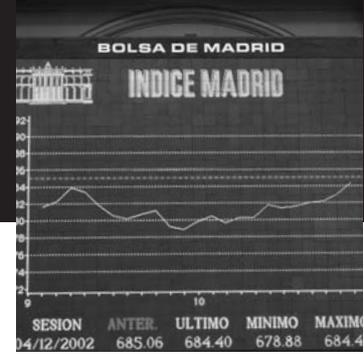




# **BLOQUE V**

## **Estadística y probabilidad**

- 13. Estadística
- 14. Probabilidad



## 1. Tablas de frecuencias

### PIENSA Y CALCULA

Se ha realizado un estudio en 30 personas. Observa la siguiente tabla y contesta:

Deporte	Fútbol	Baloncesto	Balonmano	Voleibol
Nº de personas	11	7	4	8

¿Sobre qué característica se investiga en el estudio? ¿Se puede contar o medir dicha característica?

#### Solución:

Sobre el deporte que practican las 30 personas.  
No. Es una característica cualitativa.

### APLICA LA TEORÍA

**1** Pon un ejemplo de cada tipo de carácter estadístico.

#### Solución:

- Carácter cualitativo: el color del pelo.
- Carácter cuantitativo discreto: número de hijos de una familia.
- Carácter cuantitativo continuo: la estatura de unas personas.

**2** El número de tornillos defectuosos que se han obtenido por término medio en 25 cajas envasadas en una fábrica ha sido: 3, 2, 5, 3, 3, 2, 1, 3, 2, 2, 4, 1, 1, 2, 2, 3, 5, 5, 5, 2, 4, 1, 1, 3, 2

- Clasifica el carácter estudiado.
- Haz una tabla de frecuencias absolutas y relativas.

#### Solución:

- Carácter discreto.

b) Tabla:

$x_i$	$n_i$	$f_i$	$N_i$	$F_i$
1	5	0,20	5	0,20
2	8	0,32	13	0,52
3	6	0,24	19	0,76
4	2	0,08	21	0,84
5	4	0,16	25	1,00
<b>Suma</b>	<b>25</b>	<b>1,00</b>		

**3** Se ha preguntado a una muestra de personas sobre el funcionamiento de su ayuntamiento, obteniéndose los siguientes resultados:

Respuesta	Muy mal	Mal	Normal	Bien	Muy bien
Nº personas	8	10	20	8	4

- Clasifica el carácter estudiado.
- Haz una tabla de frecuencias absolutas y relativas.

**Solución:**

- a) Carácter cualitativo.  
b) Tabla:

$x_i$	$n_i$	$f_i$	$N_i$	$F_i$
Muy mal	8	0,16	8	0,16
Mal	10	0,20	18	0,36
Normal	20	0,40	38	0,76
Bien	8	0,16	46	0,92
Muy Bien	4	0,08	50	1,00
<b>Suma</b>	<b>50</b>	<b>1,00</b>		

- 4 Se ha realizado un estudio sobre el peso de un grupo de jóvenes, obteniéndose los siguientes resultados:

<b>Peso (kg)</b>	51,5-56,5	56,5-61,5	61,5-66,5	66,5-71,5
<b>N° jóvenes</b>	6	8	10	12
<b>Peso (kg)</b>	71,5-76,5	76,5-81,5		
<b>N° jóvenes</b>	9	5		

- a) Clasifica el carácter estudiado.  
b) Escribe la marca de clase y completa una tabla de frecuencias absolutas y relativas.

**Solución:**

- a) Carácter cuantitativo continuo.  
b) Tabla:

<b>Peso</b>	$x_i$	$n_i$	$f_i$	$N_i$	$F_i$
51,5 a 56,5	54	6	0,12	6	0,12
56,5 a 61,5	59	8	0,16	14	0,28
61,5 a 66,5	64	10	0,20	24	0,48
66,5 a 71,5	69	12	0,24	36	0,72
71,5 a 76,5	74	9	0,18	45	0,90
76,5 a 81,5	79	5	0,10	50	1,00
<b>Suma</b>		<b>50</b>	<b>1,00</b>		

## 2. Gráficos estadísticos

### PIENSA Y CALCULA

En la siguiente representación se recoge a los tres máximos goleadores de una liga juvenil.

Ramón:   
 José:   
 Fabio:        = 5 goles       = 1 gol

¿Cuántos goles ha metido cada jugador?

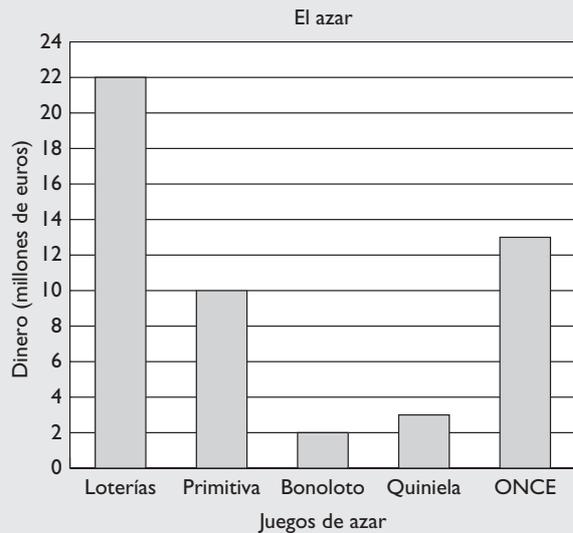
**Solución:**

Ramón: 23 goles  
José: 17 goles  
Fabio: 14 goles

**5** En la siguiente tabla se recogen las cantidades, en miles de euros, recaudadas por la administración “El Azar” en distintos juegos. Haz un diagrama de barras para los datos e interpreta el resultado:

Loterías	Primitiva	Bonoloto	Quiniela	ONCE
22	10	2	3	13

**Solución:**



Casi la mitad del dinero se juega en loterías y casi la otra mitad entre la ONCE y La Primitiva.

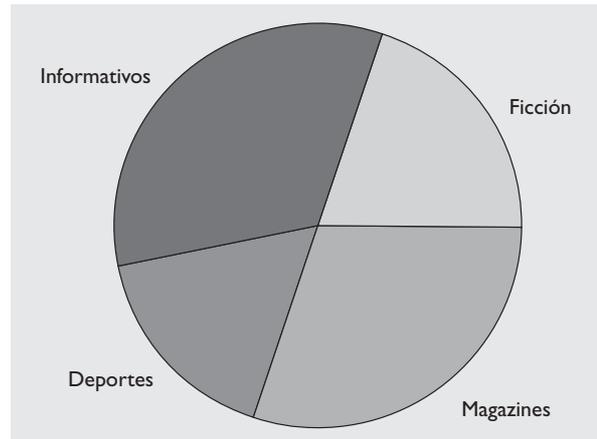
**6** En la siguiente tabla se recoge el número de programas que oferta una televisión semanalmente en distintas categorías. Haz un diagrama de sectores que recoja la información, e interpreta el resultado:

