

7

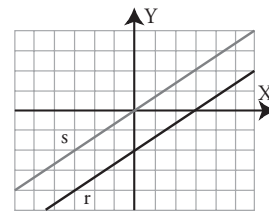
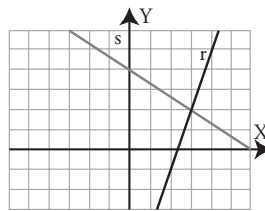
Sistemas de ecuaciones lineales



1. Sistemas lineales. Resolución gráfica

PIENSA Y CALCULA

- a) ¿En qué punto se cortan la gráfica roja y la azul del dibujo de la izquierda?
- b) ¿Tienen algún punto en común las rectas de la derecha? ¿Cómo son estas rectas?



Solución:

a) P(3, 2)

b) No. Son paralelas.

APLICA LA TEORÍA

- 1** Comprueba que $x = 2, y = -3$ es solución del siguiente sistema:

$$\begin{cases} 3x - y = 9 \\ 5x + 2y = 4 \end{cases}$$

Solución:

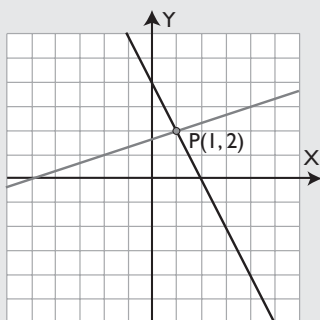
$$3 \cdot 2 - (-3) = 6 + 3 = 9$$

$$5 \cdot 2 + 2 \cdot (-3) = 10 - 6 = 4$$

- 2** Resuelve gráficamente el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x - 3y = -5 \end{cases}$$

Solución:



$$x = 1, y = 2$$

- 3** Aplica el criterio que relaciona los coeficientes del siguiente sistema para hallar cuántas soluciones tiene, haz la interpretación gráfica, clasifícalo y resuélvelo gráficamente:

$$\begin{cases} -2x + y = -1 \\ 4x - 2y = 2 \end{cases}$$

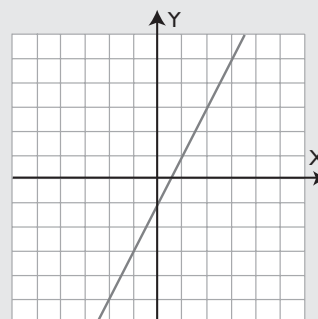
Solución:

$$\text{Criterio: } \frac{-2}{4} = \frac{1}{-2} = \frac{-1}{2}$$

Tiene infinitas soluciones.

Son rectas coincidentes.

Sistema compatible indeterminado.



Soluciones:

$$x_1 = 1, y_1 = 1; x_2 = 2, y_2 = 3; x_3 = 3, y_3 = 5, \dots$$

- 4 Aplica el criterio que relaciona los coeficientes del siguiente sistema para hallar cuántas soluciones tiene, haz la interpretación gráfica, clasifícalo y resuélvelo gráficamente:

$$\left. \begin{array}{l} x - 3y = -7 \\ 3x + 2y = 1 \end{array} \right\}$$

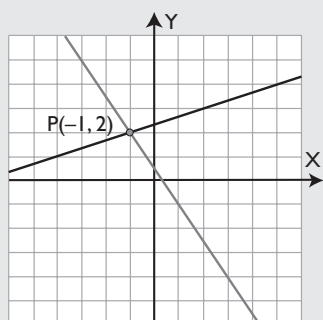
Solución:

Criterio: $\frac{1}{3} \neq \frac{-3}{2}$

Tiene una solución.

Son rectas secantes.

Sistema compatible determinado.



$x = -1, y = 2$

- 5 Aplica el criterio que relaciona los coeficientes del siguiente sistema para hallar cuántas soluciones tiene. Haz la interpretación gráfica, clasifícalo y resuélvelo gráficamente:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + y = 5 \\ 6x + 3y = 3 \end{array} \right\}$$

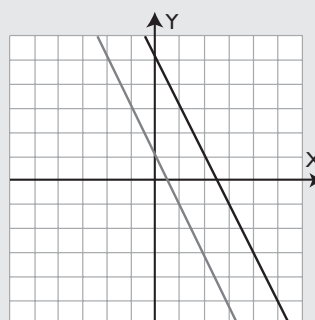
Solución:

Criterio: $\frac{2}{6} = \frac{1}{3} \neq \frac{5}{3}$

No tiene solución.

Son rectas paralelas.

Sistema incompatible.



- 6 Escribe un sistema que tenga como solución $x = 2, y = 3$

Solución:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 5 \\ x - y = -1 \end{array} \right\}$$

2. Métodos de sustitución e igualación

PIENSA Y CALCULA

Resuelve mentalmente el siguiente sistema sustituyendo el valor de y de la primera ecuación en la segunda:

$$\left. \begin{array}{l} y = 2x \\ x + y = 150 \end{array} \right\}$$



Solución:

$$x + 2x = 150 \Rightarrow 3x = 150 \Rightarrow x = 50$$

$$y = 2x \Rightarrow y = 2 \cdot 50 = 100$$

7 Resuelve por sustitución el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x - 4y = 10 \end{cases}$$

Solución:

Se despeja **y** de la primera ecuación y se sustituye en la segunda.

$$x = 2, y = -1$$

8 Resuelve el siguiente sistema por igualación:

$$\begin{cases} 3x - y = 7 \\ 2x + y = 13 \end{cases}$$

Solución:

Se despeja **y** de las dos ecuaciones.

$$x = 4, y = 5$$

9 Resuelve por sustitución el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ x - 5y = -7 \end{cases}$$

Solución:

Se despeja **x** de la segunda ecuación y se sustituye en la primera.

$$x = 3, y = 2$$

10 Resuelve por igualación el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ x + 6y = -1 \end{cases}$$

Solución:

Se despeja **x** de las dos ecuaciones.

$$x = 1/2, y = -1/4$$

11 Resuelve el siguiente sistema por sustitución:

$$\begin{cases} \frac{x}{2} + 3y = 11 \\ 2x - \frac{y}{3} = 7 \end{cases}$$

Solución:

Se eliminan los denominadores:

$$\begin{cases} x + 6y = 22 \\ 6x - y = 21 \end{cases}$$

Se despeja **x** de la primera ecuación y se sustituye en la segunda.

$$x = 4, y = 3$$

12 Resuelve el siguiente sistema por igualación:

$$\begin{cases} 0,5x + y = 1 \\ 0,25x - y = -0,25 \end{cases}$$

Solución:

Se despeja **y** de las dos ecuaciones.

$$x = 1, y = 0,5$$

3. Reducción y qué método utilizar

Suma mentalmente las dos ecuaciones del sistema y halla el valor de x
Sustituye mentalmente este valor en la primera ecuación y halla el valor de y

$$\left. \begin{array}{l} 5x + 2y = 12 \\ 3x - 2y = 4 \end{array} \right\}$$

Solución:

$$\begin{aligned} 8x &= 16 \Rightarrow x = 2 \\ 5 \cdot 2 + 2y &= 12 \Rightarrow y = 1 \end{aligned}$$

