

14 Probabilidad



1. Experimentos aleatorios

PIENSA Y CALCULA

Ordena las siguientes expresiones de menos probable a más probable: **casi seguro, poco probable, seguro, casi imposible, probable, imposible, bastante probable.**

Solución:

Imposible, casi imposible, poco probable, probable, bastante probable, casi seguro, seguro.

APLICA LA TEORÍA

1 Clasifica los siguientes experimentos como deterministas o de azar:

- a) Lanzar una moneda al aire.
- b) Pinchar un globo.
- c) Frenar un coche.
- d) Sacar una carta de una baraja.

Solución:

Determinista: b) y c)
De azar: a) y d)

2 Escribe dos experimentos deterministas.

Solución:

- a) Pesar un melón.
- b) Medir la longitud de una mesa.

3 Escribe dos experimentos de azar.

Solución:

- a) Sacar una carta de una baraja.
- b) Jugar a la lotería.

4 En el experimento de lanzar una moneda al aire, halla:

- a) El suceso seguro.
- b) Un suceso imposible.

Solución:

- a) $E = \{C, X\}$
- b) $\emptyset = \{\text{Que se obtengan copas}\}$

5 En el experimento de lanzar al aire un dado en forma de dodecaedro con las caras numeradas del 1 al 12, halla:

- a) El espacio muestral.
- b) Los sucesos elementales.
- c) El suceso A formado por los múltiplos de 3
- d) El suceso contrario \bar{A}
- e) El suceso B formado por los números pares.
- f) El suceso $A \cup B$
- g) El suceso $A \cap B$. ¿Los sucesos A y B son compatibles o incompatibles?

Solución:

- a) $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$
- b) $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}, \{7\}, \{8\}, \{9\}, \{10\}, \{11\}$ y $\{12\}$
- c) $A = \{3, 6, 9, 12\}$
- d) $\bar{A} = \{1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11\}$
- e) $B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$
- f) $A \cup B = \{2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12\}$
- g) $A \cap B = \{6, 12\} \neq \emptyset \Rightarrow A$ y B compatibles.

2. Regla de Laplace

PIENSA Y CALCULA

- a) Si lanzamos una moneda al aire, ¿qué resultado es más probable, cara o cruz?
 b) Si lanzamos una chincheta al aire, ¿qué resultado es más probable, que quede con la punta hacia arriba o con la punta hacia abajo?



Solución:

- a) Son igualmente probables.
 b) Es más probable que la punta quede hacia arriba.

APLICA LA TEORÍA

- 6** Lanzamos al aire una chincheta 25 veces. De ellas, 10 veces queda con la punta hacia abajo y 15 veces hacia arriba. Halla:
 a) La frecuencia absoluta de que quede con la punta hacia arriba.
 b) La frecuencia relativa de que quede con la punta hacia arriba.

Solución:

- a) $n = 15$
 b) $f = 15/25 = 3/5 = 0,6$

- 7** Aplicando la regla de Laplace, calcula la probabilidad de obtener un número impar al lanzar un dado cúbico con las caras numeradas del 1 al 6

Solución:

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A = \{1, 3, 5\}$$

$$P(A) = 3/6 = 1/2 = 0,5$$

- 8** Si en un experimento $P(A) = 1/3$, calcula $P(\bar{A})$

Solución:

$$P(\bar{A}) = 1 - 1/3 = 2/3$$

- 9** Si los sucesos A y B son incompatibles con:

$$P(A) = 1/2 \text{ y } P(B) = 1/3$$

calcula $P(A \cup B)$

Solución:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 1/2 + 1/3 = 5/6$$

- 10** Calcula las frecuencias relativas de obtener un 1 en el lanzamiento de un dado de quinielas, y dibuja el gráfico lineal correspondiente.

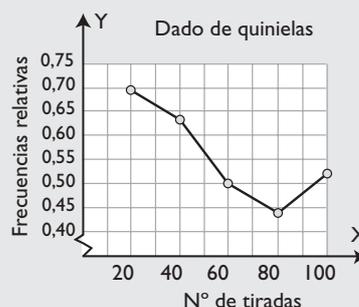
Un dado de quinielas tiene tres 1, dos X y un 2.

¿Qué probabilidad de que salga un 1 deduces que tiene?

| | | | | | |
|----------|----|----|----|----|-----|
| N | 20 | 40 | 60 | 80 | 100 |
| n | 14 | 25 | 30 | 35 | 52 |
| f | | | | | |

Solución:

| | | | | | |
|----------|-----|------|-----|------|------|
| N | 20 | 40 | 60 | 80 | 100 |
| n | 14 | 25 | 30 | 35 | 52 |
| f | 0,7 | 0,63 | 0,5 | 0,44 | 0,52 |



$$P(1) = 1/2$$

- 11** Si los sucesos A y B son compatibles con:

$$P(A) = 1/2, P(B) = 1/2 \text{ y } P(A \cap B) = 1/3$$

calcula $P(A \cup B)$

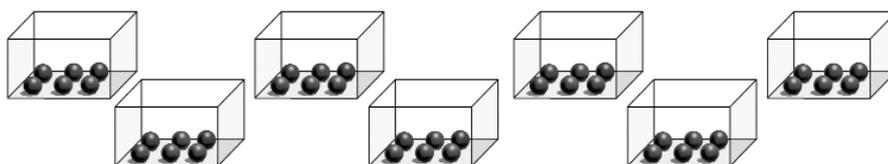
Solución:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 1/2 + 1/2 - 1/3 = 2/3$$

3. Experimentos simples

PIENSA Y CALCULA

Calcula la probabilidad de obtener una bola roja de cada una de las siguientes urnas, y asocia cada una de estas probabilidades con las siguientes expresiones: **casi seguro, poco probable, seguro, casi imposible, probable, imposible, bastante probable.**



Solución:

- a) $P(R) = 0$, imposible.
- b) $P(R) = 1/6$, casi imposible.
- c) $P(R) = 1/3$, poco probable.
- d) $P(R) = 1/2$, probable.
- e) $P(R) = 2/3$, bastante probable.
- f) $P(R) = 5/6$, casi seguro.
- g) $P(R) = 1$, seguro.