Magazine	Deportes	Informativos	Ficción
27	15	30	18

**Solución:**

$$360^\circ : 90 = 4^\circ$$

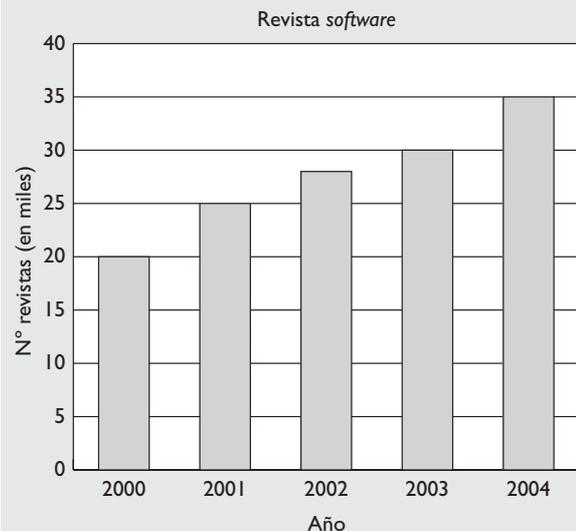
Tipo de programas	Nº de programas	Amplitud del sector
Magazines	27	$27 \cdot 4^\circ = 108^\circ$
Deportes	15	$15 \cdot 4^\circ = 60^\circ$
Informativos	30	$30 \cdot 4^\circ = 120^\circ$
Ficción	18	$18 \cdot 4^\circ = 72^\circ$
<b>Total</b>	<b>90</b>	<b>360°</b>



**7** Representa en un diagrama de barras el número total de revistas de software editadas por una empresa en los 5 años siguientes e interpreta el resultado:

Año	2000	2001	2002	2003	2004
Nº revistas (miles)	20	25	28	30	35

**Solución:**

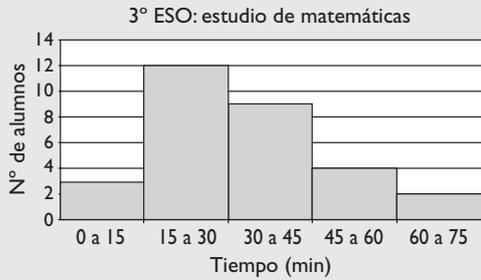


El número de revistas editadas ha ido creciendo progresivamente, lo que significa que cada vez más usuarios están interesados por el tema de la revista.

- 8** Haz un histograma para el tiempo que dedican a estudiar Matemáticas en su casa los alumnos de un grupo de 3º de la ESO, e interpreta el resultado:

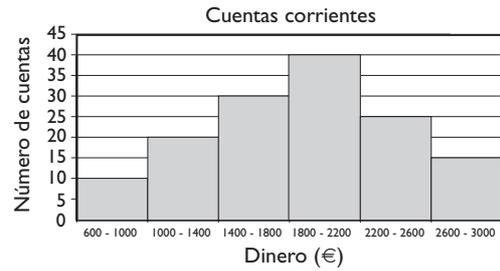
Tiempo (min)	0-15	15-30	30-45	45-60	60-75
Nº de alumnos	3	12	9	4	2

**Solución:**



La mayoría de los alumnos dedican al estudio entre 15 y 45 minutos.

- 9** Construye una tabla de datos para el siguiente histograma e interpreta el resultado:



**Solución:**

Saldo	Nº de cuentas
600 a 1000	10
1000 a 1400	20
1400 a 1800	30
1800 a 2200	40
2200 a 2600	25
2600 a 3000	15

La mayoría de las cuentas corrientes tienen un saldo entre 1400 € y 2600 €

### 3. Parámetros de centralización

#### PIENSA Y CALCULA

Paloma ha obtenido las siguientes calificaciones: 5, 7, 7 y 9  
¿Qué calificación media ha obtenido? ¿Qué calificación ha sacado más veces?

**Solución:**

La calificación media es un 7

La calificación que ha sacado más veces es un 7

**10** El número de refrescos que se han consumido de una máquina expendedora durante los últimos 40 días han sido:

5	7	8	12	8	5	12	7
8	15	15	7	8	12	8	5
7	12	8	12	15	8	7	8
12	5	7	8	5	12	15	7
7	8	15	7	12	8	5	8

Calcula la media aritmética, la moda y la mediana e interpreta los resultados.

**Solución:**

$x_i$	$n_i$	$N_i$	$x_i \cdot n_i$
5	6	6	30
7	9	15	63
8	12	27	96
12	8	35	96
15	5	40	75
<b>Total</b>	<b>40</b>		<b>360</b>

$$\text{Media: } \bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N} \Rightarrow \bar{x} = \frac{360}{40} = 9$$

Moda: 8

Mediana: 8

Los datos se distribuyen alrededor de 8 botes de refresco.

**11** Se ha estudiado el tiempo, en horas, que tarda un antibiótico en hacer efecto sobre un tipo de bacteria, obteniéndose los siguientes resultados:

Tiempo (h)	4-8	8-12	12-16	16-20	20-24	24-28	28-32
$n_i$	4	6	12	6	5	3	2

Calcula la moda, la media y la mediana para estos datos e interpreta los resultados.

**Solución:**

Tiempo (h)	$x_i$	$n_i$	$N_i$	$x_i \cdot n_i$
4-8	6	4	4	24
8-12	10	6	10	60
12-16	14	12	22	168
16-20	18	6	28	108
20-24	22	5	33	110
24-32	26	3	36	78
28-32	30	2	38	60
<b>Total</b>		<b>38</b>		<b>608</b>

$$\text{Media: } \bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N} \Rightarrow \bar{x} = \frac{608}{38} = 16$$

Moda: 14

Mediana: 14

Los datos se distribuyen alrededor de 16 horas.

**12** Se ha estudiado el tipo de literatura que les gusta a los alumnos de una clase, obteniéndose los siguientes resultados:

Tipo de literatura	Nº de personas
Novela	10
Aventuras	12
Ciencia ficción	8
Poesía	4

a) Calcula la moda.

b) ¿Se puede calcular la media y la mediana?

**Solución:**

a) Moda: Aventuras

b) La media no se puede calcular porque el carácter estudiado es cualitativo. La mediana no se puede calcular porque el carácter no es cuantitativo ni cualitativo ordenable.

- 13** Se ha medido la cantidad de azúcar, en mg, de 40 productos de bollería, obteniéndose los siguientes resultados:

Azúcar (mg)	Nº de bollos
0,5-1,5	6
1,5-2,5	8
2,5-3,5	15
3,5-4,5	6
4,5-5,5	5

Calcula la moda, la media y la mediana e interpreta los resultados.

**Solución:**

Azúcar (mg)	$x_i$	$n_i$	$N_i$	$x_i \cdot n_i$
0,5-1,5	1	6	6	6
1,5-2,5	2	8	14	16
2,5-3,5	3	15	29	45
3,5-4,5	4	6	35	24
4,5-5,5	5	5	40	25
<b>Total</b>		<b>40</b>		<b>116</b>

$$\text{Media: } \bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N} \Rightarrow \bar{x} = \frac{116}{40} = 2,9$$

Moda: 3

Mediana: 3

Los datos se distribuyen alrededor de 2,9 mg de azúcar.

## 4. Parámetros de dispersión

### PIENSA Y CALCULA

A lo largo del curso Alba ha obtenido las siguientes notas en Matemáticas: 7, 6, 7, 8 y 7, Óscar ha obtenido: 10, 2, 9, 10, 4. Calcula la media de ambas notas y di quién es más regular.

**Solución:**

Alba tiene de media un 7

Óscar tiene de media un 7

Tienen la misma nota media pero Alba es más regular porque sus notas oscilan menos.

**14** Durante los últimos 26 días, el número de alumnos que ha faltado a clase ha sido:

Nº de alumnos	0	1	2	3	4	5
Nº de días	5	4	8	5	3	1

Calcula la desviación típica y el coeficiente de variación e interpreta los resultados.

