

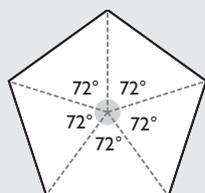


Se ha generado un octógono regular.

Ejercicios y problemas

- 49** Dibuja un pentágono regular y halla su centro de giro. ¿Cuánto tiene que girar para que coincida consigo mismo?

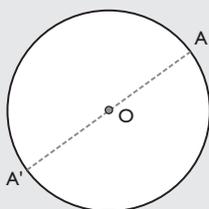
Solución:



Uno de los siguientes argumentos: 72° , 144° , 216° y 288°

- 50** Dibuja una circunferencia y su centro de simetría.

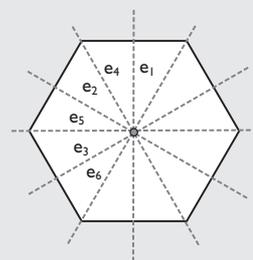
Solución:



El centro de simetría es el centro de la circunferencia.

- 51** Dibuja un hexágono regular y sus ejes de simetría. ¿Cuántos tiene?

Solución:

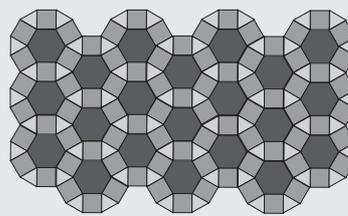


Tiene 6 ejes de simetría.

- 52** Dibuja un mosaico semirregular.

Solución:

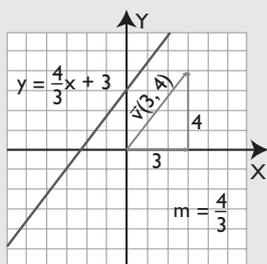
Solución abierta, por ejemplo:



Problemas

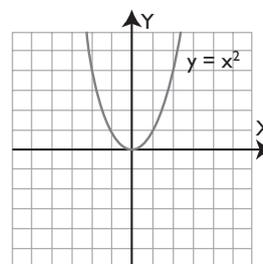
- 53** Dibuja en unos ejes coordenados una recta que sea doble o invariante por la traslación del vector $\vec{v}(3, 4)$. ¿Qué pendiente tiene?

Solución:



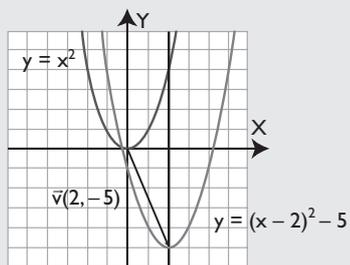
La pendiente es $m = 4/3$

- 54** Traslada la parábola del dibujo según el vector $\vec{v}(2, -5)$ y halla la ecuación de la nueva parábola.



Ejercicios y problemas

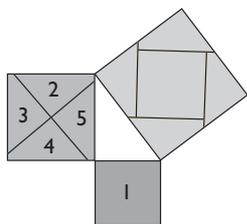
Solución:



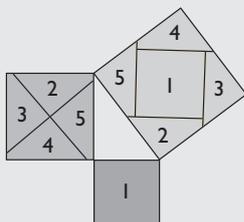
La nueva ecuación es:

$$y = x^2 - 4x - 1$$

- 55** Demuestra el teorema de Pitágoras aplicando traslaciones a las superficies numeradas como 1, 2, 3, 4 y 5

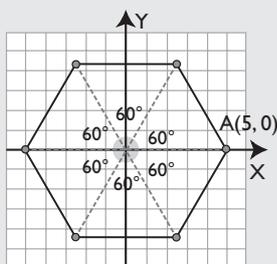


Solución:



- 56** Dibuja unos ejes coordenados y aplica reiteradamente al punto $A(5, 0)$ un giro de centro el origen de coordenadas $O(0, 0)$ y argumento 60° . Una mediante segmentos los puntos que vas obteniendo. ¿Qué figura has generado?

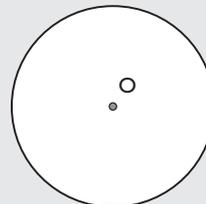
Solución:



Un hexágono regular.

- 57** Dibuja una circunferencia. Halla un centro y un argumento de giro para que sea doble o invariante.

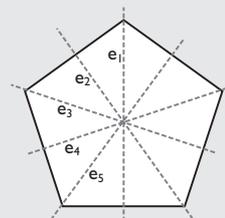
Solución:



El centro de giro es el centro de la circunferencia y como argumento sirve cualquiera.

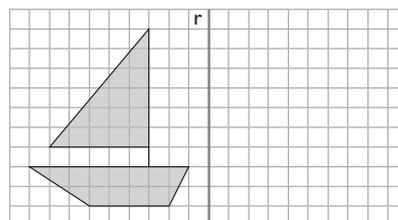
- 58** Dibuja un pentágono regular y sus ejes de simetría. ¿Cuántos tiene?