APLICA LA TEORÍA

- 12** Calcula la probabilidad de obtener cruz, X, al lanzar al aire una moneda de un euro.

Solución:

$$E = \{C, X\}$$
$$A = \{X\}$$
$$P(A) = 1/2 = 0,5$$

- 13** Calcula la probabilidad de obtener una bola de color azul al extraer una bola de una urna que tiene 3 bolas rojas, 5 azules y 2 verdes.

Solución:

$$E = \{3R, 5A, 2V\}$$
$$A = \{5A\}$$
$$P(A) = 5/10 = 1/2 = 0,5$$

- 14** Calcula la probabilidad de obtener un número par al lanzar al aire un dado de forma cúbica y con las caras numeradas del 1 al 6

Solución:

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$
$$A = \{2, 4, 6\}$$
$$P(A) = 3/6 = 1/2 = 0,5$$

- 15** Calcula la probabilidad de obtener un número múltiplo de 4 al lanzar al aire un dado con forma de dodecaedro y con las caras numeradas del 1 al 12

Solución:

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$
$$A = \{4, 8, 12\}$$
$$P(A) = 3/12 = 1/4 = 0,25$$

- 16** Calcula la probabilidad de obtener una copa al extraer una carta de una baraja española de 40 cartas.

Solución:

$$E = \{1O, 2O, 3O, \dots, 11B, 12B\}$$
$$A = \{1C, 2C, 3C, \dots, 11C, 12C\}$$
$$P(A) = 10/40 = 1/4 = 0,25$$

- 17** Calcula la probabilidad de obtener una K al extraer una carta de una baraja francesa.

Solución:

$$E = \{1RC, 2RC, 3RC, \dots, QNT, KNT\}$$
$$A = \{KRC, KR, KNP, KNT\}$$
$$P(A) = 4/52 = 1/13 = 0,077$$

18 En una caja hay 80 tornillos, de los que 5 son defectuosos, y se extrae uno al azar. Calcula la probabilidad de que sea uno de los defectuosos.

Solución:

$E = \{80 \text{ tornillos}\}$

$A = \{5 \text{ defectuosos}\}$

$P(A) = 5/80 = 1/16 = 0,0625$

19 El delantero de un equipo de fútbol mete dos goles de cada 5 balones que tira a puerta. ¿Cuál es la probabilidad de que la próxima vez que tire a puerta meta gol?

Solución:

$E = \{5 \text{ balones}\}$

$A = \{2 \text{ goles}\}$

$P(A) = 2/5 = 0,4$

4. Experimentos compuestos

PIENSA Y CALCULA

Una familia tiene dos hijos. Calcula mentalmente:

- La probabilidad de que los dos sean varones.
- La probabilidad de que los dos sean mujeres.
- La probabilidad de que uno sea varón, y el otro, mujer.

Solución:

a) $1/4$

b) $1/4$

c) $1/2$

APLICA LA TEORÍA

20 Haz un diagrama cartesiano para el experimento de lanzar al aire dos monedas, y calcula la probabilidad de obtener:

- Dos caras.
- Dos cruces.
- Una cara y una cruz.

Solución:

| | C | X |
|---|--------|--------|
| C | (C, C) | (C, X) |
| X | (X, C) | (X, X) |

a) $P(2C) = P(C, C) = 1/4$

b) $P(2X) = P(X, X) = 1/4$

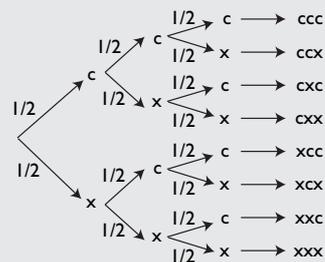
c) $P(1C \text{ y } 1X) = P(C, X) + P(X, C) = 1/4 + 1/4 = 1/2$

21 Haz un diagrama en árbol para el experimento de lanzar al aire tres monedas, y calcula la probabilidad de obtener:

- Tres caras.

- Dos caras y una cruz.
- Una cara y dos cruces.
- Tres cruces.

Solución:



a) $P(3C) = P(CCC) = 1/2 \cdot 1/2 \cdot 1/2 = 1/8 = 0,125$

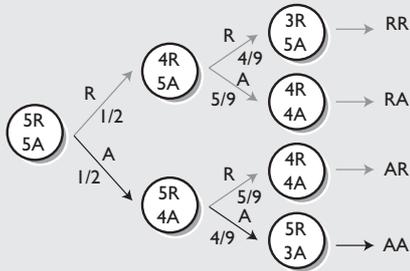
b) $P(2C \text{ y } 1X) = P(CCX) + P(CXC) + P(XCC) = 1/8 + 1/8 + 1/8 = 3/8 = 0,375$

c) $P(1C \text{ y } 2X) = P(CXX) + P(XCX) + P(XXC) = 1/8 + 1/8 + 1/8 = 3/8 = 0,375$

d) $P(3X) = P(XXX) = 1/2 \cdot 1/2 \cdot 1/2 = 1/8 = 0,125$

- 22** Halla la probabilidad de obtener dos bolas azules al extraer dos bolas sin devolución de una urna que contiene 5 bolas rojas y 5 azules.

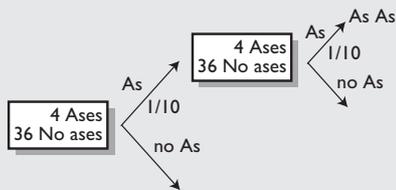
Solución:



$$P(2A) = P(A) \cdot P(A) = 1/2 \cdot 4/9 = 4/18 = 2/9 = 0,22$$

- 23** Halla la probabilidad de obtener dos ases al extraer dos cartas con devolución de una baraja española de 40 cartas.