**Solución:**

$x_i$	$n_i$	$x_i \cdot n_i$	$x_i^2$	$x_i^2 \cdot n_i$
0	5	0	0	0
1	4	4	1	4
2	8	16	4	32
3	5	15	9	45
4	3	12	16	48
5	1	5	25	25
<b>Total</b>	<b>26</b>	<b>52</b>		<b>154</b>

$$\text{Media: } \bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N} \Rightarrow \bar{x} = \frac{52}{26} = 2$$

$$\text{Varianza: } V = \frac{\sum x_i^2 \cdot n_i}{N} - \bar{x}^2 \Rightarrow V = \frac{154}{26} - 2^2 = 1,92$$

$$\sigma = \sqrt{V} \Rightarrow \sigma = 1,39$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow CV = 0,69 = 69\% > 30\%$$

Las faltas de asistencia se distribuyen alrededor de 2 faltas pero con una dispersión muy grande.

**15** Se ha medido la temperatura máxima en una ciudad durante los últimos días, obteniéndose los siguientes resultados:

Temperatura (°C)	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18
Nº de días	3	4	9	3	1

Calcula la desviación típica y el coeficiente de variación e interpreta los resultados.

**Solución:**

Temperatura (°C)	$x_i$	$n_i$	$x_i \cdot n_i$	$x_i^2$	$x_i^2 \cdot n_i$
8-10	9	3	27	81	243
10-12	11	4	44	121	484
12-14	13	9	117	169	1521
14-16	15	3	45	225	675
16-18	17	1	17	289	289
<b>Total</b>		<b>20</b>	<b>250</b>		<b>3 212</b>

$$\text{Media: } \bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N} \Rightarrow \bar{x} = \frac{250}{20} = 12,50$$

$$\text{Varianza: } V = \frac{\sum x_i^2 \cdot n_i}{N} - \bar{x}^2$$

$$V = \frac{3212}{20} - 12,5^2 = 4,35$$

$$\sigma = \sqrt{V} \Rightarrow \sigma = 2,09$$

$$CV = \sigma / \bar{x} \Rightarrow CV = 0,17 = 17\% < 30\%$$

La temperatura se distribuye alrededor de 12,5 °C con una dispersión pequeña.

**16** Las edades de los componentes de una asociación deportiva son las siguientes:

Edad (años)	Componentes
15-19	5
19-23	6
23-27	10
27-31	5
31-35	2

Calcula la desviación típica y el coeficiente de variación e interpreta los resultados.

**Solución:**

Edad (años)	$x_i$	$n_i$	$x_i \cdot n_i$	$x_i^2$	$x_i^2 \cdot n_i$
15-19	17	5	85	289	1445
19-23	21	6	126	441	2646
23-27	25	10	250	625	6250
27-31	29	5	145	841	4205
31-35	33	2	66	1089	2178
<b>Total</b>		<b>28</b>	<b>672</b>		<b>16 724</b>

$$\text{Media: } \bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N} \Rightarrow \bar{x} = \frac{672}{28} = 24$$

$$\text{Varianza: } V = \frac{\sum x_i^2 \cdot n_i}{N} - \bar{x}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V = \frac{16724}{28} - 24^2 = 21,29$$

$$\sigma = \sqrt{V} \Rightarrow \sigma = 4,61$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow CV = 0,19 = 19\% < 30\%$$

Las edades se distribuyen alrededor de los 24 años con una disposición pequeña.

- 17** Durante los últimos 10 años, la cotización en bolsa de dos empresas, A y B, ha sido la siguiente:

<b>Empresa A</b>	4,0	4,2	4,0	4,1	4,0	3,9	4,2	4,0	4,0	4,1
<b>Empresa B</b>	7,0	7,2	7,0	6,5	7,5	7,0	7,5	6,5	7,2	7,0

- Calcula la desviación típica y el coeficiente de variación.
- Analiza en qué empresa puede ser más arriesgado invertir.

**Solución:**

a) Empresa A:

$x_i$	$n_i$	$x_i \cdot n_i$	$x_i^2$	$x_i^2 \cdot n_i$
3,9	1	3,9	15,21	15,21
4,0	5	20,0	16,00	80,00
4,1	2	8,2	16,81	33,62
4,2	2	8,4	17,64	35,28
<b>Total</b>	<b>10</b>	<b>40,5</b>		<b>164,11</b>

$$\text{Media: } \bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N} \Rightarrow \bar{x} = \frac{40,5}{10} = 4,05$$

$$\text{Varianza: } V = \frac{\sum x_i^2 \cdot n_i}{N} - \bar{x}^2$$

$$V = \frac{164,11}{10} - 4,05^2 = 0,009$$

$$\sigma = \sqrt{V} \Rightarrow \sigma = 0,09$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow CV = 0,023 = 2,3\% < 30\%$$

b) Empresa B:

$x_i$	$n_i$	$x_i \cdot n_i$	$x_i^2$	$x_i^2 \cdot n_i$
6,5	2	13,0	42,25	84,50
7,0	4	28,0	49,00	196,00
7,2	2	14,4	51,84	103,68
7,5	2	15,0	56,25	112,50
<b>Total</b>	<b>10</b>	<b>70,4</b>		<b>496,68</b>

$$\text{Media: } \bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N} \Rightarrow \bar{x} = \frac{70,4}{10} = 7,04$$

$$\text{Varianza: } V = \frac{\sum x_i^2 \cdot n_i}{N} - \bar{x}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V = \frac{496,68}{10} - 7,04^2 = 0,11$$

$$\sigma = \sqrt{V} \Rightarrow \sigma = 0,33$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow CV = 0,046 = 4,6\% < 30\%$$

En la empresa B hay una dispersión que es aproximadamente el doble que en la empresa A, pero los dos valores tienen una dispersión pequeña.

# Ejercicios y problemas

## 1. Tablas de frecuencias

**18** Clasifica los siguientes caracteres en cualitativos, cuantitativos discretos o cuantitativos continuos:

- El color de pelo.
- La estatura de un grupo de personas.
- El deporte preferido.
- El número de libros leídos.

**Solución:**

- Cualitativo.
- Cuantitativo continuo.
- Cualitativo.
- Cuantitativo discreto.

**19** El número de horas al día, por término medio, que unos jóvenes dedican a la lectura, es:

Tiempo (h)	0-0,5	0,5-1	1-1,5	1,5-2	2-2,5
Nº de alumnos	4	8	12	10	6

- Clasifica el carácter estudiado.
- Haz una tabla con las frecuencias acumuladas y relativas.

**Solución:**

- Cuantitativo continuo.
- Tabla:

Tiempo (h)	$x_i$	$n_i$	$f_i$	$N_i$	$F_i$
0-0,5	0,25	4	0,10	4	0,10
0,5-1	0,75	8	0,20	12	0,30
1-1,5	1,25	12	0,30	24	0,60
1,5-2	1,75	10	0,25	34	0,85
2-2,5	2,25	6	0,15	40	1,00
Total		40	1,00		

**20** Se ha realizado un estudio sobre el número de veces que van al cine un grupo de jóvenes, obteniéndose los siguientes resultados:

3	2	1	3	2	4	1	4	3	2
1	5	3	6	3	5	3	2	5	1
3	1	2	1	4	2	6	4	2	3
3	2	4	3	1	5	2	1	3	2
2	3	2	5	3	1	3	4	1	3

a) Clasifica el carácter estudiado.

b) Haz una tabla de frecuencias absolutas y relativas.

**Solución:**

a) Cuantitativo discreto.

b) Tabla:

$x_i$	$n_i$	$f_i$	$N_i$	$F_i$
1	10	0,20	10	0,20
2	12	0,24	22	0,44
3	15	0,30	37	0,74
4	6	0,12	43	0,86
5	5	0,10	48	0,96
6	2	0,04	50	1,00
Total	50	1,00		

**21** Se ha preguntado a una muestra de personas por su grado de satisfacción sobre los servicios públicos, obteniéndose los siguientes resultados:

Respuesta	Nº de personas
Muy insatisfecho	15
Insatisfecho	25
Normal	28
Satisfecho	20
Muy satisfecho	12

a) Clasifica el carácter estudiado.

b) Haz una tabla de frecuencias absolutas y relativas.

