

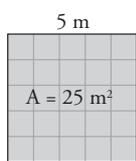
2

Potencias y raíces



1. Potencias de exponente natural

PIENSA Y CALCULA



Completa en tu cuaderno la siguiente tabla de cuadrados y cubos perfectos:

| Número | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 10 |
|-------------------|---|---|---|---|----|-----|----|
| Cuadrado perfecto | 1 | 4 | | | 25 | | |
| Cubo perfecto | 1 | 8 | | | | 216 | |

Solución:

| Número | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 10 |
|-------------------|---|---|----|----|-----|-----|------|
| Cuadrado perfecto | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | 100 |
| Cubo perfecto | 1 | 8 | 27 | 64 | 125 | 216 | 1000 |

APLICA LA TEORÍA

1 Escribe en forma de potencia:

- a) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$ b) $-5 \cdot (-5) \cdot (-5)$

Solución:

- a) 5^4 b) $(-5)^3$

2 Calcula mentalmente:

- a) 2^3 b) $(-2)^3$ c) $(-2)^4$
 d) 0^7 e) $(-7)^1$ f) $(-9)^0$

Solución:

- a) 8 b) -8 c) 16
 d) 0 e) -7 e) 1

3 Calcula:

- a) 3^4 b) $(-3)^4$ c) 3^5 d) $(-3)^5$

Solución:

- a) 81 b) 81 c) 243 d) -243

4 Calcula:

- a) 13^2 b) $0,25^2$ c) 17^3 d) $2,5^3$

Solución:

- a) 169 b) 0,0625 c) 4913 d) 15,625

5 Utilizando la calculadora, halla las siguientes potencias:

- a) 2^{10} b) $3,75^{18}$ c) 2^{64} d) π^{10}

Solución:

- a) 1024 b) $2,15 \cdot 10^{10}$
 c) $1,84 \cdot 10^{19}$ d) 93 648,05

6 Expresa el resultado en forma de una sola potencia utilizando las propiedades de las potencias:

- a) $2^5 \cdot 2^4$ b) $5^9 : 5^3$ c) $(2^4)^3$ d) $3^2 \cdot 3^3 \cdot 3^4$

Solución:

- a) 2^9 b) 5^6 c) 2^{12} d) 3^9

7 Expresa el resultado en forma de una sola potencia utilizando las propiedades de las potencias:

- a) $x^2 \cdot x^3$ b) $x^5 : x^2$
 c) $(x^3)^4$ d) $x^2 \cdot x^3 \cdot x^4$

Solución:

- a) x^5 b) x^3 c) x^{12} d) x^9

8 Multiplica para eliminar el paréntesis:

- a) $3a^2b(2ab^2 - 5a^2b^3)$
 b) $2x^3y^2z(3xy^2z^2 + 4x^2yz^3 - 6x^3z^4)$

Solución:

- a) $6a^3b^3 - 15a^4b^4$
 b) $6x^4y^4z^3 + 8x^5y^3z^4 - 12x^6y^2z^5$

9 Sacar factor común todos los factores que puedas:

- a) $6a^3b^2 - 8a^4b^5$
 b) $18x^2y^5z^2 + 12x^2y^3z^3 - 6x^3y^3z^4$

Solución:

- a) $2a^3b^2(3 - 4ab^3)$
 b) $6x^2y^3z^2(3y^2 + 2z - xz^2)$

10 Se tiene un depósito de gasoil para la calefacción, con forma de cubo cuya arista mide 2,25 m. Si el litro de gasoil de calefacción cuesta a 0,65 €, calcula lo que cuesta llenar el depósito.

Solución:

Coste: $2,25^3 \cdot 1000 \cdot 0,65 = 7403,91 \text{ €}$

2. Potencias de exponente entero

PIENSA Y CALCULA

Expresa el resultado en forma de una sola potencia utilizando las propiedades de las potencias y calcula el resultado:

- a) $2^7 : 2^4$ b) $2^5 : 2^4$ c) $2^5 : 2^5$ d) $2^4 : 2^7$

Solución:

- a) $2^3 = 8$ b) $2^1 = 2$ c) $2^0 = 1$ d) $2^{-3} = 1/8$

APLICA LA TEORÍA

11 Calcula mentalmente en forma de fracción el resultado de las siguientes potencias:

- a) 2^{-1} b) $(-2)^{-1}$ c) 2^{-2}
 d) $(-2)^{-2}$ e) 2^{-3} f) $(-2)^{-3}$

Solución:

- a) $1/2$ b) $-1/2$ c) $1/4$
 d) $1/4$ e) $1/8$ f) $-1/8$

12 Calcula:

- a) 1^{-9} b) $(-7)^{-1}$ c) 3^{-2} d) $(-3)^2$
 e) 5^{-1} f) $(-5)^{-1}$ g) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-1}$ h) $\left(\frac{1}{6}\right)^{-1}$

Solución:

- a) 1 b) $-1/7$ c) $1/9$ d) 9
 e) $1/5$ f) $-1/5$ g) $4/3$ h) 6

13 Expresa el resultado en forma de una sola potencia utilizando las propiedades de las potencias:

- a) $2^{-5} \cdot 2^4$ b) $5^4 : 5^7$ c) $(2^{-4})^3$ d) $3^2 \cdot 3^{-3} \cdot 3^4$

Solución:

- a) 2^{-1} b) 5^{-3}
 c) 2^{-12} d) 3^3

14 Aplicando la potencia de un producto o de un cociente, escribe como una sola potencia:

- a) $3^5 \cdot 5^5 \cdot 7^5$ b) $7^6 : 9^6$
 c) $6^{-3} \cdot 7^{-3}$ d) $3^{-4} : 5^{-4}$

Solución:

- a) $(3 \cdot 5 \cdot 7)^5$ b) $(7 : 9)^6$
 c) $(6 \cdot 7)^{-3}$ d) $(3 : 5)^{-4}$

15 Sustituye en tu cuaderno los puntos por uno de los signos = o \neq entre las siguientes expresiones:

- a) $4^3 \dots 12$ b) $(-7)^5 \dots -7^5$
 c) $7^{3^2} \dots 7^6$ d) $(8-5)^2 \dots 9$

Solución:

- a) \neq b) = c) \neq d) =

16 El disco duro de un ordenador portátil tiene 40 Gb de capacidad, y un CD-ROM, 650 Mb. ¿Cuántos CD-ROM caben en el disco duro si $1 \text{ Gb} = 2^{10} \text{ Mb}$?

Solución:

$N^\circ \text{ de CD: } 40 \cdot 2^{10} : 650 = 63,02$

3. Radicales

PIENSA Y CALCULA

Completa en tu cuaderno la siguiente tabla:

| | | | | | | | | | | |
|--------------------------|---|---|---|----|----|----|----|-----|-----|------|
| Número | | 2 | | | | | | | | |
| Cuadrado o cubo perfecto | 4 | 8 | 9 | 16 | 25 | 27 | 81 | 100 | 125 | 1000 |

Solución:

| | | | | | | | | | | |
|--------------------------|---|---|---|----|----|----|----|-----|-----|------|
| Número | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 3 | 9 | 10 | 5 | 10 |
| Cuadrado o cubo perfecto | 4 | 8 | 9 | 16 | 25 | 27 | 81 | 100 | 125 | 1000 |

APLICA LA TEORÍA

17 ¿Cuántas raíces reales tienen los siguientes radicales?

- a) $\sqrt{36}$ b) $\sqrt{0}$ c) $\sqrt{-25}$
 d) $\sqrt[3]{-8}$ e) $\sqrt{1}$ f) $\sqrt[3]{1}$

Solución:

- a) Dos b) Una c) Ninguna
 d) Una e) Dos f) Una

18 Calcula mentalmente si es posible:

- a) $\sqrt{25}$ b) $\sqrt[3]{-125}$ c) $\sqrt{-49}$ d) $\sqrt[3]{-27}$

Solución:

- a) ± 5 b) -5 c) No tiene. d) -3

19 Simplifica los radicales:

- a) $\sqrt[6]{5^4}$ b) $\sqrt[9]{5^6}$ c) $\sqrt[12]{5^8}$ d) $\sqrt[24]{5^{18}}$

Solución:

- a) $\sqrt[3]{5^2}$ b) $\sqrt[3]{5^2}$ c) $\sqrt[3]{5^2}$ d) $\sqrt[4]{5^3}$

20 Extrae todos los factores posibles de:

- a) $\sqrt{81a^5bc^6}$ b) $\sqrt[3]{128a^8b^2c^{15}}$

Solución:

- a) $9a^2c^3\sqrt{ab}$ b) $4a^2c^5\sqrt[3]{2a^2b^2}$

21 Suma y resta los siguientes radicales:

- a) $\sqrt{50} - \sqrt{32} + \sqrt{18}$ b) $5\sqrt{98} - 3\sqrt{200} + 4\sqrt{8}$

Solución:

- a) $4\sqrt{2}$ b) $13\sqrt{2}$

22 Sustituye en tu cuaderno los puntos por uno de los signos = o \neq entre las siguientes expresiones:

- a) $\sqrt{36+64} \dots \sqrt{36} + \sqrt{64}$
 b) $\sqrt{100-36} \dots \pm 8$
 c) $\sqrt[3]{8+27} \dots \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{27}$

Solución:

- a) \neq b) = c) \neq

23 Un contenedor tiene forma de cubo. Si tiene una capacidad de 8 m^3 , ¿cuánto mide la arista?

Solución:

Arista: $\sqrt[3]{8} = 2 \text{ m}$

4. Propiedades y relaciones entre potencias y radicales

PIENSA Y CALCULA

Calcula el resultado de las siguientes operaciones:

a) $\sqrt{25} \cdot \sqrt{49}$ b) $\sqrt{36} : \sqrt{9}$ c) $(\sqrt{4})^3$ d) $\sqrt[3]{\sqrt{64}}$

Solución:

a) ± 35 b) ± 2 c) ± 8 d) ± 2

APLICA LA TEORÍA

24 Aplicando las propiedades de los radicales, expresa como una sola raíz:

a) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{3}$ b) $\sqrt{6} : \sqrt{3}$
 c) $(\sqrt[3]{5})^2$ d) $\sqrt[3]{\sqrt{5}}$

Solución:

a) $\sqrt{15}$ b) $\sqrt{2}$
 c) $\sqrt[3]{5^2}$ d) $\sqrt[6]{5}$

25 Aplica las propiedades de los radicales y calcula:

a) $\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}$ b) $\sqrt{20} : \sqrt{5}$
 c) $\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[3]{5}$ d) $\sqrt[3]{\sqrt{64}}$

Solución:

a) ± 6 b) ± 2 c) 5 d) ± 2

26 Escribe los siguientes radicales en forma de potencia:

a) $\sqrt[5]{3}$ b) $\frac{1}{\sqrt[6]{5}}$
 c) $\sqrt[3]{3^5}$ d) $\frac{1}{\sqrt[3]{7^2}}$

Solución:

a) $3^{1/5}$ b) $5^{-1/6}$ c) $3^{5/7}$ d) $7^{-2/3}$

27 Las cuatro paredes de un cuarto de baño son cuadradas y tienen en total 324 azulejos cuadrados. Si cada azulejo mide 25 cm de lado, ¿cuánto mide de longitud cada pared?

