



# BLOQUE II

## Álgebra

5. Operaciones con polinomios
6. Ecuaciones de 1<sup>er</sup> y 2<sup>o</sup> grado
7. Sistemas de ecuaciones lineales

# 5

# Operaciones con polinomios

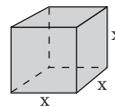


## 1. Polinomios. Suma y resta

### PIENSA Y CALCULA

Dado el cubo de la figura, calcula en función de  $x$ :

- a) El área.
- b) El volumen.



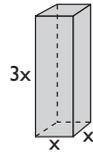
**Solución:**

- a)  $A(x) = 6x^2$
- b)  $V(x) = x^3$

### APLICA LA TEORÍA

**1** Dado el prisma cuadrangular del dibujo, calcula en función de  $x$ :

- a) El área.
- b) El volumen.



**Solución:**

- a)  $A(x) = 2x^2 + 4 \cdot 3x \cdot x = 14x^2$
- b)  $V(x) = 3x^3$

**2** ¿Cuáles de las siguientes expresiones son monomios? Calcula el grado de éstos.

- a)  $5x^3y$
- b)  $3x^{-2}y^3$
- c)  $7x^2y^5 + 3xy^2$
- d)  $4a$

**Solución:**

Son monomios: a) y d)  
 El grado del a) es 4  
 El grado del d) es 1

**3** Ordena de forma decreciente, según los grados, los siguientes polinomios y calcula el grado, el coeficiente principal y el término independiente:

- a)  $7x^2 - 5x^3 + 4$
- b)  $-9x^2 - 6x^5 - 7 + 4x^6$
- c)  $8x^2 - 5x + 4x^5$
- d)  $-7x^2 - x^8 - 7x + 9 - 4x^6$

**Solución:**

- a)  $-5x^3 + 7x^2 + 4$   
 Grado: 3, coeficiente principal: -5  
 Término independiente: 4
- b)  $4x^6 - 6x^5 - 9x^2 - 7$   
 Grado: 6, coeficiente principal: 4  
 Término independiente: -7
- c)  $4x^5 + 8x^2 - 5x$   
 Grado: 5, coeficiente principal: 4  
 Término independiente: 0
- d)  $-x^8 - 4x^6 - 7x^2 - 7x + 9$   
 Grado: 8, coeficiente principal: -1  
 Término independiente: 9

**4** Halla el valor de  $a$ ,  $b$  y  $c$  para que los siguientes polinomios sean iguales:

$$P(x) = ax^4 - 8x^3 + 4x - b$$

$$Q(x) = 5x^4 - 8x^3 - cx^2 + 4x + 6$$

**Solución:**

$$a = 5, b = -6, c = 0$$

**5** Suma los siguientes polinomios:

$$P(x) = 7x^4 - 6x^3 + 5x - 3$$

$$Q(x) = x^4 + 8x^3 - x^2 + 4x + 6$$

**Solución:**

$$P(x) + Q(x) = 8x^4 + 2x^3 - x^2 + 9x + 3$$

**6** Halla el opuesto de los siguientes polinomios:

$$P(x) = 5x^5 - 7x^3 + 4x - 1$$

$$Q(x) = -x^4 + 6x^3 - x^2 + 5x + 1$$

**Solución:**

$$P(x) = -5x^5 + 7x^3 - 4x + 1$$

$$Q(x) = x^4 - 6x^3 + x^2 - 5x - 1$$

**7** Calcula  $P(x) - Q(x)$ :

$$P(x) = 5x^4 + x^3 - 2x^2 - 5$$

$$Q(x) = 7x^4 - 5x^2 + 3x + 2$$

**Solución:**

$$P(x) - Q(x) = -2x^4 + x^3 + 3x^2 - 3x - 7$$

**8** Los ingresos y los gastos de una empresa en millones de euros, en función del número de años que lleva funcionando, vienen dados por:

$$I(t) = t^2 - 3t + 5$$

$$G(t) = t^2 - 4t + 9$$

Halla la expresión  $B(t)$  de los beneficios.

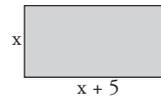
**Solución:**

$$B(t) = I(t) - G(t) = t - 4$$

## 2. Multiplicación de polinomios

### PIENSA Y CALCULA

Calcula, en función de  $x$ , el área del rectángulo de la figura:



**Solución:**

$$A(x) = (x + 5)x = x^2 + 5x$$

### APLICA LA TEORÍA

**9** Calcula mentalmente:

a)  $(x + 2)^0$    b)  $(x - 3)^1$    c)  $(x - 7)^1$    d)  $(2x + 6)^0$

**Solución:**

a) 1

b)  $x - 3$

c)  $x - 7$

d) 1

**10** Desarrolla mentalmente:

a)  $(x + 5)^2$

b)  $(x + 3)(x - 3)$

c)  $(x - 6)^2$

d)  $(x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5})$

**Solución:**

a)  $x^2 + 10x + 25$

b)  $x^2 - 9$

c)  $x^2 - 12x + 36$

d)  $x^2 - 5$

**11** Desarrolla y simplifica:

a)  $(2x + 1/2)^2$

b)  $(x/3 + 1)(x/3 - 1)$

c)  $(6x - 2/3)^2$

d)  $(5x + 3/4)(5x - 3/4)$

**Solución:**

a)  $4x^2 + 2x + 1/4$

b)  $x^2/9 - 1$

c)  $36x^2 - 8x + 4/9$

d)  $25x^2 - 9/16$

**12** Halla el polinomio que da el área del cuadrado de la figura:



**Solución:**

$$A(x) = (x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$$

**13** Desarrolla los siguientes productos:

- a)  $5x^2(2x^3 - 3x)$       b)  $-2x^3(7x^4 - 4x^2)$   
c)  $-3x(-8x^5 - 5x^2)$       d)  $6x^4(-x^5 + 2x)$