**Solución:**

a) Carácter cualitativo.

b) Tabla:

$x_i$	$n_i$	$f_i$	$N_i$	$F_i$
Muy insatisfecho	15	0,15	15	0,15
Insatisfecho	25	0,25	40	0,40
Normal	28	0,28	68	0,68
Satisfecho	20	0,20	88	0,88
Muy satisfecho	12	0,12	100	1,00
Total	100	1,00		

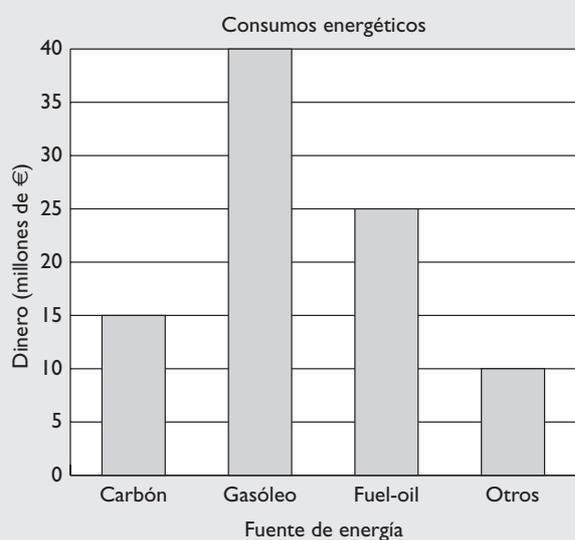
## 2. Gráficos estadísticos

- 22** En la siguiente tabla se recogen las cantidades de dinero (en millones de €) gastadas en una comunidad autónoma en el último año:

Producto consumido	Dinero
Carbón	15
Gasóleo	40
Fuel-oil	25
Otros	10

Haz un diagrama de barras para los datos e interpreta el resultado.

**Solución:**



Casi la mitad del dinero se dedica al consumo de gasóleo.

- 23** Se ha realizado un estudio relativo a los lugares y a la frecuencia con que se contagia la gripe entre las personas. Se han obtenido los siguientes resultados:

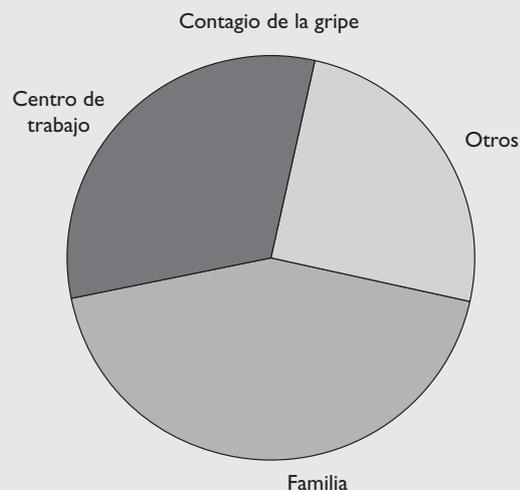
Lugar de contagio	Nº de personas
Familia	26
Centro de trabajo	19
Otros	15

Haz un diagrama de sectores que recoja esta información, e interpreta el resultado.

**Solución:**

$$360^\circ : 60 = 6^\circ$$

Lugar de contagio	Nº de personas	Amplitud del sector
Familia	26	$26 \cdot 6^\circ = 156^\circ$
Centro de trabajo	19	$19 \cdot 6^\circ = 114^\circ$
Otros	15	$15 \cdot 6^\circ = 90^\circ$
<b>Total</b>	<b>60</b>	<b>360°</b>



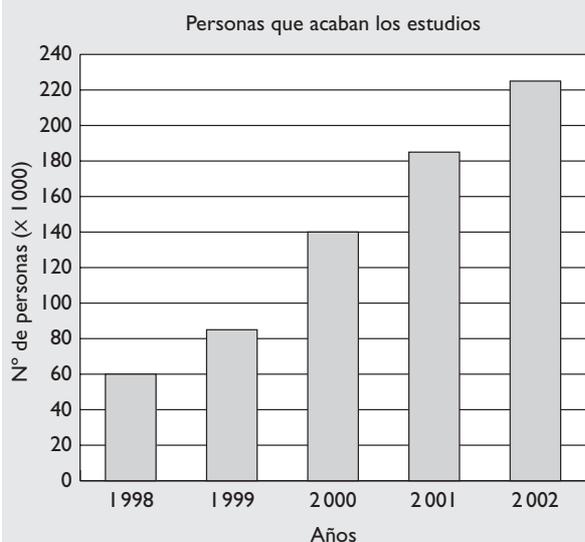
El contagio proviene generalmente del entorno familiar y del trabajo que es donde se está la mayoría del tiempo.

# Ejercicios y problemas

- 24** Haz un diagrama de barras para el número de alumnos que han terminado sus estudios de ESO en España durante los años siguientes, e interpreta el resultado:

Años	1998	1999	2000	2001	2002
Nº de alumnos (en miles)	60	85	140	185	225

**Solución:**

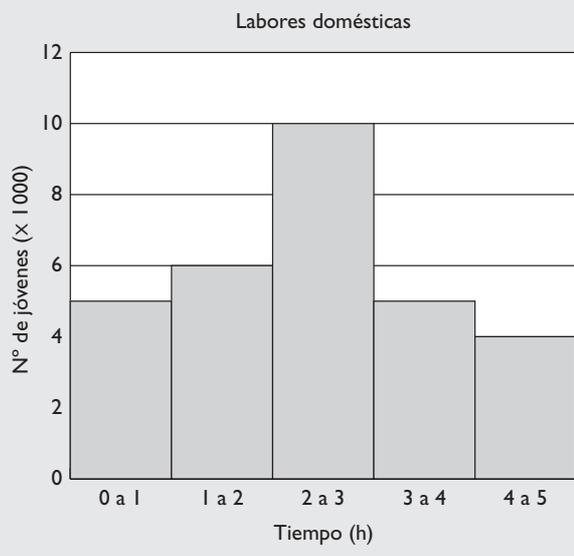


Claramente el número de personas que acaba los estudios aumenta progresivamente, lo que resulta lógico porque la población habrá aumentado según los años de implantación de las reformas educativas. Lo que no se puede concluir es si la proporción de personas que acaban sus estudios aumenta o no.

- 25** Haz un histograma para el tiempo semanal que emplean unos jóvenes en ayudar en las labores domésticas en su casa:

Tiempo (h)	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5
Nº de jóvenes	5	6	10	5	4

**Solución:**



## 3. Parámetros de centralización

- 26** En una muestra de familias se ha estudiado el número de hijos que tienen, obteniéndose el siguiente resultado:

Nº de hijos	0	1	2	3	4	5	6
Frecuencia	15	35	20	15	7	5	3

Calcula la moda, la media y la mediana para estos datos, e interpreta el resultado.

**Solución:**

$x_i$	$n_i$	$N_i$	$x_i \cdot n_i$
0	15	15	0
1	35	50	35
2	20	70	40
3	15	85	45
4	7	92	28
5	5	97	25
6	3	100	18
<b>Total</b>	<b>100</b>		<b>191</b>

$$\text{Media: } \bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N} \Rightarrow \bar{x} = \frac{191}{100} = 1,91$$

Moda: 1 hijo

Mediana:  $100/2 = 50$

La mediana es  $(1 + 2)/2 = 1,5$

El número de hijos se distribuye alrededor de 1,91 hijos.