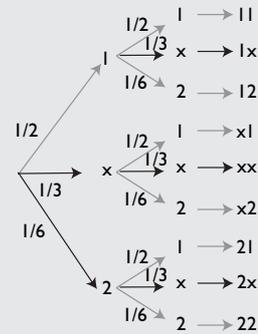
Solución:



$$P(2Ases) = P(As) \cdot P(As) = 1/10 \cdot 1/10 = 1/100 = 0,01$$

- 24** Halla la probabilidad de obtener un I y una X, o una X y un I, al lanzar un dado de quinielas dos veces.

Solución:



$$\begin{aligned} P(IX \text{ o } XI) &= P(IX) + P(XI) = \\ &= P(I) \cdot P(X) + P(X) \cdot P(I) = \\ &= 1/2 \cdot 1/3 + 1/3 \cdot 1/2 = \\ &= 1/6 + 1/6 = 2/6 = 1/3 \end{aligned}$$

- 25** Haz el diagrama cartesiano del experimento de lanzar al aire una moneda y un dado de 6 caras, y calcula la probabilidad de obtener cara y múltiplo de 3

Solución:

| | | | | | | |
|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| C | (C, 1) | (C, 2) | (C, 3) | (C, 4) | (C, 5) | (C, 6) |
| X | (X, 1) | (X, 2) | (X, 3) | (X, 4) | (X, 5) | (X, 6) |

$$P(C \text{ y } m(3)) = 2/12 = 1/6$$

Ejercicios y problemas

1. Experimentos aleatorios

26 Clasifica los siguientes experimentos en deterministas o de azar:

- Dejar caer un libro desde una mesa.
- Lanzar un dado al aire.
- Extraer una bola de color de una bolsa sin ver el interior.
- Apagar el interruptor de la luz.

Solución:

Deterministas: a) y d)

De azar: b) y c)

27 Escribe dos experimentos de azar.

Solución:

- Lanzar un dado de quinielas.
- Jugar al bingo.

28 Escribe dos experimentos deterministas.

Solución:

- Abrir una puerta.
- Hallar el área de un cuadrado de 5 m de lado.

29 En el experimento de lanzar al aire un dado con forma de cubo, con las caras numeradas del 1 al 6, halla:

- El suceso seguro.
- Un suceso imposible.

Solución:

- $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- $\emptyset = \{\text{Que salga cruz}\}$

30 En el experimento de lanzar al aire un dado con forma de octaedro y con las caras numeradas del 1 al 8, halla:

- El espacio muestral.
- Los sucesos elementales.
- El suceso A, formado por los múltiplos de 4
- El suceso contrario \bar{A}
- El suceso B, formado por números impares.
- El suceso $A \cup B$
- El suceso $A \cap B$. ¿Los sucesos A y B son compatibles o incompatibles?

Solución:

- $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
- $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}, \{7\}$ y $\{8\}$
- $A = \{4, 8\}$
- $\bar{A} = \{1, 2, 3, 5, 6, 7\}$
- $B = \{1, 3, 5, 7\}$
- $A \cup B = \{1, 3, 4, 5, 7, 8\}$
- $A \cap B = \emptyset \Rightarrow A$ y B son incompatibles.

2. Regla de Laplace

31 Lanzamos 100 veces al aire una moneda y se obtiene cara 45 veces. Halla:

- La frecuencia absoluta de obtener cruz.
- La frecuencia relativa de obtener cruz.

Solución:

a) $n = 55$

b) $f = 55/100 = 0,55$

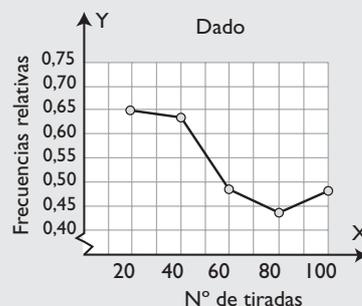
32 En el lanzamiento de un dado cúbico con las caras numeradas del 1 al 6, calcula las frecuencias relativas de obtener un número impar, y dibuja el gráfico lineal correspondiente.

¿Qué probabilidad de que salga un número impar deduces que tiene?

| | | | | | |
|----------|----|----|----|----|-----|
| N | 20 | 40 | 60 | 80 | 100 |
| n | 13 | 25 | 28 | 35 | 48 |
| f | | | | | |

Solución:

| | | | | | |
|----------|------|------|------|------|------|
| N | 20 | 40 | 60 | 80 | 100 |
| n | 13 | 25 | 28 | 35 | 48 |
| f | 0,65 | 0,63 | 0,47 | 0,44 | 0,48 |



$P(\text{Impar}) = 1/2$

33 Aplicando la regla de Laplace, calcula la pro-

Ejercicios y problemas

babilidad de obtener un número múltiplo de 3 al lanzar un dado con forma de dodecaedro, con las caras numeradas del 1 al 12

Solución:

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

$$A = \{3, 6, 9, 12\}$$

$$P(A) = 4/12 = 1/3 = 0,33$$

34 Si en un experimento $P(A) = 2/5$, calcula $P(\bar{A})$

Solución:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 2/5 = 3/5$$

35 Si los sucesos A y B son incompatibles con:

$$P(\bar{A}) = 1/5 \text{ y } P(B) = 1/6, \text{ calcula: } P(A \cup B)$$

Solución:

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 1/5 = 4/5$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 4/5 + 1/6 = 29/30$$

36 Si los sucesos A y B son compatibles con:

$$P(A) = 2/5, P(B) = 3/4 \text{ y } P(A \cap B) = 2/9, \text{ calcula } P(A \cup B)$$

Solución:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 2/5 + 3/4 - 2/9 = 167/180$$

3. Experimentos simples

37 Calcula la probabilidad de obtener cara, C, al lanzar al aire una moneda de 2 €

Solución:

$$E = \{C, X\}$$

$$A = \{C\}$$

$$P(A) = 1/2$$

38 Calcula la probabilidad de obtener una bola de color rojo al extraer una bola de una urna que tiene 4 bolas rojas, 7 azules y 5 verdes.