**Solución:**

- a)  $10x^5 - 15x^3$       b)  $-14x^7 + 8x^5$   
c)  $24x^6 + 15x^3$       d)  $-6x^9 + 12x^5$

**14** Factoriza mentalmente:

- a)  $2x^2 + 6x$       b)  $x^2 - 6x + 9$   
c)  $x^2 - 25$       d)  $x^2 + 8x + 16$

**Solución:**

- a)  $2x(x + 3)$       b)  $(x - 3)^2$   
c)  $(x + 5)(x - 5)$       d)  $(x + 4)^2$

**15** Factoriza:

- a)  $12x^4 + 8x^3$       b)  $5x^3 + 20x^2 + 20x$   
c)  $x^2 - 3$       d)  $9x^2 - 30x + 25$

**Solución:**

- a)  $4x^3(3x + 2)$       b)  $5x(x + 2)^2$   
c)  $(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$       d)  $(3x - 5)^2$

**16** Multiplica los polinomios:

$$P(x) = 2x^3 - 3x + 5$$
$$Q(x) = 3x^2 + x - 4$$

**Solución:**

$$6x^5 + 2x^4 - 17x^3 + 12x^2 + 17x - 20$$

**17** Multiplica los polinomios:

$$P(x) = x^4 - 3x^2 + x - 5$$
$$Q(x) = 2x^3 + x^2 - 4$$

**Solución:**

$$2x^7 + x^6 - 6x^5 - 5x^4 - 9x^3 + 7x^2 - 4x + 20$$

**18** Multiplica los polinomios:

$$P(x) = 3x^5 - x^3 - 5x + 1$$
$$Q(x) = 2x^4 + 4x^2 - 3$$

**Solución:**

$$6x^9 + 10x^7 - 23x^5 + 2x^4 - 17x^3 + 4x^2 + 15x - 3$$

### 3. División de polinomios

#### PIENSA Y CALCULA

Realiza mentalmente las siguientes divisiones:

- a)  $(x^3 + 6x^2 - 7x) : x$       b)  $(x^2 + 6x + 9) : (x + 3)$       c)  $(x^2 - 8x + 16) : (x - 4)$       d)  $(x^2 - 25) : (x + 5)$

**Solución:**

- a)  $x^2 + 6x - 7$       b)  $x + 3$       c)  $x - 4$       d)  $x - 5$

#### APLICA LA TEORÍA

**19** Divide y haz la comprobación:

$$P(x) = 2x^5 - 8x^4 + 12x^2 + 18$$

entre

$$Q(x) = x^2 - 3x - 1$$

**Solución:**

$$C(x) = 2x^3 - 2x^2 - 4x - 2$$
$$R(x) = -10x + 16$$

Se comprueba que  $C(x) \cdot Q(x) + R(x) = P(x)$

**20** Divide por Ruffini:

$$P(x) = 2x^3 - 13x + 8$$

entre

$$Q(x) = x + 3$$

**Solución:**

$$C(x) = 2x^2 - 6x + 5$$
$$R = -7$$

**21** Divide:

$$P(x) = 6x^5 + 2x^4 - 17x^3 + 20x - 25$$

entre

$$Q(x) = 2x^3 - 3x + 5$$

**Solución:**

$$C(x) = 3x^2 + x - 4$$

$$R(x) = -12x^2 + 3x - 5$$

**22** Divide por Ruffini:

$$P(x) = x^4 - 6x^3 + 9x + 10$$

entre

$$Q(x) = x - 3$$

**Solución:**

$$C(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - 18$$

$$R = -44$$

**23** Divide:

$$P(x) = 2x^7 + x^6 - 9x^5 - 5x^4 + 9x^2 + 8$$

entre

$$Q(x) = x^4 - 3x^2 + x - 5$$

**Solución:**

$$C(x) = 2x^3 + x^2 - 3x - 4$$

$$R(x) = 5x^2 - 11x - 12$$

**24** Divide por Ruffini:

$$P(x) = x^5 - 4x^3 + 7x + 12$$

entre

$$Q(x) = x + 1$$

**Solución:**

$$C(x) = x^4 - x^3 - 3x^2 + 3x + 4$$

$$R = 8$$

**25** Halla un polinomio tal que al dividirlo entre

$$2x^3 - 5x + 1$$

se obtenga de cociente:

$$x^2 + 3x - 4$$

y de resto:

$$-7x^2 + x + 8$$

**Solución:**

$$\begin{aligned} (2x^3 - 5x + 1)(x^2 + 3x - 4) - 7x^2 + x + 8 = \\ = 2x^5 + 6x^4 - 13x^3 - 21x^2 + 24x + 4 \end{aligned}$$

## 4. Teorema del resto y del factor

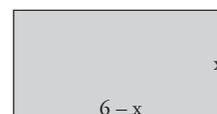
### PIENSA Y CALCULA

Tenemos un rectángulo de 12 m de perímetro, luego la base más la altura medirán 6 m. Si la altura mide  $x$  metros, la base medirá  $6 - x$  metros. La fórmula del área será:

$$A(x) = (6 - x)x \Rightarrow A(x) = 6x - x^2$$

Completa en tu cuaderno la tabla de la derecha y halla cuándo el área es máxima.