- 27** El número de discos que una tienda ha vendido de la banda sonora de una película ha sido el siguiente:

Nº de discos	2	3	4	5	6	10
Nº de días	4	5	12	3	2	1

Calcula la moda, la media y la mediana para estos datos.

**Solución:**

$x_i$	$n_i$	$N_i$	$x_i \cdot n_i$
2	4	4	8
3	5	9	15
4	12	21	48
5	3	24	15
6	2	26	12
10	1	27	10
<b>Total</b>	<b>27</b>		<b>108</b>

$$\text{Media: } \bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N} \Rightarrow \bar{x} = \frac{108}{27} = 4$$

Moda: 4

Mediana: 4

Los datos se distribuyen alrededor de 4 discos.

- 28** Se ha estudiado el deporte preferido de los alumnos de una clase, obteniéndose los siguientes resultados:

Deporte	Nº de alumnos
Fútbol	12
Baloncesto	6
Balonmano	5
Voleibol	2
Atletismo	2
Natación	3

a) Calcula la moda.

b) ¿Se puede calcular la media y la mediana?

c) Interpreta los resultados obtenidos.

**Solución:**

a) Moda: Fútbol

b) La media no se puede calcular porque el carácter estudiado es cualitativo. La mediana tampoco se puede calcular porque el carácter es cualitativo pero no es ordenable.

c) El deporte más practicado es el fútbol.

#### 4. Parámetros de dispersión

- 29** La talla de los nacidos en una clínica en un determinado día se ha recogido en esta tabla:

Longitud (cm)	45-47	47-49	49-51	51-53	53-55
Nº de niños	2	6	4	2	1

Calcula la desviación típica y el coeficiente de variación e interpreta los resultados.

**Solución:**

$x_i$	$n_i$	$x_i \cdot n_i$	$x_i^2$	$x_i^2 \cdot n_i$
46	2	92	2116	4232
48	6	288	2304	13824
50	4	200	2500	10000
52	2	104	2704	5408
54	1	54	2916	2916
<b>Total</b>	<b>15</b>	<b>738</b>		<b>36380</b>

$$\text{Media: } \bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N} \Rightarrow \bar{x} = \frac{738}{15} = 49,2$$

$$\text{Varianza: } V = \frac{\sum x_i^2 \cdot n_i}{N} - \bar{x}^2$$

$$V = \frac{36380}{15} - 49,2^2 = 4,69$$

$$\sigma = \sqrt{V} \Rightarrow \sigma = 2,17$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow CV = 0,04 = 4\% < 30\%$$

Los datos se distribuyen alrededor de 49,2 cm con una dispersión muy pequeña.

# Ejercicios y problemas

- 30** Las semanas en cartel que han estado distintas películas en un determinado cine han sido: 3, 1, 4, 3, 2, 5, 2, 11, 5, 2. Calcula la desviación típica y el coeficiente de variación.

**Solución:**

$x_i$	$n_i$	$x_i \cdot n_i$	$x_i^2$	$x_i^2 \cdot n_i$
1	1	1	1	1
2	3	6	4	12
3	2	6	9	18
4	1	4	16	16
5	2	10	25	50
11	1	11	121	121
<b>Total</b>	<b>10</b>	<b>38</b>		<b>218</b>

$$\text{Media: } \bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N} \Rightarrow \bar{x} = \frac{38}{10} = 3,8$$

$$\text{Varianza: } V = \frac{\sum x_i^2 \cdot n_i}{N} - \bar{x}^2$$

$$V = \frac{218}{10} - 3,8^2 = 7,36$$

$$\sigma = \sqrt{V} \Rightarrow \sigma = 2,71$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow CV = 0,71 = 71\% > 30\%$$

Hay mucha dispersión de datos.

- 31** El peso de 25 deportistas se recoge en la tabla:

Peso (kg)	63-67	67-71	71-75	75-79	79-83
Número de deportistas	1	12	5	4	2

Calcula la desviación típica y el coeficiente de variación e interpreta los resultados.

**Solución:**

Peso (kg)	$x_i$	$n_i$	$x_i \cdot n_i$	$x_i^2$	$x_i^2 \cdot n_i$
63-67	65	1	65	4 225	4 225
67-71	69	12	828	4 761	57 132
71-75	73	5	365	5 329	26 645
75-79	77	4	308	5 929	23 716
79-83	81	2	162	6 561	13 122
<b>Total</b>		<b>24</b>	<b>1 728</b>		<b>124 840</b>

$$\text{Media: } \bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N} \Rightarrow \bar{x} = \frac{1 728}{24} = 72$$

$$\text{Varianza: } V = \frac{\sum x_i^2 \cdot n_i}{N} - \bar{x}^2$$

$$V = \frac{124 840}{24} - 72^2 = 17,67$$

$$\sigma = \sqrt{V} \Rightarrow \sigma = 4,20$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow CV = 0,06 = 6\% < 30\%$$

Los pesos se distribuyen alrededor de 72 kg con una dispersión muy pequeña.

- 32** Dos atletas que corren la prueba de 100 m han hecho los siguientes registros:

Atleta A	10,1	10,1	10,1	10,1	10,2
Atleta B	10,4	10,3	9,79	9,79	10,3

- a) Calcula la desviación típica y el coeficiente de variación.  
b) ¿Qué atleta elegirías si deseas arriesgarte para obtener la mejor marca?

**Solución:**

Atleta A ( $x_i$ )	$n_i$	$x_i \cdot n_i$	$x_i^2$	$x_i^2 \cdot n_i$
10,1	4	40,4	102,01	408,04
10,2	1	10,2	104,04	104,04
<b>Total</b>	<b>5</b>	<b>50,6</b>		<b>512,08</b>

$$\text{Media: } \bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N} \Rightarrow \bar{x} = \frac{50,6}{5} = 10,12$$

$$\text{Varianza: } V = \frac{\sum x_i^2 \cdot n_i}{N} - \bar{x}^2$$

$$V = \frac{512,08}{5} - 10,12^2 = 0,0016$$

$$\sigma = \sqrt{V} \Rightarrow \sigma = 0,04$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow CV = 0,004 = 0,4\% < 30\%$$

**Solución:**

Atleta B ( $x_i$ )	$n_i$	$x_i \cdot n_i$	$x_i^2$	$x_i^2 \cdot n_i$
9,79	2	19,58	95,84	191,69
10,3	2	20,60	106,09	212,18
10,4	1	10,40	108,16	108,16
<b>Total</b>	<b>5</b>	<b>50,58</b>		<b>512,03</b>

Media:  $\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N} \Rightarrow \bar{x} = \frac{50,58}{5} = 10,116$

Varianza:  $V = \frac{\sum x_i^2 \cdot n_i}{N} - \bar{x}^2$

$V = \frac{512,03}{5} - 10,116^2 = 0,072$

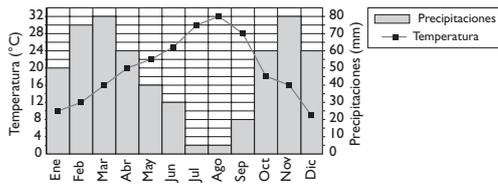
$\sigma = \sqrt{V} \Rightarrow \sigma = 0,268$

$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow CV = 0,026 = 2,6\% < 30\%$

El atleta A es más constante y el atleta B tiene mayor dispersión, pero es el que puede obtener mejor marca.