Solución:

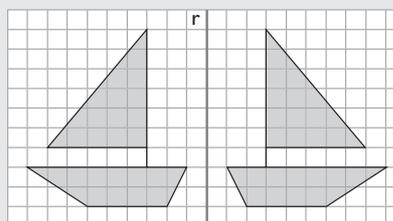


Tiene cinco ejes de simetría.

- 59** Halla el simétrico del barco respecto del eje r



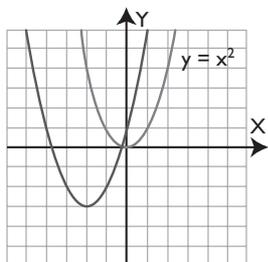
Solución:



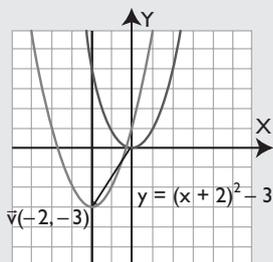
Ejercicios y problemas

Para profundizar

- 60** Calcula el vector que transforma la parábola roja en la parábola azul del siguiente dibujo y halla la ecuación de la nueva parábola.



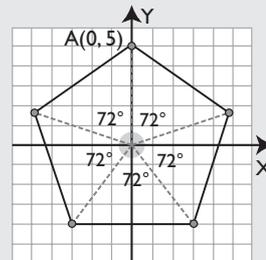
Solución:



$\vec{v}(-2, -3)$
 $y = x^2 + 4x + 1$

- 61** Dibuja unos ejes coordenados y aplica reiteradamente al punto $A(0, 5)$ un giro de centro el origen de coordenadas $O(0, 0)$ y argumento 72° . Une mediante segmentos los puntos que vas obteniendo. ¿Qué figura has generado?

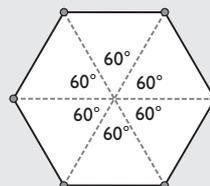
Solución:



Un pentágono regular.

- 62** Dibuja un hexágono. Halla un centro y un argumento de giro para que sea doble o invariante.

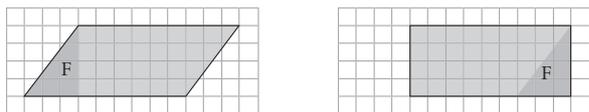
Solución:



El centro de giro es el centro del hexágono y el argumento puede ser: 60° , 120° , 180° , 240° y 300°

Aplica tus competencias

- 63** ¿Qué movimientos hay que aplicar a la figura F para transformar un romboide en un rectángulo que tiene la misma base y la misma altura?



Solución:

Una traslación de vector: $\vec{v}(9, 0)$

- 64** ¿Qué movimientos hay que aplicar a las figuras F y G para transformar un trapecio en un rectángulo que tiene por base la media de las dos bases del trapecio y por altura la misma del trapecio?



Solución:

Una simetría central, de centro el vértice superior o un giro de 180°

Comprueba lo que sabes

- 1** Define qué es un vector y di cuáles son sus características. Pon un ejemplo.

Solución:

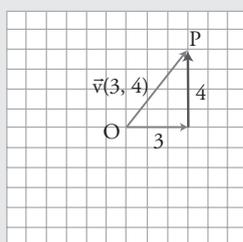
Un **vector** es un segmento orientado.

Características de un vector

Las características de un vector son:

- a) **Módulo:** es la longitud del vector. Se representa por $|\vec{v}|$
- b) **Dirección:** es la definida por la recta que lo contiene.
- c) **Sentido:** es el indicado por la punta de la flecha.

Ejemplo



$\vec{v}(3, 4)$ es un vector que tiene una componente horizontal de 3 unidades y una componente vertical de 4 unidades.

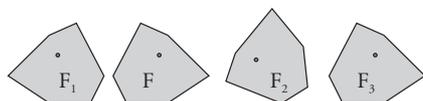
O es el origen y P el extremo.

- a) **Módulo:** se calcula aplicando el teorema de Pitágoras.

$$|\vec{v}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ unidades.}$$

- b) **Dirección:** es la de la recta que pasa por O y P
- c) **Sentido:** es el que va de O hacia P

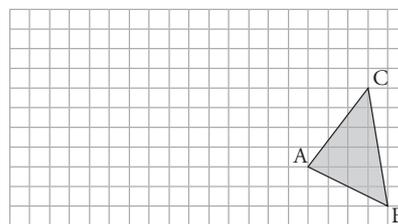
- 2** De la figura F se obtienen las figuras F_1 , F_2 y F_3 mediante un movimiento. Di qué tipos de movimiento son e indica cuáles son directos y cuáles inversos.



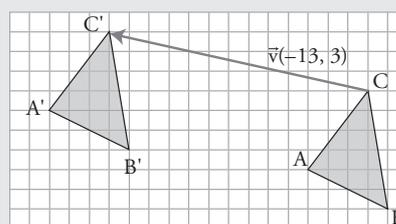
Solución:

- a) F_1 es una simetría axial, que es inverso.
- b) F_2 es un giro, que es un movimiento directo.
- c) F_3 es una traslación, que es un movimiento directo.