$x$	1	2	3	4	5
$A(x) = 6x - x^2$					



**Solución:**

$x$	1	2	3	4	5
$A(x) = 6x - x^2$	5	8	9	8	5

El área es máxima cuando  $x = 3$  m

- 26** Calcula mentalmente el valor numérico del siguiente polinomio para los valores que se indican:

$$P(x) = x^5 - 3x^4 + 6x^2 - 8$$

- a) Para  $x = 0$                       b) Para  $x = 1$

**Solución:**

- a)  $P(0) = -8$                               b)  $P(1) = -4$

- 27** Calcula el valor numérico del siguiente polinomio para los valores que se indican:

$$P(x) = x^4 - 3x^3 + 5x - 2$$

- a) Para  $x = 3$                               b) Para  $x = -3$

**Solución:**

- a)  $P(3) = 13$                               b)  $P(-3) = 145$

- 28** Halla, sin hacer la división, el resto de dividir

$$P(x) = x^3 - 6x^2 + 5 \text{ entre } x - 2$$

**Solución:**

Se aplica el teorema del resto:

$$R = P(2) = -11$$

- 29** Halla, sin hacer la división, el resto de dividir

$$P(x) = x^4 + 3x^3 - 5x - 7 \text{ entre } x + 3$$

**Solución:**

Se aplica el teorema del resto:

$$R = P(-3) = 8$$

- 30** Halla el valor de  $k$  para que el resto de la siguiente división sea 5:

$$(x^3 + kx^2 - 4) : (x + 3)$$

**Solución:**

Se aplica el teorema del resto:

$$P(-3) = 5 \Rightarrow 9k - 31 = 5 \Rightarrow k = 4$$

- 31** ¿Cuál de los números, 3 o -3, es raíz del polinomio  $P(x) = x^3 + x^2 - 9x - 9$ ?

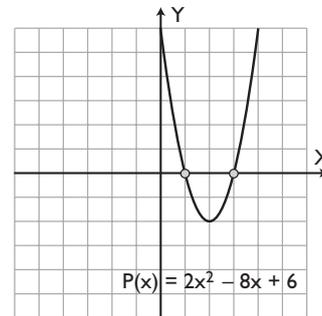
**Solución:**

Se aplica el teorema del factor:

$$R = P(3) = 0 \Rightarrow x = 3 \text{ es raíz}$$

$$R = P(-3) = 0 \Rightarrow x = -3 \text{ es raíz}$$

- 32** Observa la gráfica y calcula las raíces del polinomio  $P(x) = 2x^2 - 8x + 6$



**Solución:**

$$x_1 = 1, x_2 = 3$$

- 33** Comprueba, sin hacer la división, que el polinomio  $P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$  es divisible entre  $x + 1$

**Solución:**

Se aplica el teorema del factor:

$$R = P(-1) = 0 \Rightarrow \text{sí es divisible.}$$

- 34** Halla el valor de  $k$  para que el polinomio:

$$P(x) = x^3 - 4x^2 + kx + 10$$

sea divisible entre  $x - 1$

**Solución:**

Se aplica el teorema del factor:

$$R = P(1) = 0 \Rightarrow 7 + k = 0 \Rightarrow k = -7$$

- 35** ¿El polinomio  $x^2 + 9$  tiene alguna raíz real? Razona la respuesta.

**Solución:**

No, porque  $x^2$  siempre es mayor o igual que cero y al sumarle 9, siempre es positivo; por tanto nunca puede ser cero.

# Ejercicios y problemas

## 1. Polinomios. Suma y resta

**36** ¿Cuáles de las siguientes expresiones son monomios? Calcula el grado de éstos.

- a)  $5x^4 + x^3y$    b)  $5x^2y^3$    c)  $x^2y^5 - 4xy^2$    d) 7

**Solución:**

Son monomios: b) y d)

El grado del b) es 5

El grado del d) es 0

**37** Clasifica las siguientes expresiones algebraicas en monomios, binomios o trinomios.

- a)  $x + y + z$                       b)  $-7x^5y^3$   
c)  $x - y$                               d)  $3x^2 - 3$

**Solución:**

- a) Trinomio                              b) Monomio  
c) Binomio                                d) Binomio

**38** Calcula el grado, el coeficiente principal y el término independiente de los siguientes polinomios:

- a)  $5x^4 - 2x^3 + 1$    b)  $-4x^7 - 5x^4 - 7x^3 - 1$   
c)  $5x^2 - 4x + 3$    d)  $-6x^{10} - x^8 - 3x^6 + 8x - 7$