APLICA LA TEORÍA

13 Resuelve el siguiente sistema por reducción:

$$\left. \begin{array}{l} 3x + 2y = 7 \\ 5x - 2y = 1 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se suman las dos ecuaciones.
 $x = 1, y = 2$

14 Resuelve el siguiente sistema por reducción:

$$\left. \begin{array}{l} 3x - 2y = 8 \\ 3x + 7y = -1 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se cambia de signo la primera ecuación y se suman.
 $x = 2, y = -1$

15 Resuelve el siguiente sistema por reducción:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 5 \\ 6x + 5y = 3 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se multiplica la primera ecuación por 3 y se le resta la segunda.
 $x = -2, y = 3$

16 Resuelve el siguiente sistema por reducción:

$$\left. \begin{array}{l} 3x - 2y = 13 \\ 4x + 5y = 2 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se multiplica la primera ecuación por 5 y la segunda por 2 y se suman.
 $x = 3, y = -2$

17 Resuelve el siguiente sistema por el método más sencillo:

$$\left. \begin{array}{l} y = 4x - 1 \\ 2x + 3y = 25 \end{array} \right\}$$

Solución:

Por sustitución.
 $x = 2, y = 7$

18 Resuelve por el método más sencillo el siguiente sistema:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 7 \\ 4x - 3y = -4 \end{array} \right\}$$

Solución:

Por reducción, se suman las dos ecuaciones.
 $x = 1/2, y = 2$

19 Resuelve el siguiente sistema por el método más sencillo:

$$\left. \begin{array}{l} x = 2y - 1 \\ x = 3y - 6 \end{array} \right\}$$

Solución:

Por igualación.
 $x = 9, y = 5$

4. Problemas de sistemas

PIENSA Y CALCULA



$$2 \text{ CD} + 1 \text{ cinta de vídeo} = 9 \text{ €}$$



$$2 \text{ CD} - 1 \text{ cinta de vídeo} = 1 \text{ €}$$

En el dibujo de la izquierda está planteado un sistema correspondiente a dos ecuaciones con dos incógnitas.

- Suma las dos ecuaciones y halla el valor de un CD.
- Observando la primera ecuación y sabiendo el valor de un CD, calcula el valor de una cinta de vídeo.

Solución:

a) $2 \text{ CD} = 10 \text{ €} \Rightarrow 1 \text{ CD} = 5 \text{ €}$

b) $1 \text{ cinta de vídeo} = 4 \text{ €}$

APLICA LA TEORÍA

- 20** Halla dos números sabiendo que uno es el doble del otro y que entre los dos suman 51

Solución:

Primer número: x

Segundo número: y

$$\left. \begin{array}{l} y = 2x \\ x + y = 51 \end{array} \right\} \\ x = 17, y = 34$$

- 21** En un garaje hay 18 vehículos entre coches y motos. Sin contar las ruedas de repuesto hay 58 ruedas. ¿Cuántas motos y coches hay?

Solución:

Número de coches: x

Número de motos: y

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 18 \\ 4x + 2y = 58 \end{array} \right\}$$

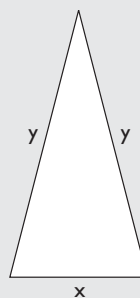
Coches: $x = 11$, motos: $y = 7$

- 22** El perímetro de un triángulo isósceles mide 65 m, y cada uno de los lados iguales mide el doble del lado desigual. ¿Cuánto mide cada lado?

Solución:

Medida del lado desigual: x

Medida de cada uno de los lados iguales: y



$$\left. \begin{array}{l} x + 2y = 65 \\ y = 2x \end{array} \right\}$$

Lado desigual: $x = 13 \text{ m}$

Cada lado igual: $y = 26 \text{ m}$

23 El doble de un número más el triple de otro número es igual a 80, y el quintuplo del primero menos la mitad del segundo es igual a 56. ¿De qué números se trata?

Solución:

Primer número: x
 Segundo número: y

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 80 \\ 5x - y/2 = 56 \end{array} \right\}$$

 $x = 13, y = 18$

24 Los alumnos de un centro van a ir al teatro. El precio de una entrada sin descuento es de 4,5 € y con descuento especial para colegios es de 1,5 €. Se sacan 250 entradas, unas con descuento y otras sin descuento, y en total se pagan 675 €. ¿Cuántas entradas se han comprado con descuento? ¿Y sin descuento?

Solución:

Número de entradas sin descuento: x
 Número de entradas con descuento: y

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 250 \\ 4,5x + 1,5y = 675 \end{array} \right\}$$

 Entradas sin descuento: $x = 100$ entradas.
 Entradas con descuento: $y = 150$ entradas.

25 Tres cintas de vídeo y 2 CD cuestan 12 €; 4 cintas de vídeo y 4 CD cuestan 18 €. Calcula cuánto cuestan cada cinta de vídeo y cada CD.

Solución:

Precio de la cinta de vídeo: x
 Precio del CD: y

$$\left. \begin{array}{l} 3x + 2y = 12 \\ 4x + 4y = 18 \end{array} \right\}$$

 Cada cinta de vídeo: $x = 3$ €
 Cada CD: $y = 1,5$ €

26 Halla la ecuación de la recta $ax + by = 2$ sabiendo que pasa por los puntos $A(1, 2)$ y $B(3, 7)$

Solución:

$$\left. \begin{array}{l} a + 2b = 2 \\ 3a + 7b = 2 \end{array} \right\}$$

 $a = 10, b = -4$
 La recta es: $10x - 4y = 2 \Rightarrow 5x - 2y = 1$

Ejercicios y problemas

1. Sistemas lineales. Resolución gráfica

27 Comprueba que $x = -1, y = 5$ es solución del siguiente sistema:

$$\begin{cases} -3x + 2y = 13 \\ 4x + y = 1 \end{cases}$$

Solución:

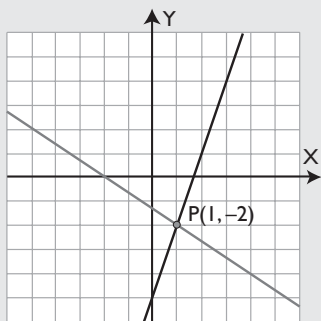
$$-3 \cdot (-1) + 2 \cdot 5 = 3 + 10 = 13$$

$$4 \cdot (-1) + 5 = -4 + 5 = 1$$

Resuelve gráficamente los siguientes sistemas:

28 $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ 2x + 3y = -4 \end{cases}$