Solución:

Cada pared tiene: $324 : 4 = 81$ azulejos.
 Cada lado tiene: $\sqrt{81} = 9$ azulejos.
 Cada lado mide: $9 \cdot 25 = 225 \text{ cm} = 2,25 \text{ m}$

28 Escribe las siguientes potencias en forma de radical y calcula el resultado:

a) $27^{1/3}$ b) $49^{-1/2}$
 c) $128^{3/7}$ d) $243^{-2/5}$

Solución:

a) $\sqrt[3]{27} = 3$
 b) $\frac{1}{\sqrt{49}} = \pm \frac{1}{7}$
 c) $\sqrt[7]{128^3} = (\sqrt[7]{128})^3 = (\sqrt[7]{2^7})^3 = 2^3 = 8$
 d) $\frac{1}{\sqrt[5]{243^2}} = \frac{1}{(\sqrt[5]{243})^2} = \frac{1}{(\sqrt[5]{3^5})^2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

29 Realiza las siguientes operaciones con la calculadora y redondea los resultados a dos decimales:

a) $\sqrt{583}$
 b) $\sqrt[3]{875}$
 c) $\sqrt[7]{3^5}$
 d) $\sqrt{85} - \sqrt[3]{805} + \sqrt[5]{2345}$

Solución:

a) 24,15 b) 9,56 c) 2,19 d) 4,64

30 Realiza las siguientes operaciones con la calculadora y redondea los resultados a dos decimales:

a) $2,3^5 \cdot \sqrt{80} - \sqrt{675} : 4,8^3$
 b) $(9,2^3 - \sqrt{34703}) \cdot 1,5^{17}$

Solución:

a) 575,45 b) 583 669,35

Ejercicios y problemas

1. Potencias de exponente natural

31 Escribe en forma de potencia:

- a) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ b) $-2 \cdot (-2) \cdot (-2)$
c) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ d) $-3 \cdot (-3)$

Solución:

- a) 2^4 b) $(-2)^3$ c) 3^5 d) $(-3)^2$

32 Calcula mentalmente:

- a) 3^3 b) $(-3)^3$ c) $(-3)^4$
d) 7^0 e) $(-1)^7$ f) $(-1)^8$

Solución:

- a) 27 b) -27 c) 81
d) 1 e) -1 f) 1

33 Calcula:

- a) 19^2 b) $0,75^2$ c) 23^3 d) $1,5^3$

Solución:

- a) 361 b) 0,5625 c) 12 167 d) 3,375

34 Expresa el resultado en forma de una sola potencia utilizando las propiedades de las potencias:

- a) $3^2 \cdot 3^6$ b) $5^7 : 5^6$ c) $(3^2)^5$ d) $5^2 \cdot 5 \cdot 5^3$

Solución:

- a) 3^8 b) 5 c) 3^{10} d) 5^6

35 Expresa el resultado en forma de una sola potencia utilizando las propiedades de las potencias:

- a) $x^3 \cdot x^4$ b) $x^7 : x^4$ c) $(x^3)^5$ d) $x \cdot x^2 \cdot x^3$

Solución:

- a) x^7 b) x^3 c) x^{15} d) x^6

36 Multiplica para eliminar el paréntesis:

- a) $2a^3b(3a^2b - 6a^3b^3)$
b) $3xy^2z^3(4x^2y^3z + 5x^3y - 7x^5z)$

Solución:

- a) $6a^5b^2 - 12a^6b^4$
b) $12x^3y^5z^4 + 15x^4y^3z^3 - 21x^6y^2z^4$

37 Sacar factor común todos los factores que puedas:

- a) $12a^4b^5 - 18a^3b^6$
b) $6x^5y^2z^3 + 15x^2y^5z^3 - 18x^2y^3z^5$

Solución:

- a) $6a^3b^5(2a - 3b)$
b) $3x^2y^2z^3(2x^3 + 5y^3 - 6yz^2)$

38 Calcula el número de bytes que caben en un disco duro de 50 Gb, sabiendo que:

$$1 \text{ Kb} = 2^{10} \text{ bytes}; 1 \text{ Mb} = 2^{10} \text{ Kb}; 1 \text{ Gb} = 2^{10} \text{ Mb}$$

Solución:

$$50 \text{ Gb} = 50 \cdot 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^{10} = \\ = 50 \cdot 2^{30} = 5,37 \cdot 10^{10} \text{ bytes}$$

2. Potencias de exponente entero

39 Calcula mentalmente en forma de fracción el resultado de las siguientes potencias:

- a) 3^{-1} b) $(-3)^{-1}$ c) 3^{-2}
d) $(-3)^{-2}$ e) 3^{-3} f) $(-3)^{-3}$

Solución:

- a) $1/3$ b) $-1/3$ c) $1/9$
d) $1/9$ e) $1/27$ f) $-1/27$

40 Calcula:

- a) 7^{-1} b) $(-7)^{-1}$ c) $\left(\frac{5}{3}\right)^{-1}$ d) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$

Solución:

- a) $1/7$ b) $-1/7$ c) $3/5$ d) 2

41 Expresa el resultado en forma de una sola potencia utilizando las propiedades de las potencias:

- a) $3^5 \cdot 3^{-4}$
b) $2^4 : 2^{-3}$
c) $(5^{-4})^{-3}$
d) $17^{-2} \cdot 17^3 \cdot 17^{-4}$

Solución:

- a) 3 b) 2^7 c) 5^{12} d) 17^{-3}

42 Aplicando la potencia de un producto o de un cociente, escribe como una sola potencia:

- a) $2^6 \cdot 3^6 \cdot 7^6$ b) $3^5 : 7^5$
 c) $2^{-3} \cdot 5^{-3}$ d) $5^{-4} : 7^{-4}$

Solución:

- a) $(2 \cdot 3 \cdot 7)^6$ b) $(3 : 7)^5$
 c) $(2 \cdot 5)^{-3}$ d) $(5 : 7)^{-4}$

43 Sustituye en tu cuaderno los puntos por uno de los signos = o \neq entre las siguientes expresiones:

- a) $4^3 \dots 6^4$ b) $(-7)^5 \dots 7^5$
 c) $7^{3^2} \dots 7^9$ d) $(8 - 5)^2 \dots 3^2$

Solución:

- a) \neq b) \neq c) = d) =

44 Un bloque de casas tiene 6 plantas, y en cada planta hay 6 viviendas. Si viven de media 6 personas en cada vivienda, escribe en forma de potencia el número de personas que viven en el bloque, y calcula el resultado.

Solución:

$N^\circ = 6^3 = 216$ personas.

3. Radicales

45 Calcula mentalmente si se puede:

- a) $\sqrt{49}$ b) $\sqrt[3]{-8}$ c) $\sqrt[4]{-16}$ d) $\sqrt[3]{125}$

Solución:

- a) ± 7 b) -2 c) No tiene. d) 5

46 Simplifica los radicales:

- a) $\sqrt[6]{7^2}$ b) $\sqrt[15]{7^{12}}$ c) $\sqrt[20]{7^{12}}$ d) $\sqrt[30]{7^{18}}$

Solución:

- a) $\sqrt[3]{7}$ b) $\sqrt[5]{7^4}$ c) $\sqrt[5]{7^3}$ d) $\sqrt[5]{7^3}$

47 Extrae todos los factores posibles de:

- a) $\sqrt{243a^8b^3c^7}$ b) $\sqrt[3]{125a^9b^{17}c^{25}}$

Solución:

- a) $9a^4bc^3\sqrt{3bc}$ b) $5a^3b^5c^8\sqrt[3]{b^2c}$

48 Suma y resta los radicales:

- a) $3\sqrt{32} - 2\sqrt{50} + \sqrt{72}$
 b) $2\sqrt{200} - 3\sqrt{18} - 4\sqrt{98}$

Solución:

- a) $8\sqrt{2}$ b) $-17\sqrt{2}$

49 Sustituye en tu cuaderno los puntos por uno de los signos = o \neq entre las siguientes expresiones:

- a) $\sqrt{36 + 64} \dots \sqrt{100}$
 b) $\sqrt{100 - 36} \dots \sqrt{100} - \sqrt{36}$
 c) $\sqrt[4]{16 + 81} \dots \sqrt[4]{16} + \sqrt[4]{81}$

Solución:

- a) = b) \neq c) \neq

50 Un cartón de leche es de forma cúbica y contiene dos litros. Otro cartón de 2 litros tiene forma de prisma cuadrangular y la arista de su base mide 10 cm. Calcula la superficie de ambos. ¿Cuál es menor?

Solución:

Arista del cubo: $\sqrt[3]{2} = 1,26 \text{ dm} = 12,6 \text{ cm}$
 Superficie del cubo: $6 \cdot 12,6^2 = 952,56 \text{ cm}^2$
 Altura del prisma: $2000 : 10^2 = 20 \text{ cm}$
 Superficie del prisma:
 $2 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 \cdot 20 = 1000 \text{ cm}^2$
 Es menor el área del cubo.

4. Propiedades y relación entre potencias y radicales

51 Aplicando las propiedades de los radicales, expresa como una sola raíz:

- a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{7}$
 b) $\sqrt{14} : \sqrt{2}$
 c) $(\sqrt[5]{7})^3$
 d) $\sqrt[5]{\sqrt{3}}$

Solución:

- a) $\sqrt{21}$ b) $\sqrt{7}$ c) $\sqrt[5]{7^3}$ d) $\sqrt[10]{3}$

Ejercicios y problemas

52 Aplica las propiedades de los radicales y calcula:

- a) $\sqrt{27} \cdot \sqrt{3}$ b) $\sqrt{45} : \sqrt{5}$
c) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{16}$ d) $\sqrt[5]{\sqrt{1024}}$

Solución:

- a) ± 9 b) ± 3 c) 4 d) ± 2

53 Escribe en forma de potencia los siguientes radicales:

- a) $\sqrt[3]{2}$ b) $\frac{1}{\sqrt{7}}$ c) $\sqrt[5]{3^2}$ d) $\frac{1}{\sqrt[5]{2^3}}$

Solución:

- a) $2^{1/3}$ b) $7^{-1/2}$ c) $3^{2/5}$ d) $2^{-3/5}$

54 Escribe en forma de radical las siguientes potencias:

- a) $3^{1/5}$ b) $5^{-1/3}$
c) $6^{4/5}$ d) $7^{-3/5}$

Solución:

- a) $\sqrt[5]{3}$ b) $\frac{1}{\sqrt[3]{5}}$
c) $\sqrt[5]{6^4}$ d) $\frac{1}{\sqrt[5]{7^3}}$

Para ampliar

55 Calcula el valor de x en cada uno de los siguientes casos:

- a) $2^x = 32$ b) $3^4 = x$
c) $x^3 = 125$ d) $x^3 = -8$

Solución:

- a) $x = 5$ b) $x = 81$
c) $x = 5$ d) $x = -2$

56 Calcula:

- a) $2^5 + 3^3 + 5^2$ b) $(-2)^5 + 3^2 - 5^3$
c) $(-2)^6 + 3^4 - (-5)^3$ d) $10^6 - (-10)^3 + 10^2$

Solución:

- a) 84 b) -148
c) 270 d) 1001100

57 Calcula:

- a) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$ b) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$ c) $\left(\frac{2}{3}\right)^4$ d) $\left(-\frac{2}{3}\right)^4$

Solución:

- a) $8/27$ b) $-8/27$ c) $16/81$ d) $16/81$

58 Calcula:

- a) 5^{-1} b) $(-5)^{-1}$ c) 2^{2^3} d) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-1}$

Solución:

- a) $1/5$ b) $-1/5$ c) 256 d) -3

59 Expresa el resultado en forma de una sola potencia utilizando las propiedades de las potencias:

- a) $5^{-3} \cdot 5^{-4}$
b) $3^{-4} : 3^{-7}$
c) $(7^{-3})^{-5}$
d) $13^{-2} \cdot 13^{-3} \cdot 13^{-4}$

Solución:

- a) 5^{-7} b) 3^3
c) 7^{15} d) 13^{-9}

60 Sustituye en tu cuaderno los puntos por uno de los signos = o \neq entre las siguientes expresiones:

- a) $5^3 \dots 15$ b) $(-2)^5 \dots -32$
c) $2^{3^5} \dots 2^{15}$ d) $(7-3)^5 \dots 4^5$

Solución:

- a) \neq b) =
c) \neq d) =

61 Calcula mentalmente:

- a) $\sqrt[3]{125}$ b) $\sqrt[3]{-125}$
c) $\sqrt[3]{0,001}$ d) $\sqrt[3]{-0,008}$

Solución:

- a) 5 b) -5
c) 0,1 d) -0,2

62 ¿Entre qué dos números enteros están las siguientes raíces?

- a) $\sqrt{55}$ b) $\sqrt[3]{84}$
 c) $\sqrt[4]{93}$ d) $\sqrt[5]{100}$

Solución:

- a) Entre 7 y 8 b) Entre 4 y 5
 c) Entre 3 y 4 d) Entre 2 y 3

63 Introduce dentro del radical los factores que están fuera:

- a) $3^2 ab^3 c \sqrt{5ab}$
 b) $2^3 a^2 b^5 c^2 \sqrt[3]{5a^2 bc^2}$
 c) $3^2 ab^3 c^4 \sqrt[4]{10ab^3 c^2}$
 d) $2^3 a^2 bc^4 \sqrt[5]{15a^4 bc^2}$

Solución:

- a) $\sqrt{405a^3 b^7 c^2}$
 b) $\sqrt[3]{2\,560a^8 b^{16} c^8}$
 c) $\sqrt[4]{65\,610a^5 b^{15} c^{18}}$
 d) $\sqrt[5]{491\,520a^{14} b^6 c^{22}}$

64 Calcula el valor de x en cada uno de los siguientes casos:

- a) $\sqrt{x} = \pm 5$ b) $\sqrt{49} = x$
 c) $\sqrt[3]{x} = 5$ d) $\sqrt[4]{32} = 2$

Solución:

- a) $x = 25$ b) $x = \pm 7$
 c) $x = 125$ d) $x = 5$

65 Calcula descomponiendo en factores primos:

- a) $\sqrt[3]{216}$ b) $\sqrt[3]{3\,375}$
 c) $\sqrt[3]{\frac{8}{125}}$ d) $\sqrt[5]{\frac{243}{32}}$

Solución:

- a) $\sqrt[3]{2^3 \cdot 3^3} = 6$ b) $\sqrt[3]{3^3 \cdot 5^3} = 15$
 c) $\sqrt[3]{\frac{2^3}{5^3}} = \frac{2}{5}$ d) $\sqrt[5]{\frac{3^5}{2^5}} = \frac{3}{2}$

66 Calcula el valor de las siguientes potencias:

- a) $4^{3/2}$ b) $8^{2/3}$
 c) $16^{3/4}$ d) $32^{4/5}$

Solución:

- a) $\sqrt{(2^3)^2} = \pm 8$
 b) $\sqrt[3]{(2^2)^3} = 4$
 c) $\sqrt[4]{(2^3)^4} = \pm 8$
 d) $\sqrt[5]{(2^4)^5} = 16$

Con calculadora

67 Utilizando la calculadora, halla:

- a) 3^{10} b) $7,25^{13}$
 c) $(3/2)^{15}$ d) π^2
 e) 3^{-5} f) $(-3)^8$

Solución:

- a) 59 049 b) $1,53 \cdot 10^{11}$
 c) 437,89 d) 9,87
 e) $4,12 \cdot 10^{-3}$ f) 6 561

68 Realiza las siguientes operaciones con la calculadora y redondea los resultados a dos decimales:

- a) $\sqrt{45\,760}$ b) $\sqrt[3]{8\,043}$
 c) $\sqrt[5]{55\,555}$ d) $\sqrt[6]{2,5^5}$

Solución:

- a) 213,92 b) 20,04
 c) 8,89 d) 2,15

69 Realiza las siguientes operaciones con la calculadora y redondea los resultados a dos decimales:

- a) $5,2^3 (\sqrt{209} - \sqrt{3\,217}) : 7,2^5$
 b) $(7,25^5 - \sqrt[3]{874\,658}) \cdot 1,75^7$

Solución:

- a) -0,31
 b) 1 002 023,47

Problemas

- 70** Tenemos una finca en forma de cuadrado cuyo lado mide 14,75 m. Calcula el precio de venta sabiendo que el metro cuadrado vale 23 €

Solución:

Precio: $14,75^2 \cdot 23 = 5\,003,94$ €

- 71** Calcula el número de bytes que caben en un disco duro de 20 Gb, sabiendo que 1 Kb = 2^{10} bytes, 1 Mb = 2^{10} Kb y 1 Gb = 2^{10} Mb

Solución:

Capacidad:

$20 \cdot 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^{10} = 20 \cdot 2^{30} = 2,15 \cdot 10^{10}$ bytes.

- 72** En una tienda compran una docena de docenas de huevos. Por cada huevo han pagado 0,05 €. ¿Cuánto han pagado por todos los huevos?

Solución:

Han pagado: $12^2 \cdot 0,05 = 7,2$ €

- 73** Alba tiene una caja en forma de cubo llena de canicas. Tiene 5 canicas de largo, otras 5 de ancho y otras 5 de alto. Escribe en forma de potencia el número total de canicas y calcula el precio sabiendo que cada canica cuesta 0,15 €

Solución:

Canicas: 5^3

Coste: $5^3 \cdot 0,15 = 18,75$ €

- 74** Tenemos 12 cajas de cocos y cada caja tiene 12 cocos. Escribe en forma de potencia el número total de cocos y halla el precio sabiendo que cada uno cuesta 1,5 €

Solución:

Nº de cocos: 12^2

Coste: $12^2 \cdot 1,5 = 216$ €

- 75** Escribe en forma de potencia el número de abuelos que tiene cada persona, y calcula el resultado.

Solución:

Nº de abuelos: $2^2 = 4$ abuelos.

- 76** Tenemos un bloque de hielo de 1 m de largo, 20 cm de ancho y 20 cm de alto. Lo cortamos en cubitos para enfriar refrescos. Cada cubito mide 2 cm de largo, 2 cm de ancho y 2 cm de alto, y en cada refresco ponemos dos cubitos. ¿Para cuántos refrescos tendremos?

Solución:

Volumen del bloque:

$100 \cdot 20 \cdot 20 = 40\,000$ cm³

Volumen de cada cubito: $2^3 = 8$ cm³

Nº de cubitos: $40\,000 : 8 = 5\,000$ cubitos.

Nº de refrescos: $5\,000 : 2 = 2\,500$ refrescos.

- 77** Una finca cuadrada de 100 m de lado está plantada de nogales. Si cada nogal ocupa 25 m², ¿cuántos nogales hay plantados?

Solución:

Superficie: $100^2 = 10\,000$ m²

Nº de nogales: $10\,000 : 25 = 400$ nogales.

- 78** El patio de butacas de un teatro tiene igual número de filas que de columnas, y se venden todas las entradas para una sesión, obteniéndose 675 €. Si cada entrada cuesta 3 €, ¿cuántas filas tiene el teatro?

Solución:

Nº de entradas: $675 : 3 = 225$ entradas.

Nº de filas: $\sqrt{225} = 15$ filas.

- 79** Queremos poner baldosas en el suelo de una habitación cuadrada, y en cada lado caben 13 baldosas. Si cada baldosa cuesta 1,5 €, ¿cuánto cuestan todas las baldosas que necesitamos?

Solución:

Nº de baldosas: $13^2 = 169$ baldosas.

Coste: $169 \cdot 1,5 = 253,5$ €

- 80** Una finca es cuadrada y tiene una superficie de $1\ 369\text{ m}^2$. ¿Cuánto mide el lado?

Solución:

Lado: $\sqrt{1\ 369} = 37\text{ m}$

- 81** Un bloque de casas tiene x plantas, y en cada planta hay x viviendas. Si viven x personas de media en cada vivienda, calcula el valor de x sabiendo que en la casa viven 64 personas.