Solución:

$$E = \{4R, 7A, 5V\}$$

$$A = \{4R\}$$

$$P(A) = 4/16 = 1/4 = 0,25$$

39 Calcula la probabilidad de obtener un número múltiplo de 5 al lanzar al aire un dado con forma de icosaedro, con las caras numeradas del 1 al 20

Solución:

$$E = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$$

$$A = \{5, 10, 15, 20\}$$

$$P(A) = 4/20 = 1/5 = 0,2$$

40 Calcula la probabilidad de obtener un as al extraer una carta de una baraja española de 40 cartas.

Solución:

$$E = \{1O, 2O, 3O, \dots, 11B, 12B\}$$

$$A = \{As O, AS C, As E, As B\}$$

$$P(A) = 4/40 = 1/10 = 0,1$$

41 Calcula la probabilidad de obtener una carta roja al extraer una carta de una baraja francesa.

Solución:

$$E = \{1RC, 2RC, 3RC, \dots, QNT, KNT\}$$

$$A = \{1RC, 2RC, \dots, KRC, 1RD, 2RD, \dots, KR D\}$$

$$P(A) = 26/52 = 1/2 = 0,5$$

42 En el equipo de música de un coche hemos metido 10 CD: cuatro son de rock; tres, de música clásica; y tres, de música flamenca. Si elegimos uno al azar, calcula la probabilidad de que sea de rock.

Solución:

$$E = \{4R, 3C, 3F\}$$

$$A = \{4R\}$$

$$P(A) = 4/10 = 2/5 = 0,4$$

4. Experimentos compuestos

43 Calcula la probabilidad de obtener dos números que sumen 5 al lanzar al aire dos dados.

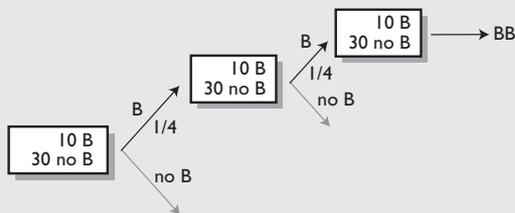
Solución:

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

$$P(\text{Suma } 5) = 4/36 = 1/9 = 0,11$$

- 44** Halla la probabilidad de obtener dos bastos al extraer con devolución dos cartas de una baraja española de 40 cartas.

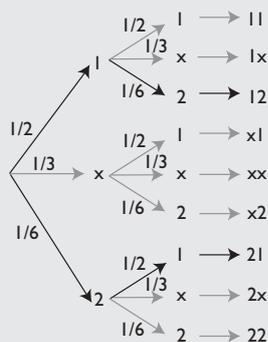
Solución:



$$P(BB) = P(B) \cdot P(B) = 1/4 \cdot 1/4 = 1/16 = 0,0625$$

- 45** Halla la probabilidad de obtener un 1 y un 2, o un 2 y un 1, al lanzar dos veces un dado de quinielas.

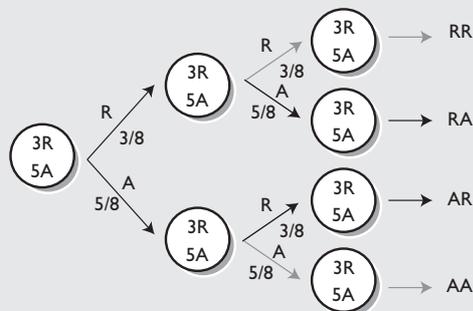
Solución:



$$P(12) + P(21) = P(1) \cdot P(2) + P(2) \cdot P(1) = 1/2 \cdot 1/6 + 1/6 \cdot 1/2 = 1/6$$

- 46** Halla la probabilidad de obtener dos bolas de distinto color al extraer dos bolas con devolución de una urna que contiene 3 bolas rojas y 5 azules.

Solución:



$$P(\text{Distinto color}) = P(RA) + P(AR) = 3/8 \cdot 5/8 + 5/8 \cdot 3/8 = 15/32 = 0,47$$

- 47** Calcula la probabilidad de obtener cara y un número par al lanzar al aire una moneda y un dado.

Solución:

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|--------|---------------|--------|---------------|--------|---------------|
| C | (C, 1) | (C, 2) | (C, 3) | (C, 4) | (C, 5) | (C, 6) |
| X | (X, 1) | (X, 2) | (X, 3) | (X, 4) | (X, 5) | (X, 6) |

$$P(C \text{ y par}) = 3/12 = 1/4 = 0,25$$

Para ampliar

- 48** En el experimento de lanzar una moneda al aire, halla:
- El espacio muestral.
 - Los sucesos elementales.
 - Si $A = \{C\}$, el suceso contrario \bar{A}
 - Si $B = \{X\}$, el suceso $A \cup B$
 - El suceso $A \cap B$. ¿Los sucesos A y B son compatibles o incompatibles?

Solución:

- $E = \{C, X\}$
- $\{C\}, \{X\}$
- $\bar{A} = \{X\}$
- $A \cup B = \{C, X\} = E$
- $A \cap B = \emptyset \Rightarrow A$ y B son incompatibles.

Ejercicios y problemas

49 Si $P(Z) = 1$, ¿cuál es el suceso Z ?

Solución:

$Z = E$, es el suceso seguro.

50 Si $P(Y) = 0$, ¿cuál es el suceso Y ?

Solución:

$Y = \emptyset$, es el suceso imposible.

51 Si $P(A) = 0,5$, ¿cuál es más probable, A o \bar{A} ?

Solución:

$P(\bar{A}) = 0,5$

Son igualmente probables, es decir, equiprobables.

52 Si $P(A) = 1/3$, $P(B) = 1/2$ y $P(A \cup B) = 5/6$, ¿cómo son los sucesos A y B , compatibles o incompatibles?

Solución:

$P(A) + P(B) = 1/3 + 1/2 = 5/6$

Como $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$, A y B son incompatibles.

53 Aplicando la regla de Laplace, calcula la probabilidad de obtener una bola de color azul al extraer una bola de una urna que contiene 5 bolas azules. ¿Qué puedes decir del suceso «extraer bola azul»?