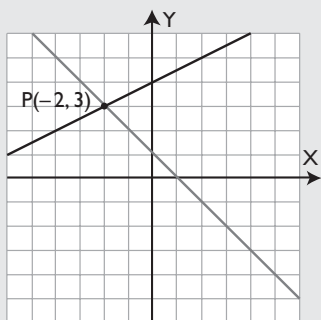
Solución:



$$x = 1, y = -2$$

29 $\begin{cases} x + y = 1 \\ x - 2y = -8 \end{cases}$

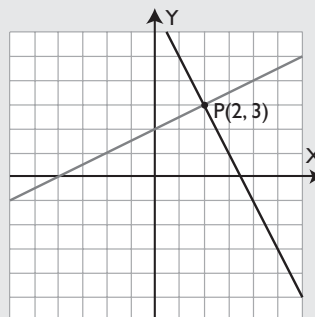
Solución:



$$x = -2, y = 3$$

30 $\begin{cases} x - 2y = -4 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$

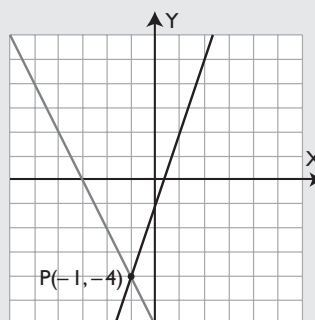
Solución:



$$x = 2, y = 3$$

31 $\begin{cases} 2x + y = -6 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$

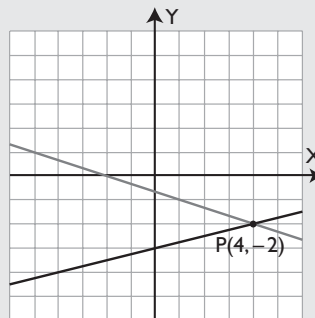
Solución:



$$x = -1, y = -4$$

32 $\begin{cases} x - 4y = 12 \\ x + 3y = -2 \end{cases}$

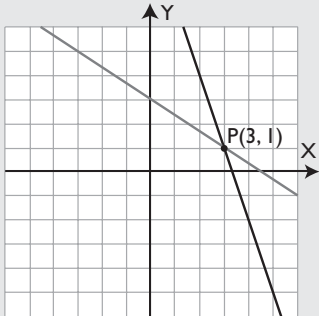
Solución:



$$x = 4, y = -2$$

$$\begin{cases} 33 & 3x + y = 10 \\ & 2x + 3y = 9 \end{cases}$$

Solución:



$$x = 3, y = 1$$

Aplica el criterio que relaciona los coeficientes de los siguientes sistemas para hallar cuántas soluciones tiene, haz la interpretación gráfica, clasifícalo y resuélvelo gráficamente:

$$\begin{cases} 34 & 2x + y = 1 \\ & 2x + y = -1 \end{cases}$$

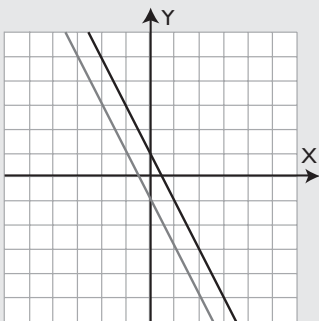
Solución:

$$\text{Criterio: } \frac{2}{2} = \frac{1}{1} \neq \frac{1}{-1}$$

No tiene solución.

Son rectas paralelas.

Sistema incompatible.



$$\begin{cases} 35 & x + 2y = 3 \\ & 2x + 4y = 6 \end{cases}$$

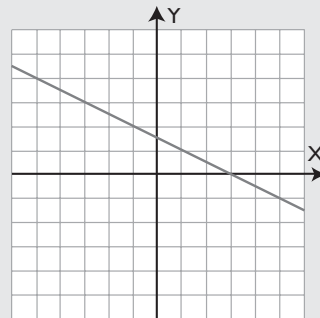
Solución:

$$\text{Criterio: } \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$$

Tiene infinitas soluciones.

Son rectas coincidentes.

Sistema compatible indeterminado.



$$x_1 = -1, y_1 = 2; x_2 = 3, y_2 = 0; x_3 = 5, y_3 = -1 \dots$$

$$\begin{cases} 36 & 3x - y = -5 \\ & x + 2y = -4 \end{cases}$$

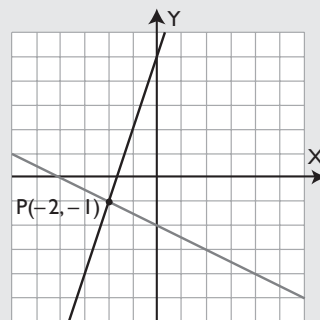
Solución:

$$\text{Criterio: } \frac{3}{1} \neq \frac{-1}{2}$$

Tiene una solución.

Son rectas secantes.

Sistema compatible determinado.



$$x = -2, y = -1$$

Ejercicios y problemas

$$37 \quad \begin{cases} x + 3y = 7 \\ 3x + 9y = -5 \end{cases}$$

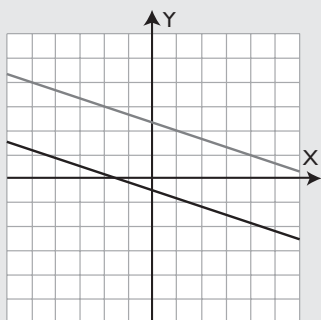
Solución:

Criterio: $\frac{1}{3} = \frac{3}{9} \neq \frac{7}{-5}$

No tiene solución.

Son rectas paralelas.

Sistema incompatible.



$$38 \quad \begin{cases} -2x + y = -1 \\ 4x - 2y = 2 \end{cases}$$

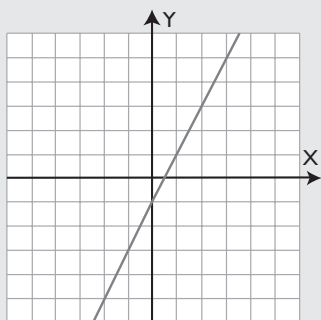
Solución:

Criterio: $\frac{-2}{4} = \frac{1}{-2} = \frac{-1}{2}$

Tiene infinitas soluciones.

Son rectas coincidentes.

Sistema compatible indeterminado.



Soluciones, $x_1 = 0, y_1 = -1; x_2 = 1, y_2 = 1;$
 $x_3 = 2, y_3 = 3, \dots$

$$39 \quad \begin{cases} 2x - y = 9 \\ 3x - 5y = 10 \end{cases}$$

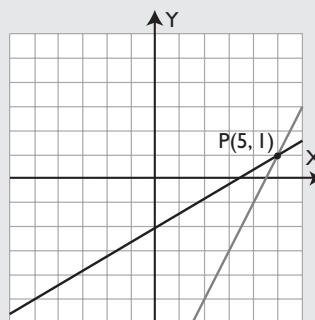
Solución:

Criterio: $\frac{2}{3} \neq \frac{-1}{-5}$

Tiene una solución.

Son rectas secantes.

Sistema compatible determinado.