**Solución:**

- a) Grado: 4, coeficiente principal: 5  
Término independiente: 1  
b) Grado: 7, coeficiente principal: -4  
Término independiente: -1  
c) Grado: 2, coeficiente principal: 5  
Término independiente: 3  
d) Grado: 10, coeficiente principal: -6  
Término independiente: -7

**39** Suma los siguientes polinomios:

$$P(x) = 7x^5 - 5x^3 + 3x^2 - 1$$

$$Q(x) = -3x^4 + 5x^3 - 4x^2 + 3x + 1$$

**Solución:**

$$7x^5 - 3x^4 - x^2 + 3x$$

**40** Calcula  $P(x) - Q(x)$ :

$$P(x) = 4x^5 + 7x^3 - x - 2$$

$$Q(x) = 5x^4 - 3x^3 + 7x + 2$$

**Solución:**

$$4x^5 - 5x^4 + 10x^3 - 8x - 4$$

## 2. Multiplicación de polinomios

**41** Desarrolla mentalmente:

- a)  $(x + 3)^2$                               b)  $(x + 1)(x - 1)$   
c)  $(x - 7)^2$                               d)  $(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})$

**Solución:**

- a)  $x^2 + 6x + 9$                               b)  $x^2 - 1$   
c)  $x^2 - 14x + 49$                               d)  $x^2 - 2$

**42** Desarrolla y simplifica:

- a)  $(3x + 1/3)^2$                               b)  $(x + 1/3)(x - 1/3)$   
c)  $(x/2 - 2/3)^2$                               d)  $(2x + 3/2)(2x - 3/2)$

**Solución:**

- a)  $9x^2 + 2x + 1/9$                               b)  $x^2 - 1/9$   
c)  $x^2/4 - 2x/3 + 4/9$                               d)  $4x^2 - 9/4$

**43** Desarrolla los siguientes productos:

- a)  $4x(5x^4 - 6x)$                               b)  $-7x^2(5x^3 - 3x^2)$   
c)  $-3x^3(-6x^2 - 1)$                               d)  $5x^4(-x^2 + 5x)$

**Solución:**

- a)  $20x^5 - 24x^2$                               b)  $-35x^5 + 21x^4$   
c)  $18x^5 + 3x^3$                               d)  $-5x^6 + 25x^5$

**44** Factoriza mentalmente:

- a)  $8x^3 + 12x^2$                               b)  $x^2 + 10x + 25$   
c)  $x^2 - 5$                                       d)  $x^2 - 14x + 49$

**Solución:**

- a)  $4x^2(2x + 3)$                               b)  $(x + 5)^2$   
c)  $(x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5})$                               d)  $(x - 7)^2$

**45** Multiplica los polinomios:

$$P(x) = x^3 - 2x^2 + 3$$

$$Q(x) = 2x^3 - 5x + 1$$

**Solución:**

$$2x^6 - 4x^5 - 5x^4 + 17x^3 - 2x^2 - 15x + 3$$

# Ejercicios y problemas

**46** Multiplica los polinomios:

$$P(x) = 2x^4 - 4x^3 - 5x + 1$$

$$Q(x) = x^3 - 2x + 7$$

**Solución:**

$$2x^7 - 4x^6 - 4x^5 + 17x^4 - 27x^3 + 10x^2 - 37x + 7$$

**47** Multiplica los polinomios:

$$P(x) = x^5 - 2x^3 + 3x^2 - 1$$

$$Q(x) = x^4 - 5x^2 + 2$$

**Solución:**

$$x^9 - 7x^7 + 3x^6 + 12x^5 - 16x^4 - 4x^3 + 11x^2 - 2$$

## 3. División de polinomios

**48** Divide y haz la comprobación:

$$P(x) = 2x^5 - 6x^4 + 20x^2 - 38x + 12$$

$$\text{entre } Q(x) = x^3 - 5x + 3$$

**Solución:**

$$C(x) = 2x^2 - 6x + 10$$

$$R(x) = -16x^2 + 30x - 18$$

Hay que hacer la comprobación:

$$Q(x) \cdot C(x) + R(x) \text{ tiene que dar } P(x)$$

**49** Divide y haz la comprobación:

$$P(x) = 4x^6 - 12x^4 + 8x^3 + 9$$

$$\text{entre } Q(x) = 2x^3 - 5x + 1$$

**Solución:**

$$C(x) = 2x^3 - x + 3$$

$$R(x) = -5x^2 + 16x + 6$$

Hay que hacer la comprobación:

$$Q(x) \cdot C(x) + R(x) \text{ tiene que dar } P(x)$$

**50** Divide  $P(x) = 6x^6 - 13x^5 - 20x^3 + 50x^2 - 4$

$$\text{entre } Q(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$$

**Solución:**

$$C(x) = 3x^3 - 2x^2 - 3x - 16$$

$$R(x) = 4x^2 + 3x + 12$$

**51** Divide por Ruffini:

$$P(x) = x^4 - 6x^2 + 4x + 5$$

$$\text{entre } Q(x) = x + 2$$

**Solución:**

$$C(x) = x^3 - 2x^2 - 2x + 8$$

$$R = -11$$

**52** Divide por Ruffini:

$$P(x) = x^5 - 4x^3 + 5x^2 + 3$$

$$\text{entre } Q(x) = x - 1$$

**Solución:**

$$C(x) = x^4 + x^3 - 3x^2 + 2x + 2$$

$$R = 5$$

**53** Divide por Ruffini:

$$P(x) = x^6 - 4x^4 + 6x^3 + 1$$

$$\text{entre } Q(x) = x - 2$$

**Solución:**

$$C(x) = x^5 + 2x^4 + 6x^2 + 12x + 24$$

$$R = 49$$

## 4. Teorema del resto y del factor

**54** Calcula mentalmente el valor numérico del siguiente polinomio para los valores que se indican:

$$P(x) = 4x^7 - 5x^3 + 9x^2 - 6$$

a) Para  $x = 0$

b) Para  $x = 1$

**Solución:**

a)  $P(0) = -6$

b)  $P(1) = 2$

**55** Calcula el valor numérico del siguiente polinomio para los valores que se indican:

$$P(x) = x^5 - 2x^3 + 4x - 1$$

a) Para  $x = 2$

b) Para  $x = -1$

**Solución:**

a)  $P(2) = 23$

b)  $P(-1) = -4$

**56** Halla, sin hacer la división, el resto de dividir

$$P(x) = x^3 - 5x^2 + 7 \text{ entre } x - 3$$

**Solución:**

Se aplica el teorema del resto:

$$R = P(3) = -11$$

- 57** Halla, sin hacer la división, el resto de dividir  $P(x) = x^4 - 2x^3 + 7x - 3$  entre  $x + 2$

**Solución:**

Se aplica el teorema del resto:

$$R = P(-2) = 15$$

- 58** ¿Cuál de los números, 2 o -2, es raíz del polinomio  $P(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$ ?

**Solución:**

$$R = P(2) = 12 \Rightarrow \text{No es raíz.}$$

$$R = P(-2) = 0 \Rightarrow \text{Sí es raíz.}$$

- 59** Comprueba, sin hacer la división, que el polinomio  $P(x) = x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 6x - 9$  es divisible entre  $x - 3$

**Solución:**

Se aplica el teorema del factor:

$$R = P(3) = 0 \Rightarrow \text{Sí es divisible.}$$

- 60** Halla el valor de  $k$  para que el resto de la siguiente división sea 7:

$$(x^4 + kx^2 - 5x + 6) : (x + 1)$$

**Solución:**

Se aplica el teorema del resto:

$$P(-1) = 7 \Rightarrow k + 12 = 7 \Rightarrow k = -5$$

## Para ampliar

- 61** Halla el valor de  $a$ ,  $b$  y  $c$  para que los siguientes polinomios sean iguales:

$$P(x) = 6x^5 - bx^3 + 3x - 4$$

$$Q(x) = ax^5 + 3x - c$$

**Solución:**

$$a = 6, b = 0, c = 4$$

- 62** Halla el opuesto de los siguientes polinomios:

$$P(x) = 4x^5 - 6x^4 + 5x - 2$$

$$Q(x) = -3x^6 + x^4 - x^2 + 9x + 10$$

**Solución:**

$$P(x) = -4x^5 + 6x^4 - 5x + 2$$

$$Q(x) = 3x^6 - x^4 + x^2 - 9x - 10$$

- 63** Calcula mentalmente:

$$a) (2x/3 + 5)^0$$

$$b) (3x - 25)^1$$

$$c) (7x - 3/5)^1$$

$$d) (5x + 13)^0$$

**Solución:**

$$a) 1$$

$$b) 3x - 25$$

$$c) 7x - 3/5$$

$$d) 1$$

- 64** Factoriza:

$$a) 24x^3 - 18x^2$$

$$b) 2x^3 + 12x^2 + 18x$$

$$c) 9x^2 - 4$$

$$d) 5x^4 - 10x^3 + 5x^2$$

**Solución:**

$$a) 6x^2(4x - 3)$$

$$b) 2x(x + 3)^2$$

$$c) (3x + 2)(3x - 2)$$

$$d) 5x^2(x - 1)^2$$

- 65** Halla el valor de  $k$  para que el resto de la siguiente división sea 13:

$$(x^5 + kx^3 - 7x^2 + 4) : (x - 1)$$

**Solución:**

Se aplica el teorema del resto:

$$P(1) = 13 \Rightarrow k - 2 = 13 \Rightarrow k = 15$$

- 66** Halla el valor de  $k$  para que el polinomio:

$$P(x) = x^3 + 5x^2 + kx - 8$$

sea divisible entre  $x + 2$

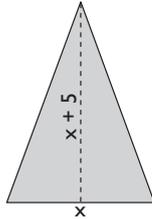
**Solución:**

Se aplica el teorema del factor:

$$P(-2) = 0 \Rightarrow 4 - 2k = 0 \Rightarrow k = 2$$

# Ejercicios y problemas

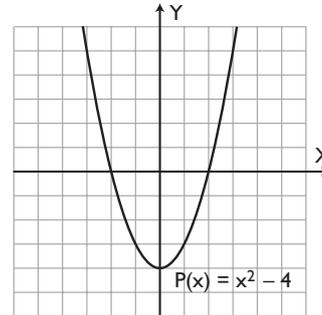
- 67** Halla el polinomio que da el área del siguiente triángulo:



**Solución:**

$$A(x) = \frac{x(x+5)}{2} = \frac{x^2}{2} + \frac{5x}{2}$$

- 68** Observa la gráfica y calcula las raíces del polinomio  $P(x) = x^2 - 4$



**Solución:**

$$x_1 = 2, x_2 = -2$$

## Problemas

- 69** Escribe en forma de polinomio, en una variable, cada uno de los enunciados siguientes:

- El cuadrado de un número, menos dicho número, más 5
- El cubo de un número, más el doble del cuadrado del número, menos el triple del número, más 4
- El área de un cuadrado de lado  $x$
- El área de un rombo en el que una diagonal es el doble de la otra.

**Solución:**

- $P(x) = x^2 - x + 5$
- $P(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + 4$
- $A(x) = x^2$
- $A(x) = x \cdot 2x/2 = x^2$

- 70** ¿Qué polinomio tenemos que sumar a

$$P(x) = 5x^3 - 9x + 8$$

para obtener el polinomio

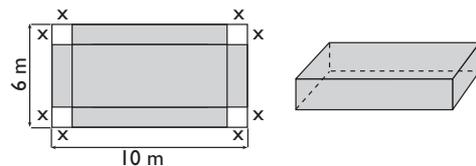
$$Q(x) = 2x^3 - 4x^2 + 5x + 1?$$

**Solución:**

$$Q(x) - P(x) = -3x^3 - 4x^2 + 14x - 7$$

- 71** Dada una caja sin tapa y su desarrollo, calcula en función de  $x$ :

- El área.
- El volumen.



**Solución:**

- $A(x) = (10 - 2x)(6 - 2x) + 2x(10 - 2x) + 2x(6 - 2x) = 60 - 4x^2$   
 $A(x) = 60 - 4x^2$
- $V(x) = (10 - 2x)(6 - 2x)x = 4x^3 - 32x^2 + 60x$

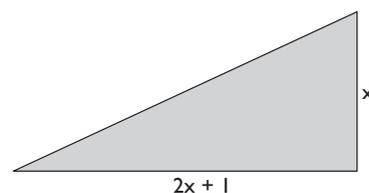
- 72** Halla el polinomio que da el área del siguiente rectángulo:



**Solución:**

$$A(x) = x(2x - 3) = 2x^2 - 3x$$

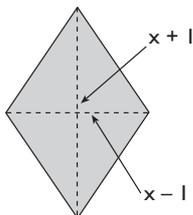
- 73** Halla el polinomio que da el área del siguiente triángulo rectángulo:



**Solución:**

$$A(x) = (2x + 1)x/2 = x^2 + x/2$$

- 74** Halla el polinomio que da el área del siguiente rombo:



**Solución:**

$$A(x) = (x + 1)(x - 1)/2 = x^2/2 - 1/2$$

- 75** Halla un polinomio tal que al dividirlo entre

$$x^3 - 3x + 1$$

se obtenga de cociente

$$2x^2 + 5x - 3$$

y de resto

$$5x^2 - 3x + 9$$

**Solución:**

$$\begin{aligned} (x^3 - 3x + 1)(2x^2 + 5x - 3) + 5x^2 - 3x + 9 &= \\ = 2x^5 + 5x^4 - 9x^3 - 8x^2 + 11x + 6 \end{aligned}$$

- 76** Halla el valor de **k** para que el resto de la siguiente división sea 5:

$$(x^3 + kx^2 - 4) : (x - 2)$$

**Solución:**

Se aplica el teorema del resto:

$$P(2) = 5 \Rightarrow 4k + 4 = 5 \Rightarrow k = 1/4$$

- 77** Halla el valor de **k** para que el polinomio

$$P(x) = x^4 - x^3 - 19x^2 + kx + 30$$

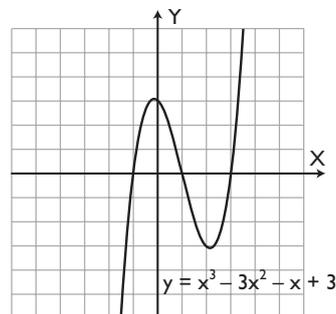
sea divisible entre  $x + 3$

**Solución:**

Se aplica el teorema del factor:

$$P(-3) = 0 \Rightarrow -3k - 33 = 0 \Rightarrow k = -11$$

- 78** Observa la gráfica y calcula las raíces del polinomio  $P(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$

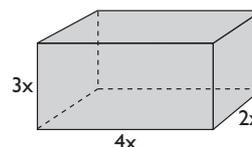


**Solución:**

$$x_1 = -1, x_2 = 1, x_3 = 3$$

### Para profundizar

- 79** Dado el siguiente paralelepípedo:



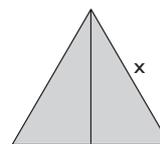
calcula en función de **x** el área y el volumen.