**Para ampliar**

**33** Un climograma es un gráfico en el que se registran las temperaturas y las lluvias durante un año. Analiza el siguiente y haz una tabla de datos donde se recojan las temperaturas y las precipitaciones.



**Solución:**

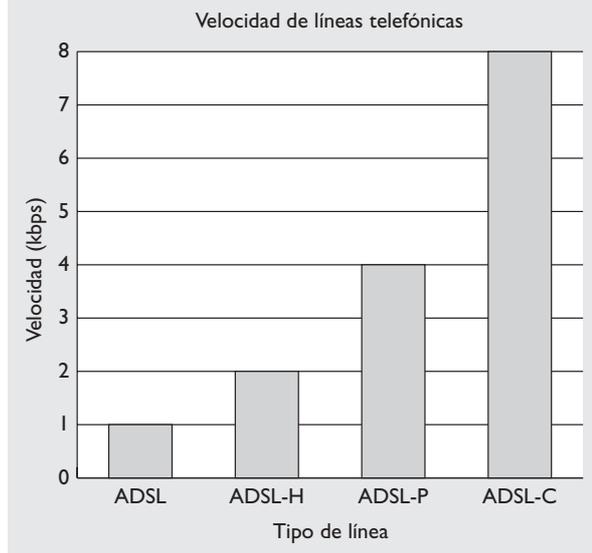
En verano las precipitaciones disminuyen y las temperaturas son muy altas, al revés que en invierno.

Mes	Precipitaciones (mm)	Temperatura (°C)
Enero	50	10
Febrero	75	12
Marzo	80	16
Abril	60	20
Mayo	40	22
Junio	30	25
Julio	5	30
Agosto	5	32
Septiembre	20	28
Octubre	60	18
Noviembre	80	16
Diciembre	60	8

**34** En la siguiente tabla se recoge la velocidad, en Mbps, que permite el acceso a internet según el tipo de línea. Haz un gráfico de barras que represente los datos.

Línea	Velocidad (Mbps)
ADSL	1
ADSL - H	2
ADSL - P	4
ADSL - C	8

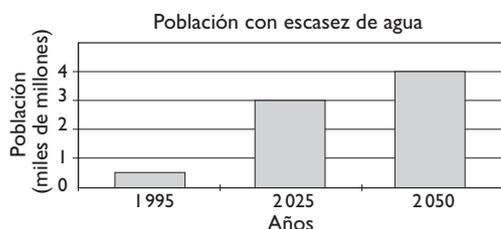
**Solución:**



# Ejercicios y problemas

## Problemas

- 35** El siguiente gráfico recoge hasta el 2050 la población que tendrá escasez de agua. Haz una tabla de datos que recoja los resultados.



**Solución:**

Población con escasez de agua	
Años	Población (miles de millones)
1995	0,50
2025	3,00
2050	4,00

- 36** El tiempo, en horas, que unos escolares dedican a hacer deporte se recoge en la tabla siguiente:

Tiempo (h)	Nº de escolares
0-2	5
2-4	8
4-6	4
6-8	3

Calcula la media, la desviación típica y el coeficiente de variación e interpreta los resultados.

**Solución:**

Tiempo (h)	$x_i$	$n_i$	$x_i \cdot n_i$	$x_i^2$	$x_i^2 \cdot n_i$
0-2	1	5	5	1	5
2-4	3	8	24	9	72
4-6	5	4	20	25	100
6-8	7	3	21	49	147
<b>Total</b>		<b>20</b>	<b>70</b>		<b>324</b>

$$\text{Media: } \bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N} \Rightarrow \bar{x} = \frac{70}{20} = 3,5$$

$$\text{Varianza: } V = \frac{\sum x_i^2 \cdot n_i}{N} - \bar{x}^2$$

$$V = \frac{324}{20} - 3,5^2 = 3,95$$

$$\sigma = \sqrt{V} \Rightarrow \sigma = 1,99$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow CV = 0,57 = 57\% > 30\%$$

El tiempo se distribuye alrededor de 3,5 h pero con una dispersión muy grande.

- 37** La estatura, en centímetros, de un grupo de alumnos es:

Estatura (cm)	Nº de alumnos
140-150	1
150-160	6
160-170	10
170-180	4
180-190	2

Calcula la media, la desviación típica y el coeficiente de variación e interpreta los resultados.

**Solución:**

Estatura (cm)	$x_i$	$n_i$	$x_i \cdot n_i$	$x_i^2$	$x_i^2 \cdot n_i$
140-150	145	1	145	21 025	21 025
150-160	155	6	930	24 025	144 150
160-170	165	10	1 650	27 225	272 250
170-180	175	4	700	30 625	122 500
180-190	185	2	370	34 225	68 450
<b>Total</b>		<b>23</b>	<b>3 795</b>		<b>628 375</b>

$$\text{Media: } \bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N} \Rightarrow \bar{x} = \frac{3 795}{23} = 165$$

$$\text{Varianza: } V = \frac{\sum x_i^2 \cdot n_i}{N} - \bar{x}^2$$

$$V = \frac{628 375}{23} - 165^2 = 95,65$$

$$\sigma = \sqrt{V} \Rightarrow \sigma = 9,78$$

$$CV = \sigma / \bar{x} \Rightarrow CV = 0,06 = 6\% < 30\%$$

La estatura se distribuye alrededor de 165 cm con una dispersión pequeña.

- 38** La distribución de vehículos detectados en un control de velocidad en carretera ha sido:

Velocidad (km/h)	Nº de vehículos
70-80	4
80-90	6
90-100	20
100-110	16
110-120	4

Calcula la media y la desviación típica e interpreta el resultado.

**Solución:**

Velocidad (km/h)	$x_i$	$n_i$	$x_i \cdot n_i$	$x_i^2$	$x_i^2 \cdot n_i$
70-80	75	4	300	5 625	22 500
80-90	85	6	510	7 225	43 350
90-100	95	20	1 900	9 025	180 500
100-110	105	16	1 680	11 025	176 400
110-120	115	4	460	13 225	52 900
<b>Total</b>		<b>50</b>	<b>4 850</b>		<b>475 650</b>

$$\text{Media: } \bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N} \Rightarrow \bar{x} = \frac{4850}{50} = 97$$

$$\text{Varianza: } V = \frac{\sum x_i^2 \cdot n_i}{N} - \bar{x}^2$$

$$V = \frac{475\,650}{50} - 97^2 = 104$$

$$\sigma = \sqrt{V} \Rightarrow \sigma = 10,2$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow CV = 0,11 = 11\% < 30\%$$

La velocidad se distribuye alrededor de 97 km/h con una dispersión pequeña.

- 39** Se necesita hacer un pedido de termómetros clínicos, por lo que antes se prueban nueve distintos midiendo a la vez cierta temperatura. Los resultados son los siguientes:

36,4; 36,2; 36,9; 37,4; 37; 36,7; 37,6; 37,1; 36,8

¿Con qué termómetro se deben quedar?

**Solución:**

La temperatura media de los termómetros es: 36,9

Lo lógico sería quedarse con el termómetro que da 36,9 porque es el que menos oscilación da con respecto a la media.

**Para profundizar**

- 40** Se han cortado unos trozos de cable cuyas longitudes se han recogido en la siguiente tabla:

Longitud (cm)	Nº de cables
1-3	4
3-5	10
5-7	5
7-9	4
9-11	1

Calcula la media, la desviación típica y el coeficiente de variación e interpreta los resultados.