$x = 5, y = 1$

40 Escribe un sistema que tenga como solución:

$x = -1, y = 2$

Solución:

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ -x + y = 3 \end{cases}$$

2. Métodos de sustitución e igualación

Resuelve por el método más sencillo, sustitución o igualación, los siguientes sistemas:

$$41 \quad \begin{cases} x + 2y = 0 \\ 3x + 7y = 1 \end{cases}$$

Solución:

Se aplica el método de sustitución. Se despeja x de la primera ecuación y se sustituye en la segunda.

$x = -2, y = 1$

$$42 \quad \begin{cases} 7x + 2y = 4 \\ 5x + y = 1 \end{cases}$$

Solución:

Se aplica el método de sustitución. Se despeja y de la segunda ecuación y se sustituye en la primera.

$x = -2/3, y = 13/3$

$$43 \quad \left. \begin{array}{l} 3x - y = 5 \\ 2x + y = 1 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se aplica el método de igualación.
Se despeja **y** de las dos ecuaciones.
 $x = 6/5, y = -7/5$

$$44 \quad \left. \begin{array}{l} x - 3y = -8 \\ x + 2y = 17 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se aplica el método de igualación.
Se despeja **x** de las dos ecuaciones.
 $x = 7, y = 5$

$$45 \quad \left. \begin{array}{l} 2x - 3y = 1 \\ 3x + y = 7 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se aplica el método de sustitución.
Se despeja **y** de la 2ª ecuación y se sustituye en la 1ª
 $x = 2, y = 1$

$$46 \quad \left. \begin{array}{l} y = -2x + 3 \\ y = 5x - 4 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se aplica el método de igualación.
Se igualan los valores de **y**
 $x = 1, y = 1$

$$47 \quad \left. \begin{array}{l} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 5 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{4} = 1 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se eliminan denominadores.
 $2x + 3y = 30$
 $2x - y = 4$
Se aplica el método de sustitución.
Se despeja **y** de la segunda ecuación y se sustituye en la primera.
 $x = 21/4, y = 13/2$

$$48 \quad \left. \begin{array}{l} x + 0,75y = 3 \\ x - 0,5y = 5 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se aplica el método de igualación.
Se despeja **x** de las dos ecuaciones.
 $x = 4,2; y = -1,6$

3. Reducción y qué método utilizar

Resuelve por el método más sencillo los siguientes sistemas:

$$49 \quad \left. \begin{array}{l} 3x + 2y = 17 \\ -3x + 5y = 11 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se aplica el método de reducción.
Se suman las dos ecuaciones.
 $x = 3, y = 4$

$$50 \quad \left. \begin{array}{l} 2x + y = 3 \\ 3x - 4y = 10 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se aplica el método de sustitución.
Se despeja **y** de la 1ª ecuación y se sustituye por la 2ª
 $x = 2; y = -1$

$$51 \quad \left. \begin{array}{l} 4x - 5y = 22 \\ 3x - 5y = 19 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se aplica el método de reducción.
Se cambia de signo la segunda ecuación y se suman.
 $x = 3, y = -2$

$$52 \quad \left. \begin{array}{l} x = 2y + 3 \\ 3x + 4y = 5 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se aplica el método de sustitución.
Se sustituye el valor de la **x** de la 1ª ecuación en la 2ª
 $x = 11/5, y = -2/5$

Ejercicios y problemas

$$\begin{cases} 53 & 3x - 4y = 3 \\ & 5x + 6y = 5 \end{cases}$$

Solución:

Se aplica el método de reducción.

$$\text{m.c.m.}(4, 6) = 12$$

Se multiplica la 1ª ecuación por 3 y la 2ª por 2 y se suman.

$$x = 1, y = 0$$

$$\begin{cases} 54 & y = 3x + 1 \\ & y = 4x - 2 \end{cases}$$

Solución:

Se aplica el método de igualación.

Se igualan los valores de y de las dos ecuaciones.

$$x = 3, y = 10$$

$$\begin{cases} 55 & 2x - 3y = 9 \\ & 5x + 4y = 11 \end{cases}$$

Solución:

Se aplica el método de reducción.

Se multiplica la 1ª ecuación por 4 y la 2ª por 3 y se suman.

$$x = 3, y = -1$$

$$\begin{cases} 56 & y = 2x + 8 \\ & y = -x - 1 \end{cases}$$

Solución:

Se aplica el método de igualación.

Se igualan los valores y

$$x = -3, y = 2$$

4. Problemas de sistemas

- 57 Halla dos números sabiendo que uno es el cuádruplo del otro y que entre los dos suman 55

Solución:

Primer número: x

Segundo número: y

$$\begin{cases} y = 4x \\ x + y = 55 \end{cases}$$

$$x = 11, y = 44$$

- 58 Dos hogazas de pan y 8 barras pesan 6 kg y 12 barras y una hogaza pesan 4 kg. ¿Cuánto pesa cada barra de pan y cada hogaza?

Solución:

Peso de la hogaza: x

Peso de la barra: y

$$\begin{cases} 2x + 8y = 6 \\ x + 12y = 4 \end{cases}$$

Peso hogaza: $x = 2,5$ kg

Peso de la barra: $y = 0,125$ kg = 125 g

- 59 El triple de un número menos el doble de otro número es igual a 45 y el doble del primero menos la cuarta parte del segundo es igual a 43. ¿De qué números se trata?

Solución:

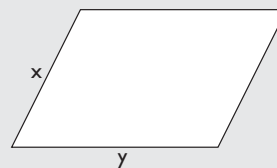
Primer número: x

Segundo número: y

$$\begin{cases} 3x - 2y = 45 \\ 2x - y/4 = 43 \end{cases}$$

$$x = 23, y = 12$$

- 60 El perímetro de un romboide mide 42 m y un lado mide 7 metros más que el otro. ¿Cuánto mide cada lado?

Solución:

Lado menor: x

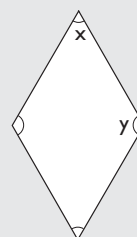
Lado mayor: y

$$2x + 2y = 42$$

$$y = x + 7$$

$$x = 7 \text{ m}, y = 14 \text{ m}$$

- 61 Un ángulo de un rombo mide el doble que el otro. ¿Cuánto mide cada ángulo?

Solución:

Ángulo menor: x

Ángulo mayor: y

$$y = 2x$$

$$x + y = 180$$

$$x = 60^\circ, y = 120^\circ$$

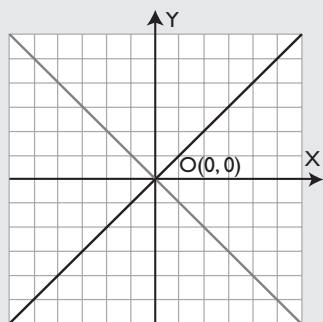
Para ampliar

62 Resuelve gráficamente los sistemas:

$$\begin{array}{l} \text{a) } \left. \begin{array}{l} x + y = 0 \\ x - y = 0 \end{array} \right\} \quad \text{b) } \left. \begin{array}{l} 2x - y = 0 \\ x - 2y = 0 \end{array} \right\} \end{array}$$

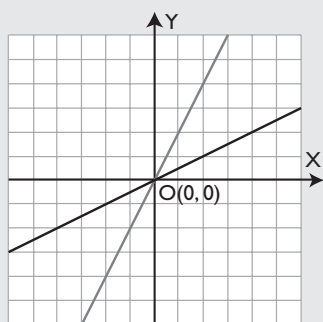
Solución:

a)



$$x = 0, y = 0$$

b)



$$x = 0, y = 0$$

Resuelve por el método más sencillo los siguientes sistemas:

$$\mathbf{63} \left. \begin{array}{l} 3x + 2y = 2 \\ 5x - 4y = 40 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se aplica el método de reducción.