**Solución:**

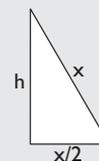
$$A(x) = 2 \cdot 4x \cdot 3x + 2 \cdot 4x \cdot 2x + 2 \cdot 3x \cdot 2x = 52x^2$$

$$V(x) = 4x \cdot 3x \cdot 2x = 24x^3$$

- 80** Halla el monomio que da el área de un triángulo equilátero en el que el lado mide **x**



**Solución:**

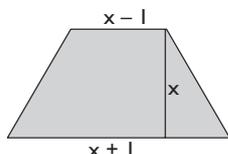


$$h = \sqrt{x^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{x^2 - \frac{x^2}{4}} = \sqrt{\frac{3x^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}x$$

$$A(x) = \frac{1}{2}x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}x = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2$$

# Ejercicios y problemas

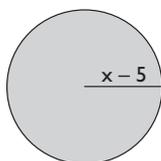
- 81** Halla el polinomio que da el área del siguiente trapecio:



**Solución:**

$$A(x) = \frac{x+1+x-1}{2} \cdot x = x^2$$

- 82** Halla el polinomio que da el área del siguiente círculo:



**Solución:**

$$A(x) = \pi(x-5)^2 = \pi x^2 - 10\pi x + 25\pi$$

- 83** Halla el valor de  $k$  para que el resto de la siguiente división sea 9:

$$(x^4 - x^3 - 13x^2 - x + k) : (x - 4)$$

**Solución:**

Se aplica el teorema del factor:

$$P(4) = 9 \Rightarrow k - 20 = 9 \Rightarrow k = 29$$

- 84** Halla el valor de  $k$  para que el polinomio  $P(x) = x^4 + 8x^3 + kx^2 - 8x - 15$  sea divisible entre  $x + 5$

**Solución:**

Se aplica el teorema del resto:

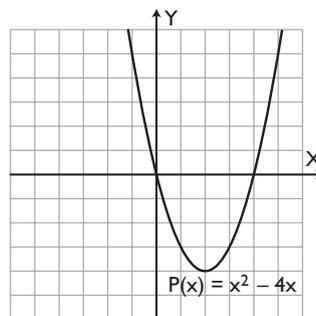
$$P(-5) = 0 \Rightarrow 25k - 350 = 0 \Rightarrow k = 14$$

- 85** ¿El polinomio  $x^2 + 25$  tiene alguna raíz real? Razona la respuesta.

**Solución:**

$x^2$  es siempre positivo o cero y al sumarle 25 es positivo, por tanto nunca se puede hacer cero. No tiene raíces reales.

- 86** Observa la gráfica y calcula las raíces del polinomio  $P(x) = x^2 - 4x$



**Solución:**

$$x_1 = 0, x_2 = 4$$

# Aplica tus competencias

- 87** Calcula el polinomio que define un movimiento uniformemente acelerado en el que:

$$a = 6 \text{ m/s}^2, v_0 = 8 \text{ m/s y } e_0 = 3 \text{ m}$$

**Solución:**

$$e(t) = 3t^2 + 8t + 3$$

- 88** Calcula el espacio que lleva recorrido cuando hayan pasado 5 s

**Solución:**

$$e(5) = 118 \text{ m}$$

- 89** Calcula el espacio que recorre entre el segundo 10 y el segundo 20

**Solución:**

$$e(20) - e(10) = 1363 - 383 = 980 \text{ m}$$

# Comprueba lo que sabes

- 1** Enuncia el teorema del resto y pon un ejemplo.

**Solución:**

El **resto** que se obtiene al dividir el polinomio  $P(x)$  entre el binomio  $x - a$  es el valor numérico del polinomio para  $x = a$

$$R = P(a)$$

**Ejemplo**

Halla, sin hacer la división, el resto de dividir  $P(x) = x^3 - 7x + 15$  entre  $x + 3$

$$R = P(-3) = (-3)^3 - 7 \cdot (-3) + 15 = \\ = -27 + 21 + 15 = 9$$

- 2** Ordena de forma decreciente de los grados el siguiente polinomio y calcula el grado, el coeficiente principal y el término independiente:

$$5x^3 - 6x^7 - 5x + 9$$

**Solución:**

$$-6x^7 + 5x^3 - 5x + 9$$

Grado: 7

Coficiente principal: -6

Término independiente: 9

- 3** Desarrolla mentalmente los apartados **a** y **b** y factoriza los apartados **c** y **d**:

a)  $(2x - 5)^2$                       b)  $(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$   
c)  $3x^3 + 12x^2 + 12x$         d)  $x^2 - 5$

**Solución:**

a)  $4x^2 - 20x + 25$               b)  $x^2 - 3$   
c)  $3x(x + 2)^2$                     d)  $(x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5})$

- 4** Multiplica los polinomios:

$$P(x) = 5x^3 - x^2 + 3$$

$$Q(x) = 3x^2 - 2x + 4$$

**Solución:**

$$15x^5 - 13x^4 + 22x^3 + 5x^2 - 6x + 12$$

- 5** Divide  $P(x) = 8x^5 - 16x^4 + 21x^2 - 19x + 10$  entre  $Q(x) = 2x^2 - 5x + 4$ . Haz la comprobación.