Solución:

$$x^3 = 64 \Rightarrow x = \sqrt[3]{64} = 4$$

Para profundizar

- 82** Una empresa de productos lácteos compró un cubo de leche de 1,5 m de arista. Esta leche se envasó en recipientes de 1 litro, que se vendieron a 0,85 € cada uno. Si el litro de leche se había pagado a 0,5 €, y el transporte y el coste de envasado habían generado un gasto de 0,15 € por litro, ¿cuál fue el beneficio?

Solución:

Volumen de leche:

$$1,5^3 = 3,375\text{ m}^3 = 3\ 375\text{ litros.}$$

Valor de la venta:

$$3\ 375 \cdot 0,85 = 2\ 868,75\text{ €}$$

Valor de la compra:

$$3\ 375 \cdot 0,5 = 1\ 687,5\text{ €}$$

$$\text{Gastos: } 3\ 375 \cdot 0,15 = 506,25\text{ €}$$

Beneficio:

$$2\ 868,75 - (1\ 687,5 + 506,25) = 675\text{ €}$$

- 83** Expresa en forma de potencia de 2 el número total de cuadrados que tiene un tablero de ajedrez, sabiendo que posee 8 filas y 8 columnas.

Solución:

$$\text{Nº de cuadrados: } 8 \cdot 8 = 2^3 \cdot 2^3 = 2^6\text{ cuadrados.}$$

- 84** Escribe en forma de potencia el número de bisabuelos que tiene cada persona y calcula el resultado.

Solución:

$$\text{Nº de bisabuelos: } 2^3 = 8\text{ bisabuelos.}$$

- 85** Una célula se reproduce cada hora por bipartición. ¿Cuántos días tardará en sobrepasar un millón?

Solución:

$$2^x > 1\ 000\ 000$$

El menor x que lo verifica es $x = 20$ horas.

Lo alcanza en el primer día.

- 86** Un velero cuesta 0,5 millones de euros y se devalúa cada año un 18%. ¿Cuántos años tardará en valer menos de 150 000 €? Observa que si se devalúa un 18%, su valor será un 82% del precio inicial.

Solución:

$$500\ 000 \cdot 0,82^x < 150\ 000$$

El menor x que lo verifica es $x = 7$ años.

- 87** Una caja tiene forma de cubo cuyo volumen es de $3,375\text{ m}^3$. Calcula su superficie.

Solución:

$$\text{Arista: } \sqrt[3]{3,375} = 1,5\text{ m}$$

$$\text{Superficie: } 6 \cdot 1,5^2 = 13,5\text{ m}^2$$

Las potencias y los ordenadores

La información se guarda en los discos de forma digital, por eso cuando se copia de un disco a otro, no pierde calidad. Un byte ocupa dos posiciones.

$$1 \text{ Kb} = 2^{10} \text{ bytes}$$

$$1 \text{ Mb} = 2^{10} \text{ Kb}$$

$$1 \text{ Gb} = 2^{10} \text{ Mb}$$

- 88** Un disco de 3 1/2 tiene 1,44 Mb. Halla su capacidad en bytes.

Solución:

Capacidad:

$$1,44 \cdot 2^{10} \cdot 2^{10} = 1,44 \cdot 2^{20} = 1\,509\,949 \text{ bytes}$$

- 89** Un CD-ROM tiene 640 Mb. Halla su capacidad en bytes.

Solución:

Capacidad:

$$640 \cdot 2^{10} \cdot 2^{10} = 640 \cdot 2^{20} = 671\,088\,640 \text{ bytes}$$

- 90** El disco duro de un ordenador tiene 40 Gb. Halla su capacidad en bytes.

Solución:

Capacidad:

$$40 \cdot 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^{10} = 40 \cdot 2^{30} = 4,29 \cdot 10^{10} \text{ bytes}$$

Comprueba lo que sabes

- 1** ¿Qué son radicales equivalentes? Pon un ejemplo.

Solución:

Dos **radicales son equivalentes** si tienen las mismas raíces.

Si en un radical multiplicamos el índice y el exponente por el mismo número, obtenemos otro radical equivalente.

Ejemplo

$$\sqrt[3]{5^2} = \sqrt[6]{5^4} = \sqrt[9]{5^6} = \sqrt[12]{5^8} = \dots = 2,92\dots$$

- 2** Expresa el resultado en forma de una sola potencia utilizando las propiedades de las potencias:

a) $3^5 \cdot 3^4$ b) $a^9 : a^3$

c) $(x^n)^p$ d) $x^3 : x^7$

Solución:

a) 3^9 b) a^6
c) $x^n \cdot p$ d) x^{-4}

- 3** Sustituye los puntos por uno de los signos = o \neq entre las siguientes expresiones:

a) $5^3 \dots 15$ b) $(-6)^5 \dots -6^5$
c) $3^{5^2} \dots 3^{10}$ d) $(7-5)^4 \dots 16$

Solución:

a) \neq b) =
c) \neq d) =

- 4** Extrae todos los factores posibles de:

a) $\sqrt{81a^5bc^6}$ b) $\sqrt[3]{32a^8b^2c^{12}}$

Solución:

a) $9a^2c^3\sqrt{ab}$
b) $2a^2c^4\sqrt[3]{2^2a^2b^2}$

- 5** Suma y resta los radicales:

a) $3\sqrt{32} - 2\sqrt{50} + \sqrt{72}$
b) $2\sqrt{75} - 4\sqrt{27} + 5\sqrt{12}$

Solución:

a) $12\sqrt{2} - 10\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$
b) $10\sqrt{3} - 12\sqrt{3} + 10\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$

- 6** Escribe en forma de radical las siguientes potencias y calcula el resultado:

a) $25^{1/2}$ b) $125^{-1/3}$
c) $16^{3/4}$ d) $32^{-2/5}$

Solución:

a) $\sqrt{25} = \pm 5$ b) $\frac{1}{\sqrt[3]{125}} = \frac{1}{5}$
c) $\sqrt[4]{16^3} = \pm 8$ d) $\frac{1}{\sqrt[5]{32^2}} = \frac{1}{4}$

- 7** El disco duro de un ordenador portátil tiene una capacidad de 40 Gb, y un CD ROM, de 650 Mb. ¿Cuántos CD ROM caben en el disco duro si 1 Gb = 2^{10} Mb?