Solución:

$E = \{5A\}$

$A = \{5A\}$

$P(A) = 5/5 = 1$

El suceso «extraer bola azul» es el suceso seguro.

54 Al lanzar al aire una moneda de 1 €, ¿qué es más probable, que salga cara o que salga cruz?

Solución:

Son igualmente probables, es decir, equiprobables.

55 En un dado de quinielas, ¿cuál de los signos 1, X, 2 es el más probable?

Solución:

$E = \{1, 1, 1, X, X, 2\}$

Es más probable el 1

56 Calcula la probabilidad de obtener una bola de color rojo o verde al extraer una bola de una urna que contiene 5 bolas rojas, 6 azules y 7 verdes.

Solución:

$E = \{5R, 6A, 7V\}$

$A = \{5R, 7V\}$

$P(A) = 12/18 = 2/3 = 0,67$

57 Calcula la probabilidad de obtener un número múltiplo de 2 y de 3 al lanzar al aire un dado con forma de icosaedro, con las caras numeradas del 1 al 20

Solución:

$E = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$

$A = \{6, 12, 18\}$

$P(A) = 3/20 = 0,15$

58 Calcula la probabilidad de obtener un as o un rey al extraer una carta de una baraja española de 52 cartas.

Solución:

$E = \{1O, 2O, 3O, \dots, 11B, 12B\}$

$A = \{As O, As C, As E, As B, 12O, 12C, 12E, 12B\}$

$P(A) = 8/52 = 2/13 = 0,15$

59 Calcula la probabilidad de obtener una carta de corazones al extraer una carta de una baraja francesa.

Solución:

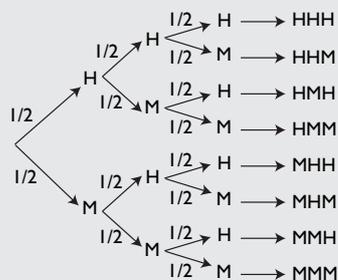
$E = \{1RC, 2RC, 3RC, \dots, QNT, KNT\}$

$A = \{1RC, 2RC, 3RC, \dots, QRC, KRC\}$

$P(A) = 13/52 = 1/4 = 0,25$

60 Calcula la probabilidad de que, en una familia con tres hijos, sean los tres del mismo sexo.

Solución:



$P(\text{Mismo sexo}) = P(\text{HHH}) + P(\text{MMM}) = 1/8 + 1/8 = 1/4$

Con calculadora

- 61** Si A y B son sucesos incompatibles y $P(A) = 2/7$, $P(B) = 7/15$, calcula $P(A \cup B)$

Solución:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 2/7 + 7/15 = 79/105 = 0,75$$

- 62** Si $P(A) = 2/9$, $P(B) = 3/5$ y $P(A \cap B) = 1/8$, calcula $P(A \cup B)$

Solución:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 2/9 + 3/5 - 1/8 = 251/360 = 0,70$$

Problemas

- 63** En el experimento de lanzar al aire un dado con forma de cubo, con las caras numeradas del 1 al 6, halla:

- El espacio muestral.
- Los sucesos elementales.
- El suceso A formado por los números pares.
- El suceso contrario \bar{A}
- El suceso B, formado por los números impares.
- El suceso $A \cup B$
- El suceso $A \cap B$. ¿Los sucesos A y B son compatibles o incompatibles?

Solución:

- $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}$ y $\{6\}$
- $A = \{2, 4, 6\}$
- $\bar{A} = \{1, 3, 5\}$
- $B = \{1, 3, 5\}$
- $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = E$
- $A \cap B = \emptyset \Rightarrow A$ y B son incompatibles.

- 64** Aplicando la regla de Laplace, calcula la probabilidad de obtener una bola de color rojo al extraer una bola de una urna que contiene 5 bolas verdes y 6 rojas.

Solución:

$$E = \{5V, 6R\}$$
$$A = \{6R\}$$
$$P(A) = 6/11 = 0,55$$

- 65** Aplicando la regla de Laplace, calcula la probabilidad de obtener una carta de oros al extraer una carta de una baraja española de 40 cartas.

Solución:

$$E = \{1O, 2O, 3O, \dots, 11B, 12B\}$$
$$A = \{1O, 2O, 3O, \dots, 11O, 12O\}$$
$$P(A) = 10/40 = 1/4 = 0,25$$

- 66** Si $P(A) = 0,5$, $P(B) = 0,7$ y $P(A \cap B) = 0,4$, calcula $P(A \cup B)$

Solución:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,5 + 0,7 - 0,4 = 0,8$$

- 67** Calcula la probabilidad de obtener un número primo al lanzar al aire un dado de forma cúbica con las caras numeradas del 1 al 6

Solución:

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$
$$A = \{2, 3, 5\}$$
$$P(A) = 3/6 = 1/2 = 0,5$$

- 68** Calcula la probabilidad de obtener un número múltiplo de 3 y 4 al lanzar al aire un dado con forma de icosaedro con las caras numeradas del 1 al 20

Solución:

$$E = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$$
$$A = \{12\}$$
$$P(A) = 1/20 = 0,05$$

Ejercicios y problemas

- 69** Calcula la probabilidad de obtener una figura al extraer una carta de una baraja española de 40 cartas.

Solución:

$$E = \{1O, 2O, 3O, \dots, 11B, 12B\}$$

$$A = \{10O, 10C, 10E, \dots, 11B, 12B\}$$

$$P(A) = 12/40 = 3/10 = 0,3$$

- 70** Calcula la probabilidad de obtener un as o una **K** al extraer una carta de una baraja francesa.

Solución:

$$E = \{1RC, 2RC, 3RC, \dots, QNT, KNT\}$$

$$A = \{1RC, 1RD, 1NP, 1NT, KRC, KR, D, KNP, KNT\}$$

$$P(A) = 8/52 = 2/13 = 0,15$$

- 71** Cuatro niños y cinco niñas forman un círculo. En el centro está Lola, con los ojos tapados. Calcula la probabilidad de que coja a un niño.