**Solución:**

$$C(x) = 4x^3 + 2x^2 - 3x - 1$$

$$R(x) = -12x + 14$$

Se comprueba que  $Q(x) \cdot C(x) + R(x) = P(x)$

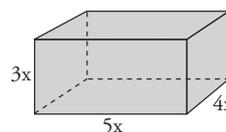
- 6** Divide por Ruffini  $P(x) = x^4 - 10x^2 + 12$  entre  $Q(x) = x + 3$

**Solución:**

$$C(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$$

$$R = 3$$

- 7** Dado el siguiente paralelepípedo:



calcula en función de **x**:

- a) El área.  
b) El volumen.

**Solución:**

a)  $A(x) = 2 \cdot 5x \cdot 4x + 2 \cdot 5x \cdot 3x + 2 \cdot 4x \cdot 3x = 94x^2$   
b)  $V(x) = 3x \cdot 4x \cdot 5x = 60x^3$

- 8** Halla el valor de **k** para que el resto de la siguiente división sea 5:

$$(x^3 + kx - 6) : (x - 2)$$

**Solución:**

Se aplica el teorema del resto, se tiene que verificar que  $P(2) = 5$

$$2^3 + 2k - 6 = 5$$

$$8 + 2k - 6 = 5$$

$$2k = 3$$

$$k = 3/2$$

## Paso a paso

---

**90** Multiplica los polinomios:

$$P(x) = 5x^3 - x^2 + 3 \text{ y } Q(x) = 3x^2 - 2x + 4$$

**Solución:**

Resuelto en el libro del alumnado.

**91** Desarrolla  $(5x + 3/7)^2$

**Solución:**

Resuelto en el libro del alumnado.

**92** Factoriza  $x^3 + 10x^2 + 25x$

**Solución:**

Resuelto en el libro del alumnado.

**93** Divide  $D(x) = 6x^5 - 30x^3 + 22x^2 + 27x - 11$   
entre  $d(x) = 2x^3 - 4x^2 + 6$

**Solución:**

Resuelto en el libro del alumnado.

**94** Calcula el valor numérico del polinomio:

$$P(x) = x^3 - 5x^2 + 17 \text{ para } x = 2$$

**Solución:**

Resuelto en el libro del alumnado.

**95** Halla las raíces del polinomio:

$$P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$$

**Solución:**

Resuelto en el libro del alumnado.

*Plantea el siguiente problema y resuélvelo con ayuda de DERIVE o Wiris:*

**96** Halla el valor de  $k$  para que el resto de la siguiente división sea 5

$$(x^3 + kx - 6) : (x - 2)$$

**Solución:**

Resuelto en el libro del alumnado.

**Practica****97** Desarrolla:

a)  $4x^3(2x + 3)^2$

b)  $(x + 3)(x - 3)(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$

**Solución:**

a)  $16x^5 + 48x^4 + 36x^3$       b)  $x^4 - 12x^2 + 27$

**98** Factoriza:

a)  $x^3 - 9x$

b)  $x^2 - 5$

**Solución:**

a)  $x(x + 3)(x - 3)$       b)  $(x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5})$

**99** Multiplica los polinomios:

$P(x) = 2x^3 - 3x + 5$

$Q(x) = 3x^2 + x - 4$

**Solución:**

$6x^5 + 2x^4 - 17x^3 + 12x^2 + 17x - 20$

**100** Divide y haz la comprobación:

$P(x) = 2x^5 - 8x^4 + 12x^2 + 18$

entre  $Q(x) = x^2 - 3x - 1$

**Solución:**

$C(x) = 2x^3 - 2x^2 - 4x - 2$

$R(x) = -10x + 16$

Se comprueba que  $C(x) \cdot Q(x) + R(x) = P(x)$

**101** Divide

$D(x) = 6x^3 - 13x + 5$

entre  $d(x) = x + 2$

**Solución:**

$C(x) = 6x^2 - 12x + 11$

$R = -17$

**102** Halla, sin hacer la división, el resto de dividir

$P(x) = x^3 - 6x^2 + 5$  entre  $x - 2$

**Solución:**

Se aplica el teorema del resto:

$R = P(2) = -11$

**103** Halla las raíces del polinomio:

$P(x) = x^3 + 7x^2 - 4x - 28$

**Solución:**

$x_1 = -7, x_2 = -2, x_3 = 2$

*Plantea los siguientes problemas y resuélvelos con ayuda de DERIVE o Wiris:***104** Halla el valor de **k** para que el resto de la siguiente división sea 5:

$(x^3 + kx^2 - 4) : (x + 3)$

**Solución:**

Se aplica el teorema del resto:

$P(-3) = 5 \Rightarrow 9k - 31 = 5 \Rightarrow k = 4$

**105** Comprueba, sin hacer la división, que el polinomio

$P(x) = x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 6x - 9$

es divisible entre  $x - 3$ **Solución:**

Se aplica el teorema del factor:

$R = P(3) = 0 \Rightarrow$  Sí es divisible.

**106** **Internet.** Abre la web: [www.editorial-bruno.es](http://www.editorial-bruno.es) y elige **Matemáticas, curso y tema.**