**Solución:**

Longitud (cm)	$x_i$	$n_i$	$x_i \cdot n_i$	$x_i^2$	$x_i^2 \cdot n_i$
1-3	2	4	8	4	16
3-5	4	10	40	16	160
5-7	6	5	30	36	180
7-9	8	4	32	64	256
9-11	10	1	10	100	100
<b>Total</b>		<b>24</b>	<b>120</b>		<b>712</b>

$$\text{Media: } \bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N} \Rightarrow \bar{x} = \frac{120}{24} = 5$$

$$\text{Varianza: } V = \frac{\sum x_i^2 \cdot n_i}{N} - \bar{x}^2$$

$$V = \frac{712}{24} - 5^2 = 4,67$$

$$\sigma = \sqrt{V} \Rightarrow \sigma = 2,16$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow CV = 0,43 = 43\% > 30\%$$

Las longitudes se distribuyen alrededor de 5 cm con una dispersión grande.

# Ejercicios y problemas

- 41** ¿Cómo varía la media y la desviación típica si a todos los datos se les suma un mismo número? Compruébalo con los siguientes datos:

$x_i$	2	5	6	4	2	3	5
$x_i + 3$	5	8	9	7	5	6	8

**Solución:**

	$x_i$	$x_i + 3$
Media	3,86	6,86
$\sigma$	1,46	1,46

La media aumenta en el mismo número que se suma a los datos y la desviación típica no varía.

- 42** ¿Cómo varía la media y la desviación típica si todos los datos se multiplican por un mismo número? Compruébalo con los siguientes datos:

$x_i$	3	5	6	5	4	2	3
$2x_i$	6	10	12	10	8	4	6

**Solución:**

	$x_i$	$2 \cdot x_i$
Media	4	8
$\sigma$	1,3	2,6

La media y la desviación típica quedan multiplicados por el mismo número.

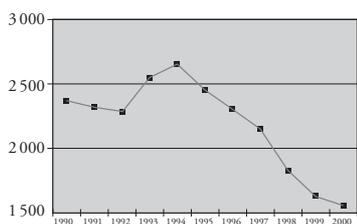
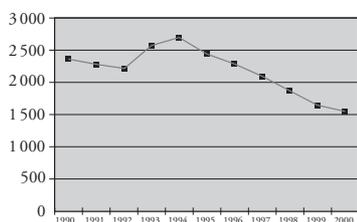
- 43** Calcula la nota media de Ernesto si ha sacado las calificaciones 8, 5, 6, 9, sabiendo que éstas representan un 40%, 35%, 10% y un 15% de la nota respectivamente.

**Solución:**

$$\text{Nota media} = 0,4 \cdot 8 + 0,35 \cdot 5 + 0,1 \cdot 6 + 0,15 \cdot 9 = 6,9$$

# Aplica tus competencias

- 44** La estadística trata información y la resume en forma de gráfico en muchas ocasiones. Analiza la evolución del paro en España durante la siguiente serie:



Los dos gráficos recogen los mismos datos.

- ¿Dan los dos gráficos la misma sensación de descenso del paro?
- ¿Qué diferencias hay?
- ¿Elegirían el Gobierno y la oposición el mismo gráfico?

### Solución:

- El 2º da más sensación de descenso.
- El eje de ordenadas. El 1º comienza en cero y el 2º está cortado y comienza en 1500
- Dependiendo de lo que se quiera decir se elegirá el 1º o el 2º. Si se quiere dar sensación de que el descenso es importante se elegirá el 2º. Parece lógico pensar que el gráfico 2º es el que elegiría un gobierno que quisiera decir que el paro ha descendido con rapidez.

# Comprueba lo que sabes

- 1** Define carácter estadístico cuantitativo y cualitativo. Pon un ejemplo de cada tipo.

### Solución:

**Carácter estadístico cualitativo:** es aquel que indica una cualidad. No se puede contar ni medir.

**Carácter estadístico cuantitativo:** es aquel que indica una cantidad. Se puede contar o medir. Se clasifica en:

- Cuantitativo discreto:** sus valores son el resultado de un recuento. Solo puede tomar ciertos valores aislados.
- Cuantitativo continuo:** sus valores son el resultado de una medida. Puede tomar cualquier valor dentro de un intervalo.

### Ejemplo

		Caracteres	Valores
Cualitativo		El deporte practicado	Fútbol, natación...
Cuantitativo	Discreto	El nº de libros que lee al año	0, 1, 2, 3...
	Continuo	La estatura	160 cm, 170 cm...

# Comprueba lo que sabes

- 2** Ante la propuesta de un ayuntamiento de pasar un día sin coches, la opinión de los vecinos fue la siguiente:

Opinión	Nº de vecinos
Muy mala	15
Mala	30
Buena	50
Muy buena	25

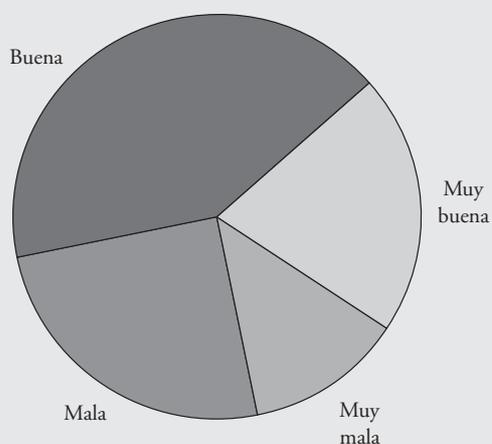
Representa los datos en un diagrama de sectores e interpreta el resultado.

**Solución:**

$$360^\circ : 120 = 3^\circ$$

Opinión	Nº de vecinos	Amplitud del sector
Muy mala	15	$15 \cdot 3^\circ = 45^\circ$
Mala	30	$30 \cdot 3^\circ = 90^\circ$
Buena	50	$50 \cdot 3^\circ = 150^\circ$
Muy buena	25	$25 \cdot 3^\circ = 75^\circ$
<b>Total</b>	<b>120</b>	<b>360°</b>

Opinión de los vecinos



- 3** Se han pesado 30 paquetes de café, obteniéndose los siguientes resultados:

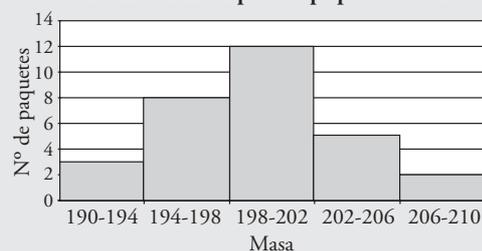
Masa (g)	Nº de paquetes
190-194	3
194-198	8
198-202	12
202-206	5
206-210	2

Representa los datos en un histograma.

**Solución:**

Peso (g)	$x_i$	$n_i$
190-194	192	3
194-198	196	8
198-202	200	12
202-206	204	5
206-210	208	2

Distribución del peso de paquetes de café



- 4** Se han cortado unos trozos de cable cuyas longitudes se han recogido en la siguiente tabla:

Longitud (cm)	Nº de cables
1-3	4
3-5	10
5-7	5
7-9	4
9-11	1

Calcula la media, la desviación típica y el coeficiente de variación e interpreta los resultados.

**Solución:**

Longitud (cm)	$x_i$	$n_i$	$x_i \cdot n_i$	$x_i^2$	$x_i^2 \cdot n_i$
1-3	2	4	8	4	16
3-5	4	10	40	16	160
5-7	6	5	30	36	180
7-9	8	4	32	64	256
9-11	10	1	10	100	100
<b>Total</b>		<b>24</b>	<b>120</b>		<b>712</b>

$$\text{Media: } \bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N} \Rightarrow \bar{x} = \frac{120}{24} = 5$$

$$\text{Varianza: } V = \frac{\sum x_i^2 \cdot n_i}{N} - \bar{x}^2$$

$$V = \frac{712}{24} - 5^2 = 4,67$$

$$\sigma = \sqrt{V} \Rightarrow \sigma = 2,16$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = 4,67 \Rightarrow CV = 0,43 = 43\% > 30\%$$

Las longitudes se distribuyen alrededor de 5 cm con una dispersión grande.