Se multiplica la 1ª ecuación por 2 y se suman.

$$x = 4, y = -5$$

$$\mathbf{64} \left. \begin{array}{l} x + y = 16 \\ x + 1 = y - 1 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se aplica el método de igualación. Se despeja x o y de las dos ecuaciones y se igualan sus valores.

$$x = 7, y = 9$$

$$\mathbf{65} \left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 12 \\ 3x - 2y = 5 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se aplica el método de reducción. Se multiplica la 1ª ecuación por 2, la 2ª por 3 y se suman.

$$x = 3, y = 2$$

$$\mathbf{66} \left. \begin{array}{l} 3x - 5y = 4 \\ 2x + y = 7 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se aplica el método de sustitución.

Se despeja y de la 2ª ecuación y se sustituye en la 1ª

$$x = 3, y = 1$$

$$\mathbf{67} \left. \begin{array}{l} x = y - 7 \\ x + 2y = 5 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se aplica el método de sustitución. Se sustituye el valor de la x de la 1ª ecuación en la 2ª

$$x = -3, y = 4$$

$$\mathbf{68} \left. \begin{array}{l} 5x + 3y = 11 \\ 3x + 5y = 13 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se aplica el método de reducción. Se multiplica la 1ª ecuación por 5, la 2ª por -3 y se suman.

$$x = 1, y = 2$$

$$\mathbf{69} \left. \begin{array}{l} \frac{x}{3} = \frac{y}{4} \\ 2x + 3y = 9 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se eliminan los denominadores.

$$\left. \begin{array}{l} 4x = 3y \\ 2x + 3y = 9 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 4x - 3y = 0 \\ 2x + 3y = 9 \end{array} \right\}$$

Se aplica el método de reducción. Se suman las ecuaciones.

$$x = 3/2, y = 2$$

Ejercicios y problemas

$$\begin{cases} 70 \quad \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3 \\ 5x + 2y = 4x + 10 \end{cases}$$

Solución:

Se eliminan los denominadores y se simplifica.

$$\begin{cases} 3x + 2y = 18 \\ x + 2y = 10 \end{cases}$$

Se aplica el método de reducción. Se le resta a la 1ª ecuación la 2ª

$$x = 4, y = 3$$

$$\begin{cases} 71 \quad \frac{x + 2y}{5} = 3 \\ 2x + 5y - 8 = 4(y + 1) \end{cases}$$

Solución:

Se eliminan los denominadores, paréntesis y se simplifica.

$$\begin{cases} x + 2y = 15 \\ 2x + y = 12 \end{cases}$$

Se aplica el método de reducción. Se multiplica por -2 la 2ª ecuación y se suman.

$$x = 3, y = 6$$

$$\begin{cases} 72 \quad 0,25x + 0,5y = 2 \\ 0,75x - 0,5y = 5 \end{cases}$$

Solución:

Se aplica el método de reducción. Se suman las ecuaciones

$$x = 7, y = 0,5$$

73 Escribe un sistema que tenga la solución:

$$x = 3, y = -1$$

Solución:

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

74 Calcula el valor de k para que $x = 2, y = 1$ sea solución del sistema:

$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ kx - y = 9 \end{cases}$$

Solución:

$$2 + 2 \cdot 1 = 2 + 2 = 4$$

$$2k - 1 = 9 \Rightarrow k = 5$$

75 Calcula dos números sabiendo que suman 92 y que su diferencia es 22

Solución:

Primer número: x

Segundo número: y

$$\begin{cases} x + y = 92 \\ x - y = 22 \end{cases}$$

$$x = 57, y = 35$$

76 Para una fiesta se compran refrescos a 0,85 € y bolsas de frutos secos a 1,25 €. Por cada refresco se compran tres bolsas de frutos secos y en total se pagan 230 €. ¿Cuántos refrescos y bolsas se han comprado?

Solución:

Nº de refrescos: x

Nº de bolsas de frutos secos: y

$$\begin{cases} 0,85x + 1,25y = 230 \\ y = 3x \end{cases}$$

Nº de refrescos: $x = 50$

Nº de bolsas de frutos secos: $y = 150$

77 Halla dos números cuya suma sea 12 y el primero más el doble del segundo sea igual a 19

Solución:

Primer número: x

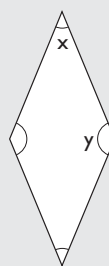
Segundo número: y

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ x + 2y = 19 \end{cases}$$

$$x = 5, y = 7$$

78 Un ángulo de un rombo mide el triple que el otro. ¿Cuánto mide cada ángulo?

Solución:



Ángulo menor: x

Ángulo mayor: y

$$\begin{cases} y = 3x \\ x + y = 180 \end{cases}$$

$$x = 45^\circ, y = 135^\circ$$

- 79** Halla la edad de un padre y la de su hijo sabiendo que la edad del padre es el triple de la del hijo y la diferencia de las edades es de 28 años.

Solución:

Edad del hijo: x
 Edad del padre: y
 $y = 3x$
 $y - x = 28$ }
 Edad del hijo: $x = 14$ años.
 Edad del padre: $y = 42$ años.

- 80** Halla los lados de un rectángulo sabiendo que el perímetro mide 130 m y que la base es $\frac{3}{2}$ de la altura.

Solución:



Base: x
 Altura: y
 $2x + 2y = 130$ }
 $x = \frac{3y}{2}$ }
 Base: $x = 39$ m
 Altura: $y = 26$ m

- 81** Un pantalón y una camisa cuestan 60 € y he pagado por ellos 52,8 €. Si en el pantalón me han hecho el 10% de descuento y en la camisa, el 15%, ¿cuánto costaba cada prenda?

Solución:

Precio del pantalón: x
 Precio de la camisa: y
 $x + y = 60$ }
 $0,9x + 0,85y = 52,8$ }
 Coste del pantalón: $x = 36$ €
 Coste de la camisa: $y = 24$ €

Problemas

- 82** Se mezcla café de calidad extra de 12 €/kg con café normal de 7 €/kg para obtener una mezcla de 40 kg a 9 €/kg. ¿Cuántos kilos hemos mezclado de cada clase?