Solución:

$$E = \{4OS, 5AS\}$$

$$A = \{4OS\}$$

$$P(A) = 4/9 = 0,44$$

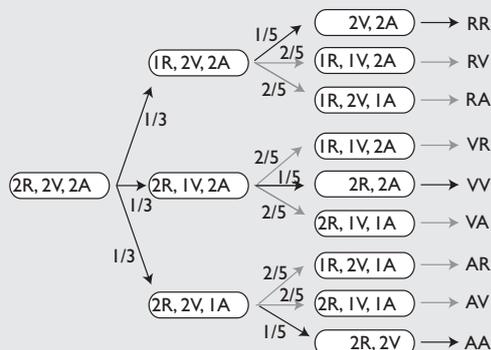
- 72** Un dado truco tiene las siguientes probabilidades $P(1) = P(3) = P(5) = 0,1$; $P(6) = 0,3$ y $P(2) = P(4) = 0,2$. Calcula la probabilidad de obtener número par.

Solución:

$$P(\text{Par}) = P(2) + P(4) + P(6) = 0,2 + 0,2 + 0,3 = 0,7$$

- 73** Sonia tiene en un cajón totalmente desordenado un par de calcetines de color rojo, otro par de color verde y otro par de color azul. Un día se viste a oscuras. Calcula la probabilidad de que se haya puesto los dos calcetines del mismo color.

Solución:

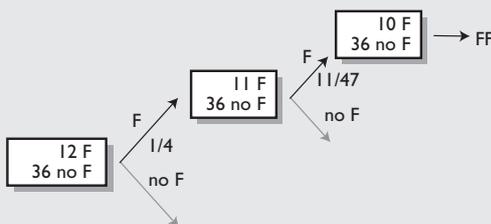


$$P(2R) + P(2V) + P(2A) =$$

$$= 1/3 \cdot 1/5 + 1/3 \cdot 1/5 + 1/3 \cdot 1/5 = 1/5 = 0,2$$

- 74** Halla la probabilidad de obtener dos figuras al extraer sin devolución dos cartas de una baraja española de 48 cartas.

Solución:



$$P(2F) = P(F) \cdot P(F) = 1/4 \cdot 11/47 = 11/188 = 0,06$$

- 75** Se lanzan dos dados al aire. Calcula la probabilidad de que el producto de los dos números obtenidos sea 12.

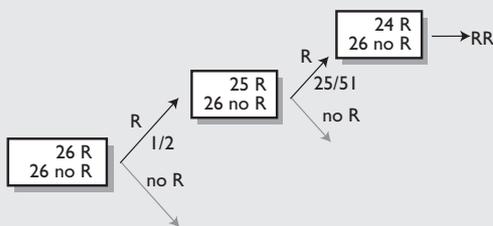
Solución:

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|----|----|----|----|----|
| 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 2 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |
| 3 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 |
| 4 | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 |
| 5 | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 |
| 6 | 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 |

$$P(\text{Producto } 12) = 4/36 = 1/9 = 0,11$$

- 76** Halla la probabilidad de obtener dos cartas rojas al extraer de una vez dos cartas de una baraja francesa.

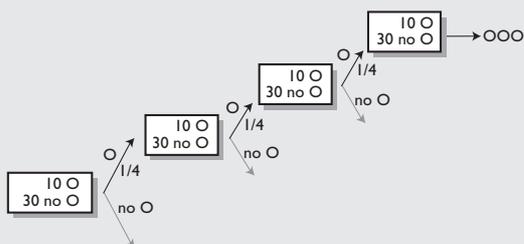
Solución:



$$P(2R) = P(R) \cdot P(R) = 1/2 \cdot 25/51 = 25/102 = 0,25$$

- 77** Halla la probabilidad de obtener tresoros al extraer con devolución tres cartas de una baraja española de 40 cartas.

Solución:



$$P(3O) = P(O) \cdot P(O) \cdot P(O) = 1/4 \cdot 1/4 \cdot 1/4 = 1/64 = 0,016$$

Para profundizar

- 78** Si A y B son sucesos incompatibles, ¿puede ser $P(A) = 1/2$ y $P(B) = 3/4$?

Solución:

No porque la suma, $1/2 + 3/4 = 5/4$, es mayor que uno.

- 79** Aplicando la regla de Laplace, calcula la probabilidad de obtener un cinco al extraer una carta de una baraja española de 40 cartas.

Solución:

$$E = \{1O, 2O, 3O, \dots, 11B, 12B\}$$

$$A = \{5O, 5C, 5E, 5B\}$$

$$P(A) = 4/40 = 1/10 = 0,1$$

- 80** Si A y B son sucesos compatibles, ¿puede ser $P(A) = 0,3$, $P(B) = 0,5$ y $P(A \cap B) = 0,4$?

Solución:

No, porque la probabilidad de $A \cap B$ no puede ser mayor que la de A.

- 81** Aplicando la regla de Laplace, calcula la probabilidad de obtener una bola de color negro al extraer una bola de una urna que contiene 2 bolas rojas y 3 azules. (El enunciado de este problema es correcto).

Solución:

$$E = \{2R, 3A\}$$

$$A = \{N\} = \emptyset$$

$$P(A) = 0$$

- 82** Calcula la probabilidad de obtener una bola de color rojo o azul al extraer una bola de una urna que tiene 4 bolas rojas, 5 azules y 3 verdes.

Solución:

$$E = \{4R, 5A, 3V\}$$

$$A = \{4R, 5A\}$$

$$P(A) = 9/12 = 3/4 = 0,75$$

- 83** Calcula la probabilidad de obtener un número par y múltiplo de 3 al lanzar al aire un dado con forma de dodecaedro y con las caras numeradas del 1 al 12.

Solución:

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

$$A = \{6, 12\}$$

$$P(A) = 2/12 = 1/6 = 0,17$$

- 84** Calcula la probabilidad de no obtener una figura al extraer una carta de una baraja española de 48 cartas.