- 3** Dado el triángulo de la figura de la derecha, trasládalo según el vector $\vec{v}(-13, 3)$

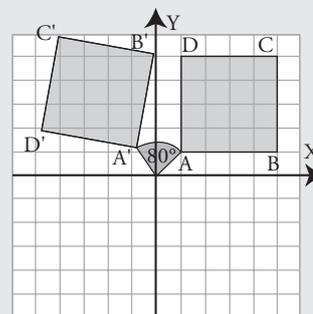


Solución:



- 4** Dibuja en unos ejes coordenados el cuadrado que tiene los vértices en los puntos A(1, 1), B(5, 1), C(5, 5) y D(1, 5), y aplícale un giro de centro el origen O(0, 0) y amplitud 80°

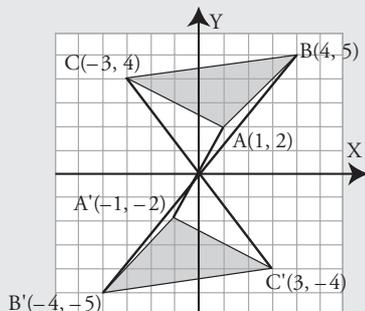
Solución:



Comprueba lo que sabes

- 5** Dibuja en unos ejes coordenados el triángulo que tiene los vértices en los puntos $A(1, 2)$, $B(4, 5)$ y $C(-3, 4)$, y aplícale una simetría central de centro el origen $O(0, 0)$

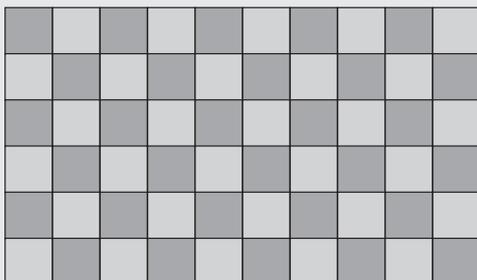
Solución:



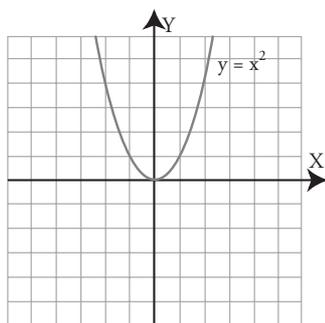
- 6** Dibuja un mosaico regular.

Solución:

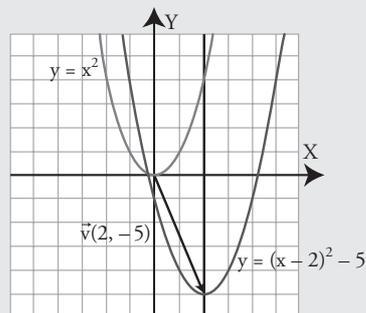
Solución abierta, por ejemplo:



- 7** Dada la parábola del dibujo, trasládala según el vector $\vec{v}(2, -5)$. Escribe la nueva ecuación de la parábola.

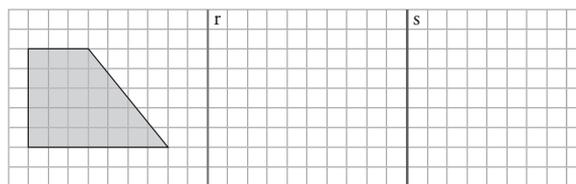


Solución:

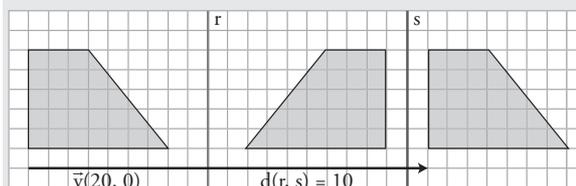


$$y = x^2 - 4x + 1$$

- 8** Dibuja el simétrico del trapecio respecto de la recta r y después el simétrico del obtenido respecto de la recta s . ¿A que movimiento corresponde la composición de las dos simetrías?



Solución:



La composición de las dos traslaciones corresponde a una traslación, el vector tiene de módulo el doble de la distancia que hay entre los dos ejes, la dirección es perpendicular a los ejes y el sentido va del primer eje al segundo.

Paso a paso

- 65** Dibuja un vector y un trapecio. Traslada el trapecio según dicho vector.

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

- 66** Dibuja un centro de giro, O , escribe el número 60 y dibuja un triángulo. Gira el triángulo 60° respecto del centro O

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

Práctica

- 67** Dibuja un centro de simetría central, O , y un pentágono regular. Haz el simétrico del pentágono respecto del centro O

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

- 68** Dibuja un eje de simetría axial, r , y un romboide. Haz el simétrico del romboide respecto de la recta r

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

- 69** **Internet.** Abre la web: www.editorial-bruno.es y elige **Matemáticas, curso y tema.**