Solución:

	Café extra	Café normal	Mezcla
Precio (€/kg)	12	7	9
Peso (kg)	x	y	40

$x + y = 40$ }
 $12x + 7y = 40 \cdot 9$ }
 Café extra de 12 €/kg: $x = 16$ kg
 Café de 7 €/kg: $y = 24$ kg

- 83** Halla la ecuación de la recta $y = ax + b$ sabiendo que pasa por los puntos $A(1, 5)$ y $B(-1, 1)$

Solución:

$a + b = 5$ }
 $-a + b = 1$ }
 $a = 2, b = 3$
 La recta es: $y = 2x + 3$

- 84** José ha comprado en el mercado 3 kg de manzanas y 2 kg de higos y ha pagado 14 €. Sabiendo que el kilo de higos cuesta el doble que el de manzanas, halla el precio del kilo de manzanas y del kilo de higos.

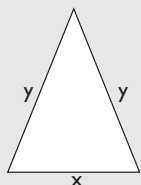
Solución:

Precio del kilo de manzanas: x
 Precio del kilo de higos: y
 $3x + 2y = 14$ }
 $y = 2x$ }
 Precio del kilo de manzanas: $x = 2$ €
 Precio del kilo de higos: $y = 4$ €

Ejercicios y problemas

- 85** El perímetro de un triángulo isósceles mide 27,5 m y cada uno de los lados iguales mide 2,5 m más que el desigual. ¿Cuánto mide cada lado?

Solución:



Medida del lado desigual: x
 Medida de cada uno de los lados iguales: y

$$\left. \begin{aligned} x + 2y &= 27,5 \\ y &= x + 2,5 \end{aligned} \right\}$$

Medida del lado desigual: $x = 7,5$ m

Medida de cada uno de los lados iguales: $y = 10$ m

- 86** Por una camisa y un pantalón se han pagado 120 €, y por dos camisas y tres pantalones se han pagado 312 €. ¿Cuánto cuestan cada camisa y cada pantalón?

Solución:

Coste de una camisa: x

Coste de un pantalón: y

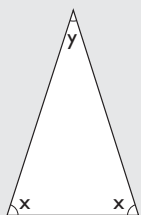
$$\left. \begin{aligned} x + y &= 120 \\ 2x + 3y &= 312 \end{aligned} \right\}$$

Coste de una camisa: $x = 48$ €

Coste de un pantalón: $y = 72$ €

- 87** El ángulo desigual de un triángulo isósceles mide la mitad de cada uno de los iguales. ¿Cuánto mide cada uno de los ángulos?

Solución:



Ángulo igual: x
 Cada ángulo desigual: y

$$\left. \begin{aligned} y &= x/2 \\ 2x + y &= 180 \end{aligned} \right\}$$

Cada uno de los ángulos iguales:
 $x = 72^\circ$
 El ángulo desigual: $y = 36^\circ$

- 88** Pedro y María van a comprar cuadernos y bolígrafos. Pedro paga 30 € por 5 cuadernos y 6 bolígrafos, y María paga 34 € por 7 cuadernos y 2 bolígrafos. ¿Cuánto cuestan cada cuaderno y cada bolígrafo?

Solución:

Precio de un cuaderno: x

Precio de un bolígrafo: y

$$\left. \begin{aligned} 5x + 6y &= 30 \\ 7x + 2y &= 34 \end{aligned} \right\}$$

Precio de un cuaderno: $x = 4,5$ €

Precio de un bolígrafo: $y = 1,25$ €

- 89** Una fábrica hace bicicletas del tipo A, que llevan 1 kg de acero y 3 kg de aluminio, y otras del tipo B, que llevan 2 kg de acero y 2 kg de aluminio. Si la empresa tiene 240 kg de acero y 360 kg de aluminio, ¿cuántas bicicletas puede construir de cada modelo?

Solución:

Bicicletas del tipo A: x

Bicicletas del tipo B: y

$$\left. \begin{aligned} x + 2y &= 240 \\ 3x + 2y &= 360 \end{aligned} \right\}$$

Bicicletas del tipo A: $x = 60$

Bicicletas del tipo B: $y = 90$

- 90** Se mezcla aceite puro de oliva de 3,5 € el litro con aceite de orujo de 2,5 € el litro, para obtener 400 litros de mezcla a 2,75 € el litro. ¿Cuántos litros hemos mezclado de cada aceite?

Solución:

	Aceite puro	Aceite orujo	Mezcla
Precio (€/l)	3,5	2,5	2,75
Capacidad (l)	x	y	400

$$\left. \begin{aligned} x + y &= 400 \\ 3,5x + 2,5y &= 400 \cdot 2,75 \end{aligned} \right\}$$

Aceite de oliva: $x = 100$ litros.

Aceite de orujo: $y = 300$ litros.

- 91** Halla dos números sabiendo que al dividir el mayor entre el menor se obtiene de cociente 2 y de resto 3, y que la suma de los dos números es 39

Solución:Número menor: x Número mayor: y

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 39 \\ y = 2x + 3 \end{array} \right\}$$

Número menor: $x = 12$ Número mayor: $y = 27$

- 92** Entre conejos y gallinas hay 48 animales en un corral. Sabiendo que en total hay 86 patas, ¿cuántos conejos y gallinas hay? Interpreta el resultado.

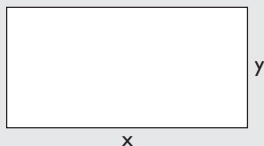
Solución:Cantidad de conejos: x Cantidad de gallinas: y

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 48 \\ 4x + 2y = 86 \end{array} \right\}$$

Cantidad de conejos: $x = -5$ Cantidad de gallinas: $y = 53$

Interpretación: el número de conejos no puede ser negativo, el problema no tiene solución.

- 93** El perímetro de un rectángulo mide 21 m y uno de los lados mide el doble del otro. ¿Cuánto mide cada lado?

Solución:Base: x Altura: y

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 2y = 21 \\ x = 2y \end{array} \right\}$$

Base: $x = 7$ mAltura: $y = 3,5$ m

- 94** El triple de un número más otro número es igual a 29 y el doble del primero menos la mitad del segundo es igual a 10. ¿De qué números se trata?

Solución:Primer número: x Segundo número: y

$$\left. \begin{array}{l} 3x + y = 29 \\ 2x - y/2 = 10 \end{array} \right\}$$

 $x = 7, y = 8$

- 95** Reparte 55 € proporcionalmente a 2 y 3

Solución:Primera cantidad: x Segunda cantidad: y

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 55 \\ \frac{x}{2} = \frac{y}{3} \end{array} \right\}$$

 $x = 22, y = 33$

- 96** En una tienda, 2 pares de zapatos y 3 pares de deportivos cuestan 170 €, y se han pagado por ellos 132 €. Si en los zapatos han hecho el 25% de descuento y en los deportivos el 20%, ¿cuánto costaba cada par?