Solución:

$$E = \{1O, 2O, 3O, \dots, 11B, 12B\}$$

$$A = \{10O, 10C, 10E, \dots, 11B, 12B\}$$

$$P(A) = 12/40 = 3/10 = 0,3$$

$$P(\bar{A}) = 1 - 0,3 = 0,7$$

Ejercicios y problemas

- 85** Un dado trucado tiene las siguientes probabilidades $P(1) = x$, $P(2) = 2x$, $P(3) = 3x$, $P(4) = 4x$, $P(5) = 5x$, $P(6) = 6x$. Calcula la probabilidad de obtener número impar.

Solución:

$$x + 2x + 3x + 4x + 5x + 6x = 1$$

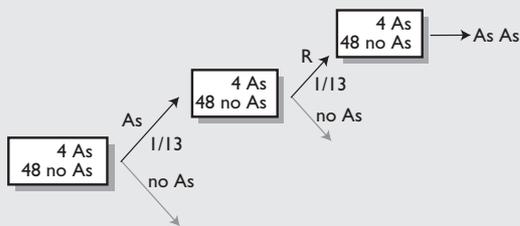
$$21x = 1 \Rightarrow x = 1/21$$

$$P(\text{Impar}) = P(1) + P(3) + P(5) =$$

$$= 1/21 + 3/21 + 5/21 = 9/21 = 3/7 = 0,43$$

- 86** Halla la probabilidad de obtener dos ases al extraer con devolución dos cartas de una baraja francesa.

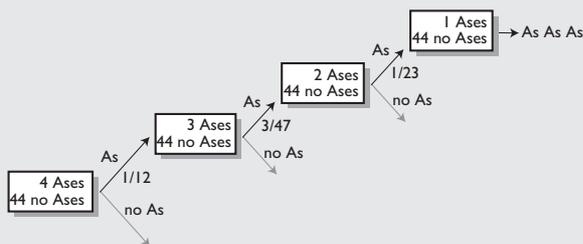
Solución:



$$P(2 \text{ Ases}) = P(\text{As}) \cdot P(\text{As}) = 1/13 \cdot 1/13 = 1/169$$

- 87** Halla la probabilidad de obtener tres ases al extraer de una vez tres cartas de una baraja española de 48 cartas.

Solución:

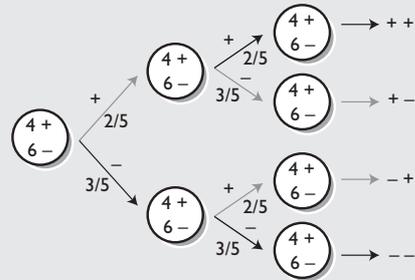


$$P(3 \text{ Ases}) = P(\text{As}) \cdot P(\text{As}) \cdot P(\text{As}) =$$

$$= 1/12 \cdot 3/47 \cdot 1/23 = 1/4324$$

- 88** En una urna tenemos 4 bolas marcadas con el signo + y 6 bolas marcadas con el signo -. Extraemos dos bolas con devolución. Calcula la probabilidad de que las dos bolas tengan el mismo signo.

Solución:



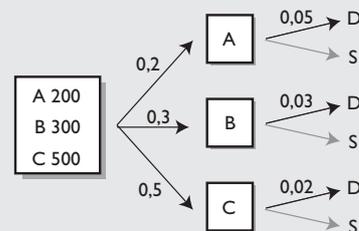
$$P(\text{Mismo signo}) = P(++) + P(--) =$$

$$= 2/5 \cdot 2/5 + 3/5 \cdot 3/5 =$$

$$= 13/25 = 0,52$$

- 89** Una fábrica tiene tres máquinas, A, B y C. La máquina A hace 200 piezas cada hora, la B hace 300 y la C hace 500. Mediante los controles de calidad, se sabe que la máquina A hace un 5% de piezas defectuosas, la B un 3% y la C un 2%. Calcula el tanto por ciento de piezas defectuosas que produce la fábrica.

Solución:



$$P(\text{Defectuosa}) = 0,2 \cdot 0,05 + 0,3 \cdot 0,03 + 0,5 \cdot 0,02 =$$

$$= 0,029 = 2,9 \%$$

Aplica tus competencias

90 Un laboratorio farmacéutico crea dos medicamentos, A y B. El medicamento A se ensaya en 50 pacientes, y mejoran 35 de ellos; el medicamento B se ensaya en 75 pacientes, y de ellos mejoran 45. ¿Cuál de los dos medicamentos es más eficaz?

Solución:

Medicamento A

$E = \{50 \text{ personas}\}$

$A = \{35 \text{ mejoran}\}$

$P(A) = 35/50 = 7/10 = 0,7$

Medicamento B

$E = \{75 \text{ personas}\}$

$B = \{45 \text{ mejoran}\}$

$P(B) = 45/75 = 3/5 = 0,6$

Es más eficaz el medicamento A

92 Un laboratorio farmacéutico crea dos medicamentos (A y B) contra el SIDA. El medicamento A se ensaya en 80 pacientes, y mejoran 25 de ellos; el medicamento B se ensaya en 60 pacientes, y de ellos mejoran 15. ¿Cuál de los dos medicamentos es más eficaz?

Solución:

Medicamento A

$E = \{80 \text{ personas}\}$

$A = \{25 \text{ mejoran}\}$

$P(A) = 25/80 = 5/16 = 0,31$

Medicamento B

$E = \{60 \text{ personas}\}$

$B = \{15 \text{ mejoran}\}$

$P(B) = 15/60 = 1/4 = 0,25$

Es más eficaz el medicamento A

91 En un grupo de alto riesgo, compuesto por 60 personas, se prueba una vacuna A contra la gripe; contraen la enfermedad 15 de ellas. En otro grupo de alto riesgo, formado por 50 personas, se prueba otra vacuna B contra la gripe; contraen la enfermedad 12 de ellas. ¿Cuál de las dos vacunas es más eficaz?