- 5 Se ha realizado un examen en dos clases, obteniéndose los siguientes resultados:

	Media	Desviación típica
Clase A	5	3
Clase B	5	1,5

Di en qué clase se han obtenido 8 sobresalientes y 8 suspensos y en cuál 2 sobresalientes y 1 suspenso.

**Solución:**

En la clase A hay más dispersión, luego en esa clase se darán notas más altas y más bajas.

En la clase B hay menos dispersión y las notas serán más homogéneas.

Los 8 sobresalientes y los ocho suspensos se darán en la clase A y los dos sobresalientes y el suspenso en la clase B

## Paso a paso

- 45** Para conocer el deporte preferido de los alumnos de una clase, se les ha preguntado por el que más les gusta y se han obtenido los resultados:

Valores: $x_i$	Frecuencias: $n_i$
Fútbol	11
Baloncesto	7
Balonmano	4
Voleibol	6
Atletismo	5

Obtén las medidas de centralización y de dispersión que tengan sentido, haz el diagrama de sectores correspondiente e interpreta los resultados obtenidos.

**Solución:**

Resuelto en el libro del alumnado.

- 46** Para conocer el índice de natalidad de las familias de los estudiantes de un centro, se les ha preguntado a los alumnos de una clase por el número de hermanos que son, y se han obtenido los resultados de la siguiente tabla:

Obtén las medidas de centralización y de dispersión que tengan sentido, e interpreta los resultados obtenidos. Haz un gráfico de barras.

**Solución:**

Resuelto en el libro del alumnado.

- 47** Para conocer el peso medio de los integrantes de un club juvenil, se ha tomado una muestra y se han obtenido los resultados de la tabla siguiente.

Peso (kg)	Marca de clase: $x_i$	Frecuencias: $n_i$
52,5-57,5	55	3
57,5-62,5	60	4
62,5-67,5	65	10
67,5-72,5	70	12
72,5-77,5	75	7
77,5-82,5	80	4

Obtén las medidas de centralización y de dispersión que tengan sentido, haz el histograma correspondiente e interpreta los resultados obtenidos.

**Solución:**

Resuelto en el libro del alumnado.

## Practica

- 48** Para conocer el gusto por la lectura de los alumnos de un centro, se ha hecho una encuesta y se han obtenido los siguientes resultados:

Valores: $x_i$	Frecuencias: $n_i$
Novela	10
Aventuras	12
Ciencia ficción	8
Poesía	4

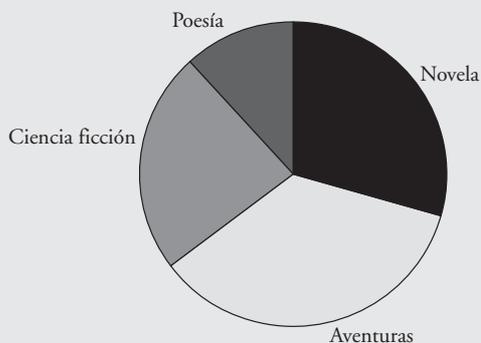
Obtén las medidas de centralización y de dispersión que tengan sentido, haz la representación gráfica más idónea e interpreta los resultados.

## Solución:

Lectura	
Datos cualitativos	
$x_i$	$n_i$
Novela	10
Aventuras	12
Ciencia ficción	8
Poesía	4
<b>Total</b>	<b>34</b>
Parámetros de centralización	
Media	
Moda	Aventuras
Mediana	

Como los datos son cualitativos no ordenables, solo tiene sentido hallar la moda, que es: aventuras.

Distribución del gusto por la lectura



## Interpretación

Los libros más leídos son los de aventuras.

- 49** Para conocer el número de personas de una ciudad que viven en el hogar familiar, se ha hecho una encuesta y se han obtenido los siguientes resultados:

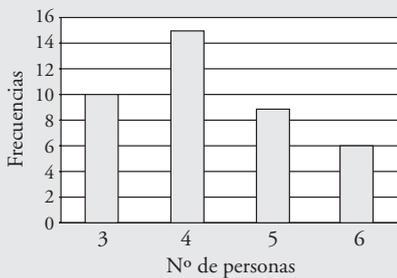
Valores: $x_i$	Frecuencias: $n_i$
3	10
4	15
5	9
6	6

Obtén las medidas de centralización y de dispersión que tengan sentido, haz la representación gráfica más idónea e interpreta los resultados.

## Solución:

Nº de personas en el hogar				
Datos cuantitativos				
$x_i$	$n_i$	$N_i$	$x_i \cdot n_i$	$x_i^2 \cdot n_i$
3	10	10	30	90
4	15	25	60	240
5	9	34	45	225
6	6	40	36	216
<b>Total</b>	<b>40</b>		<b>171</b>	<b>771</b>
Parámetros de centralización				
Media	4,28			
Moda	4,00			
Mediana	4,00			
Parámetros de dispersión				
Recorrido	3,00			
Varianza	1,00			
Desviación típica	1,00			
Cociente de variación	0,23			

**Distribución del número de personas que viven en el hogar familiar**



### Interpretación

Los datos se distribuyen alrededor de 4,28 personas con una dispersión no muy grande:  
 $0,23 = 23\% < 30\%$

- 50** Para conocer la estatura de los alumnos de un centro, se ha hecho una encuesta y se ha medido a sus integrantes, obteniéndose los siguientes resultados:

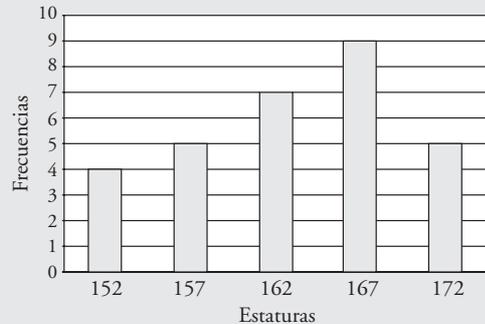
Estatura (cm)	Marca de clase: $x_i$	Frecuencias: $n_i$
149,5-154,5	152	4
154,5-159,5	157	5
159,5-164,5	162	7
164,5-169,5	167	9
169,5-174,5	172	5

Obtén las medidas de centralización y de dispersión que tengan sentido, haz la representación gráfica más idónea e interpreta los resultados.

### Solución:

Estatura				
Datos cuantitativos continuos				
Marca de clase	Frecuencia			
$x_i$	$n_i$	$N_i$	$x_i \cdot n_i$	$x_i^2 \cdot n_i$
152	4	4	608	92 416
157	5	9	785	123 245
162	7	16	1 134	183 708
167	9	25	1 503	251 001
172	5	30	860	147 920
<b>Total</b>	<b>30</b>		<b>4 890</b>	<b>798 290</b>
Parámetros de centralización				
Media	163,00			
Moda	167,00			
Mediana	162,00			
Parámetros de dispersión				
Recorrido	20,00			
Varianza	40,67			
Desviación típica	6,38			
Cociente de variación	0,04			

**Distribución de la estatura**



### Interpretación

Los datos se distribuyen alrededor de 163 cm con una dispersión pequeña:  
 $0,04 = 4\% < 30\%$

- 51** **Internet.** Abre la web: [www.editorial-bruno.es](http://www.editorial-bruno.es) y elige **Matemáticas**, curso y tema.