Solución:Pares de zapatos: x Pares de deportivos: y

$$2x + 3y = 170$$

$$2x \cdot 0,75 + 3y \cdot 0,8 = 132$$

Pares de zapatos: $x = 40$ Pares de deportivos: $y = 30$

- 97** Dos revistas deportivas y una de automóviles cuestan 6 €. Cuatro revistas deportivas y dos de automóviles cuestan 12 €. Calcula cuánto cuestan cada revista deportiva y cada revista de automóviles. Interpreta el resultado que se obtiene.

Solución:Cantidad de revistas deportivas: x Cantidad de revistas de automóviles: y

$$2x + y = 6$$

$$4x + 2y = 12$$

Los coeficientes de la segunda ecuación son el doble de los de la primera. El sistema es compatible indeterminado, tiene infinitas soluciones.

Ejercicios y problemas

Para profundizar

- 98** Halla dos números tales que su suma sea 25 y la sexta parte del primero más cinco veces el segundo sea igual a 38

Solución:

Primer número: x

Segundo número: y

$$\left. \begin{aligned} x + y &= 25 \\ x/6 + 5y &= 38 \end{aligned} \right\}$$

$$x = 18, y = 7$$

- 99** Entre Juan y Antonio hacen un trabajo por el que cobran 654 €. Si Juan ha hecho los 2/3 del trabajo que ha hecho Antonio, ¿cuánto tiene que cobrar cada uno?

Solución:

Cantidad que cobra Juan: x

Cantidad que cobra Antonio: y

$$\left. \begin{aligned} x + y &= 654 \\ x &= 2y/3 \end{aligned} \right\}$$

Juan cobra: $x = 261,6 \text{ €}$

Antonio cobra: $y = 392,4 \text{ €}$

- 100** En un puesto se venden melones y sandías por unidades. Por la compra de 3 melones y 2 sandías se pagan 8 €, y por la compra de 6 melones y 4 sandías se pagan 15 €. Calcula el precio de cada melón y de cada sandía e interpreta el resultado que obtengas.

Solución:

Precio de un melón: x

Precio de una sandía: y

$$\left. \begin{aligned} 3x + 2y &= 8 \\ 6x + 4y &= 15 \end{aligned} \right\}$$

Los coeficientes de las incógnitas de la segunda ecuación son el doble que los de la primera y sin embargo el segundo miembro no es el doble. El sistema es incompatible, no tiene solución.

- 101** Calcula las dimensiones de un rectángulo cuyo perímetro es 306 m y cuya altura mide los 3/4 de la base.

Solución:



Base: x

Altura: y

$$\left. \begin{aligned} 2x + 2y &= 306 \\ y &= 3x/4 \end{aligned} \right\}$$

Base: $x = 612/7 = 87,43 \text{ m}$

Altura: $y = 459/7 = 65,57 \text{ m}$

- 102** Se mezcla cebada de 0,15 €/kg con trigo de 0,2 €/kg para obtener 500 kg de pienso para animales a 0,17 €/kg. ¿Cuántos kilos de cebada y de trigo hemos mezclado?

Solución:

	Cebada	Trigo	Mezcla
Precio (€/kg)	0,15	0,2	0,17
Masa (kg)	x	y	500

$$\left. \begin{aligned} x + y &= 500 \\ 0,15x + 0,2y &= 500 \cdot 0,17 \end{aligned} \right\}$$

Cebada: $x = 300 \text{ kg}$

Trigo: $y = 200 \text{ kg}$

- 103** El perímetro de un rectángulo mide 24 m y la suma de dos lados contiguos mide 12 m. Calcula la longitud de los lados del rectángulo e interpreta el resultado que obtengas.

Solución:

Base: x

Altura: y

$$\left. \begin{aligned} 2x + 2y &= 24 \\ x + y &= 12 \end{aligned} \right\}$$



El sistema es compatible indeterminado, tiene infinitas soluciones porque los coeficientes de la segunda ecuación son la mitad que los de la primera.

- 104** Halla dos números directamente proporcionales a 5 y 7 cuya suma sea 36

Solución:

Primer número: x

Segundo número: y

$$\left. \begin{aligned} \frac{x}{5} &= \frac{y}{7} \\ x + y &= 36 \end{aligned} \right\}$$

$x = 15, y = 21$

105 La suma de las edades de un padre y su hijo es de 75 años y la diferencia es de 45 años. ¿Qué edad tienen el padre y el hijo?

Solución:

Edad del padre: x

Edad del hijo: y

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 75 \\ x - y = 45 \end{array} \right\}$$

Edad del padre: $x = 60$ años.

Edad del hijo: $y = 15$ años.

106 Un número está compuesto de dos cifras que suman 6 unidades. Si cambiamos las dos cifras de orden, el número aumenta en 18 unidades. ¿De qué número se trata?

Solución:

Cifra de las unidades: x

Cifra de las decenas: y

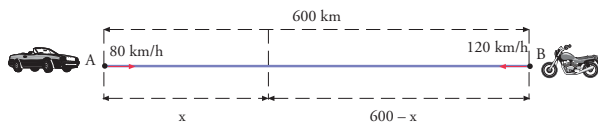
$$\left. \begin{array}{l} x + y = 6 \\ 10x + y = x + 10y + 18 \end{array} \right\}$$

$$x = 4, y = 2$$

El número es 24

Aplica tus competencias

- 107** Dos ciudades, A y B, distan entre sí 600 km. De la ciudad A sale hacia la ciudad B un coche a 80 km/h. Al mismo tiempo sale de la ciudad B hacia la ciudad A una moto a 120 km/h. Calcula el tiempo que tardarán en encontrarse y la distancia que ha recorrido cada vehículo.



El tiempo t es el mismo para los dos y hay que aplicar la fórmula $e = v \cdot t$

Solución:

$$\left. \begin{array}{l} x = 80t \\ 600 - x = 120t \end{array} \right\}$$

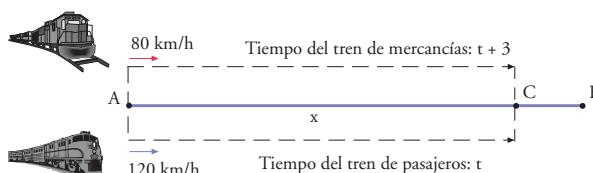
$$t = 3 \text{ h, } x = 240 \text{ km}$$

El tiempo es el mismo para los dos: 3 h

El espacio que recorre el coche que sale de A es de 240 km

El espacio que recorre la moto que sale de B es de $600 - 240 = 360$ km

- 108** Dos ciudades, A y B, distan entre sí 800 km. De la ciudad A sale hacia la ciudad B un tren de mercancías a 80 km/h. Tres horas más tarde sale de la misma estación A otro tren de pasajeros a 120 km/h. Calcula el tiempo que tardará el segundo tren en alcanzar al primero y la distancia que han recorrido los dos trenes.



Solución:

$$\left. \begin{array}{l} x = 80(t + 3) \\ x = 120t \end{array} \right\}$$

$$t = 6 \text{ h, } x = 720 \text{ km}$$

Comprueba lo que sabes

- 1** Clasifica un sistema a partir del número de soluciones y pon un ejemplo de un sistema incompatible.