Solución:

Medicamento A

$E = \{60 \text{ personas}\}$

$A = \{45 \text{ no enferman}\}$

$P(A) = 45/60 = 3/4 = 0,75$

Medicamento B

$E = \{50 \text{ personas}\}$

$B = \{38 \text{ no enferman}\}$

$P(B) = 38/50 = 19/25 = 0,76$

Es ligeramente más eficaz la vacuna B

Comprueba lo que sabes

1 Escribe la regla de Laplace y pon un ejemplo.

Solución:

La **regla de Laplace** dice: la probabilidad de un suceso A, de un espacio muestral E, formado por sucesos elementales **equiprobables** es igual al número de casos favorables dividido por el número de casos posibles.

$$P(A) = \frac{\text{N}^\circ \text{ de casos favorables al suceso A}}{\text{N}^\circ \text{ de casos posibles}}$$

Ejemplo

Halla la probabilidad de obtener un múltiplo de 3 al lanzar un dado de 6 caras.

Espacio muestral: $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Suceso $A = \{3, 6\}$

$$P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0,33$$

2 Clasifica los siguientes experimentos como deterministas o de azar:

- a) Sacar una bola de una urna con bolas de distintos colores.
- b) Poner un helado al sol.
- c) Salir de paseo sin paraguas mientras está lloviendo.
- d) Lanzar al aire un dado de quinielas.

Solución:

Deterministas: b) y c)

Azar: a) y d)

3 Lanzamos 80 veces un dado defectuoso y sale 24 veces el número 5. Halla:

- a) La frecuencia absoluta de obtener 5
- b) La frecuencia relativa de obtener 5

Solución:

a) $n = 24$

b) $f = 24/80 = 3/10 = 0,3$

4 Si los sucesos A y B son compatibles y $P(A) = 2/3$, $P(B) = 2/5$, $P(A \cap B) = 1/4$, calcula $P(A \cup B)$

Solución:

$$P(A \cup B) = 2/3 + 2/5 - 1/4 = 49/60 = 0,82$$

5 Calcula la probabilidad de obtener un múltiplo de 3 al lanzar al aire un dado de ocho caras numeradas del 1 al 8

Solución:

$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$A = \{3, 6\}$

$$P(A) = 2/8 = 1/4 = 0,25$$

6 Calcula la probabilidad de que, al lanzar al aire dos dados con forma de tetraedro y con las caras numeradas del 1 al 4, los números obtenidos sumen 6

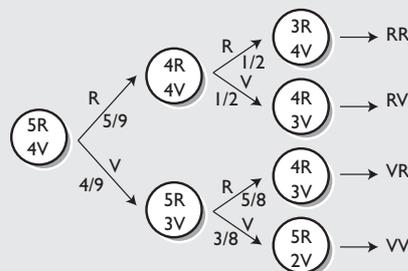
Solución:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |

$$P(\text{Suma } 6) = 3/16 = 0,1875$$

7 Halla la probabilidad de obtener dos bolas del mismo color al extraer sin devolución dos bolas de una urna que contiene 5 bolas rojas y 4 verdes.

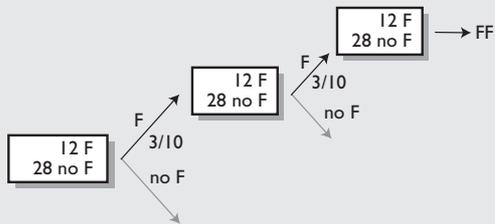
Solución:



$$P(RR) + P(VV) = 5/9 \cdot 1/2 + 4/9 \cdot 3/8 = 4/9 = 0,44$$

- 8 Calcula la probabilidad de obtener dos figuras al extraer dos cartas con devolución de una baraja española de 40 cartas.

Solución:



$$P(2F) = 3/10 \cdot 3/10 = 9/100 = 0,09$$

Paso a paso

93 Investiga sobre la **Ley de los grandes números**: simula el lanzamiento de un dado con forma de tetraedro y con las caras numeradas del 1 al 4. Haz distintos lanzamientos, cuenta el número de lanzamientos y las frecuencias absolutas de obtener una de las caras, por ejemplo el **3**. Calcula las

frecuencias relativas y representálas en un gráfico de líneas.

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

Practica

94 En la **Hoja2** del mismo libro, investiga sobre la **Ley de los grandes números**: simula el lanzamiento de un dado de forma cúbica, con las caras numeradas del 1 al 6. Realiza distintos lanzamientos y cuenta el número de lanzamientos y las frecuencias absolutas de obtener una de las caras, por ejemplo, el 5. Calcula las frecuencias relativas y representálas en un gráfico de líneas.

Solución:

La fórmula que hay que introducir en la celda A1 es: = 1 + ENTERO(6 * ALEATORIO())



95 En la **Hoja 3** del mismo libro, haz otro estudio análogo al anterior para un dado de forma octaédrica, con las caras numeradas del 1 al 8, y relativo a obtener, por ejemplo, el 6

Solución:

La fórmula que hay que introducir en la celda A1 es: = 1 + ENTERO(8 * ALEATORIO())



96 En la **Hoja 4** del mismo libro, haz otro estudio análogo al anterior para un dado con forma de dodecaedro, con las caras numeradas del 1 al 12, y relativo a obtener, por ejemplo, la cara 9

Solución:

La fórmula que hay que introducir en la celda A1 es: = 1 + ENTERO(12 * ALEATORIO())



97 En la **Hoja 4** del mismo libro, haz otro estudio análogo al anterior para un dado con forma de icosaedro, con las caras numeradas del 1 al 20, y relativo a obtener, por ejemplo, el 15

Solución:

La fórmula que hay que introducir en la celda A1 es: = 1 + ENTERO(20 * ALEATORIO())



98 Al final, guarda el libro **Probabilidad** completo con todas las hojas de cálculo.

Solución:

Haz *clic* en el icono  Guardar

99 **Internet.** Abre la web: www.editorial-bruno.es y elige **Matemáticas**, **curso** y **tema**.