Solución:

Nº de CDs: $40 \cdot 2^{10} : 650 = 63,02$

- 8** Una finca tiene forma de cuadrado. Si se vende a razón de 3,6 €/m² y se han obtenido por la venta 3 802,5 €, ¿cuánto mide de lado la finca?

Solución:

$\sqrt{3\ 802,5 : 3,6} = 32,5$ m

Paso a paso

91 Calcula:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^5$$

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

92 Calcula:

$$7,28^5$$

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

93 Calcula:

$$\sqrt{12\,607,25}$$

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

94 Calcula:

$$\sqrt[3]{86^5}$$

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

95 Suma y resta los siguientes radicales:

$$4\sqrt{50} - 7\sqrt{8} + 5\sqrt{18}$$

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

96 Calcula:

$$1,5^7 (\sqrt{83} - \sqrt[3]{678})$$

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

Plantea el siguiente problema y resuélvelo con ayuda de DERIVE o Wiris:

97 Se tiene un depósito de gasoil para la calefacción, con forma de cubo cuya arista mide 2,25 m. Si el litro de gasoil de calefacción cuesta 0,65 € el litro, calcula lo que cuesta llenar el depósito.

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

98 **Internet.** Abre la web: www.editorial-bruno.es y elige **Matemáticas, curso y tema.**

Practica**99** Calcula las siguientes potencias:

- a)
- $(2/3)^6$
- b)
- $(-2/3)^7$

Solución:

- a)
- $64/729$
- b)
- $-128/2187$

100 Calcula las siguientes potencias:

- a)
- 2^{64}
- b)
- $239,72^5$

Solución:

- a) 18 446 744 073 709 551 616
-
- b)
- $7,916283613 \cdot 10^{11}$

101 Calcula:

- a)
- $\sqrt{3}$
- b)
- $\sqrt{256,256}$

Solución:

- a) 1,732050807 b) 16,007998

102 Calcula:

- a)
- $\sqrt[3]{4913}$
- b)
- $\sqrt[3]{845,23}$

Solución:

- a) 17 b) 3,849417183

103 Suma los radicales:

- a)
- $7\sqrt{50} - 2\sqrt{8} + 5\sqrt{162}$
-
- b)
- $9\sqrt{147} - 5\sqrt{75} + 3\sqrt{12}$

Solución:

- a)
- $76\sqrt{2}$
- b)
- $44\sqrt{3}$

104 Calcula y luego redondea mentalmente a dos decimales:

- a)
- $\sqrt{473,5 + 75,47}$
-
- b)
- $\sqrt{473,5} + \sqrt{75,47}$
-
- c)
- $\sqrt[3]{45,5^2 - 7,25^3} + 5,2^7$
-
- d)
- $(73,5^3 - 55,35)^2 \cdot \sqrt[3]{3760}$

Solución:

- a) 23,43 b) 30,45
-
- c)
- $1,03 \cdot 10^5$
- d)
- $8,18 \cdot 10^{11}$

*Escribe las expresiones numéricas correspondientes a los siguientes enunciados y halla el resultado:***105** El número 23,45 elevado al cuadrado, menos la raíz cuadrada de 825,83**Solución:**

$$23,45^2 - \sqrt{825,83} = 521,1652419$$

106 El número 1,5 elevado a la quinta, menos la raíz cuadrada de 1,83, más la raíz cúbica de 2,5**Solución:**

$$1,5^5 - \sqrt{1,83} + \sqrt[3]{2,5} = 7,598183881$$

*Plantea los siguientes problemas y resuélvelos con ayuda de DERIVE o Wiris:***107** Queremos vender los chopos de una finca que tiene 54 filas y 54 columnas, al precio de 54 € cada chopo. Expresa en forma de potencia el valor de los chopos y halla el resultado.**Solución:**

$$\text{Valor: } 54^3 = 157\,464 \text{ €}$$

108 Calcula la arista de un depósito de forma cúbica que ha costado llenarlo de leche 3 215,625 €, si el litro de leche se ha pagado a 0,6 €**Solución:**

$$\text{Arista: } \sqrt[3]{3\,215,625/0,6} = 17,5 \text{ dm} = 1,75 \text{ m}$$

109 Calcula el número de bytes que caben en un CD-ROM de 650 Mb, sabiendo que:

$$1 \text{ Kb} = 2^{10} \text{ bytes y } 1 \text{ Mb} = 2^{10} \text{ Kb}$$

Solución:

$$\text{Capacidad: } 650 \cdot 2^{10} \cdot 2^{10} = 681\,574\,400 \text{ bytes.}$$