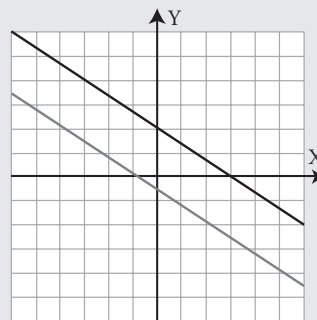
Solución:

Un sistema lineal se puede clasificar, según el número de soluciones en:

- Compatible determinado:** el sistema **tiene una solución** y las dos rectas se cortan en un punto.
- Incompatible:** el sistema **no tiene solución** y las dos rectas son paralelas.
- Compatible indeterminado:** el sistema **tiene infinitas soluciones** y las dos rectas son la misma.

Ejemplo:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 6 \\ 4x + 6y = -3 \end{array} \right\}$$

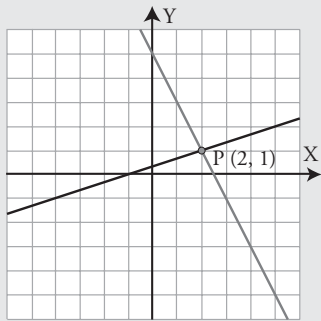


Comprueba lo que sabes

2 Resuelve gráficamente el sistema:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + y = 5 \\ x - 3y = -1 \end{array} \right\}$$

Solución:



$$x = 2, y = 1$$

3 Resuelve por el método más sencillo el siguiente sistema:

$$\left. \begin{array}{l} 3x + y = 0 \\ 2x - 3y = 11 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se resuelve por sustitución. Se despeja y en la 1ª ecuación y se sustituye en la 2ª

$$x = 1, y = -3$$

4 Resuelve por el método más sencillo el siguiente sistema:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + y = 2 \\ 3x - y = -7 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se resuelve por reducción.

Se suman las dos ecuaciones y se obtiene x

$$x = -1, y = 4$$

5 Resuelve por el método más sencillo el siguiente sistema:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 7 \\ 5x - 6y = 4 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se resuelve por reducción. Se multiplica la 1ª por dos y se suman.

$$x = 2, y = 1$$

6 Resuelve por el método más sencillo el siguiente sistema:

$$\left. \begin{array}{l} x = 2y - 1 \\ x = 3y - 6 \end{array} \right\}$$

Solución:

Se resuelve por igualación.

$$x = 9, y = 5$$

7 Ana tiene el triple de dinero que Julio y entre los dos tienen 800 €. ¿Cuánto dinero tiene cada uno?

Solución:

Dinero que tiene Ana: x

Dinero que tiene Julio: y

$$\left. \begin{array}{l} x = 3y \\ x + y = 800 \end{array} \right\}$$

Se resuelve por sustitución.

$$x = 600, y = 200$$

Ana tiene: 600 €

Julio tiene: 200 €

8 Un prado tiene forma rectangular. La altura del rectángulo mide 5 m menos que la base y el perímetro mide 82 m. Halla el área del prado.

Solución:



Base: x

Altura: y

$$y = x - 5$$

$$2x + 2y = 82$$

Base: $x = 23$ m, altura: $y = 18$ m

$$\text{Área} = 23 \cdot 18 = 414 \text{ m}^2$$

Paso a paso

- 109** Resuelve algebraicamente el siguiente sistema y clasifícalo a la vista del resultado:

$$\begin{cases} x + 2y = 8 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$$

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

- 110** Resuelve algebraicamente el siguiente sistema y clasifícalo a la vista del resultado:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 6 \\ 4x + 6y = -3 \end{cases}$$

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

- 111** Resuelve algebraicamente el siguiente sistema y clasifícalo a la vista del resultado:

$$\begin{cases} 3x - y = -1 \\ -9x + 3y = 3 \end{cases}$$

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

- 112** Resuelve gráficamente el siguiente sistema, clasifícalo y, si es compatible determinado, halla la solución.

$$\begin{cases} 2x + y = 9 \\ x - 3y = 1 \end{cases}$$

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

- 113** **Internet.** Abre la web: www.editorial-bruno.es y elige **Matemáticas, curso** y **tema**.

Practica

114 Resuelve algebraicamente los siguientes sistemas y clasificalos a la vista del resultado:

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} 3x + 2y = 2 \\ 5x - 4y = 40 \end{array} \right\} \quad \text{b) } \left. \begin{array}{l} 4x - 6y = 3 \\ -2x + 3y = 5 \end{array} \right\}$$

Solución:

a) $x = 4, y = -5$

Sistema compatible determinado.

b) No tiene solución.

Sistema incompatible.

115 Resuelve algebraicamente los siguientes sistemas y clasificalos a la vista del resultado:

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} 9x - 6y = 12 \\ -3x + 2y = -4 \end{array} \right\} \quad \text{b) } \left. \begin{array}{l} 3x - 5y = 4 \\ 2x + y = 7 \end{array} \right\}$$

Solución:

a) $3x - 2y = 4$

Sistema compatible indeterminado.

b) $x = 3, y = 1$

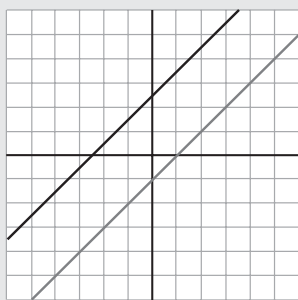
Sistema compatible determinado.

116 Resuelve gráficamente los siguientes sistemas, clasificalos y, si son compatibles determinados, halla la solución:

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} x - y = 1 \\ -2x + 2y = 5 \end{array} \right\} \quad \text{b) } \left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 12 \\ 3x - 2y = 5 \end{array} \right\}$$

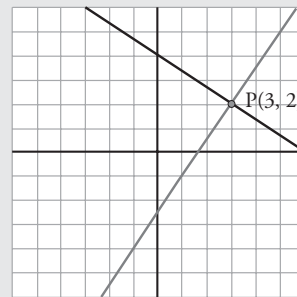
Solución:

a)



Sistema incompatible.

b)



Sistema compatible determinado.

$x = 3, y = 2$

Plantea los siguientes problemas y resuélvelos con ayuda de DERIVE o Wiris:

117 Ana tiene el triple de dinero que Julio y entre los dos tienen 800 €. ¿Cuánto dinero tiene cada uno?

Planteamiento:

$$\left. \begin{array}{l} x = 3y \\ x + y = 800 \end{array} \right\}$$

Solución:

Ana tiene: 600 €

Julio tiene: 200 €

118 En un rectángulo, la suma de las longitudes de la base y la altura es 35 m y la longitud de la base menos la longitud de la altura es 7 m. ¿Cuánto mide cada lado?

Planteamiento:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 35 \\ x - y = 7 \end{array} \right\}$$

Solución:

La base mide 21 m

La altura mide 14 m