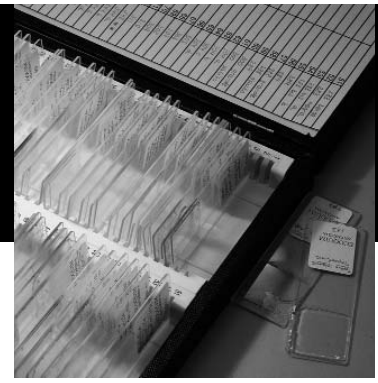




BLOQUE V

Estadística y probabilidad

11. Estadística
12. Combinatoria y probabilidad



1. Caracteres estadísticos

PIENSA Y CALCULA

Se ha realizado un estudio sobre distintos coches, recogiendo datos sobre: consumo, cilindrada, potencia, peso, aceleración, cilindros, año, país y color.

De los datos que se han recogido, indica cuáles son cualitativos, cuáles cuantitativos discretos y cuáles cuantitativos continuos.

Solución:

Cualitativos: país, color.

Cuantitativos discretos: cilindros, año de fabricación.

Cuantitativos continuos: consumo, cilindrada, potencia, peso, aceleración.

APLICA LA TEORÍA

- 1 Se ha realizado un estudio sobre el número de personas activas que hay por familia con el mismo número de miembros con posibilidad de trabajar, obteniéndose los siguientes resultados:

2	1	2	2	1	2	4	2	1	1
2	3	2	1	1	1	3	4	2	2
2	2	1	2	1	1	1	3	2	2
3	2	3	1	2	4	2	1	4	1
1	3	4	3	2	2	2	1	3	3

- Clasifica el carácter estadístico.
- Haz una tabla de frecuencias.
- Representa los datos en un diagrama de barras.
- Dibuja el polígono de frecuencias.
- Interpreta los resultados.

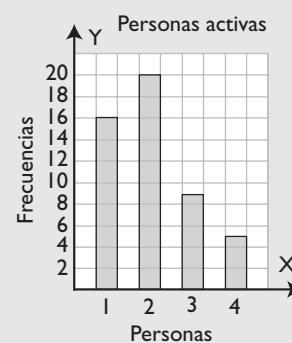
Solución:

- Cuantitativo discreto.

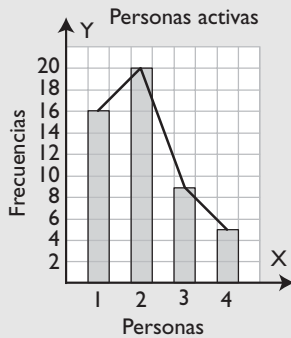
b)

x_i	n_i	N_i	N_i (%)	f_i	f_i (%)	F_i
1	16	16	32	0,32	32	0,32
2	20	36	72	0,40	40	0,72
3	9	45	90	0,18	18	0,90
4	5	50	100	0,10	10	1,00
Total	50			1,00	100	

- c) Diagrama de barras.



d)



Como las familias tienen el mismo número de miembros, se ve que más de la mitad (36 familias de 50), el 72%, tienen 1 o 2 miembros activos. Es decir, en el 72% de las familias, solo trabajan 1 o 2 miembros de los 4 que pueden trabajar.

2 En 4º curso de un centro escolar se han estudiado las calificaciones de Lengua, obteniéndose los siguientes resultados:

Insuficiente	12
Suficiente	15
Bien	10
Notable	8
Sobresaliente	5

a) Clasifica el carácter estadístico.

b) Haz una tabla de frecuencias.

c) Representa los datos en un diagrama de barras.

d) Interpreta los resultados.

Solución:

a) Cualitativo.

b)

x_i	n_i	N_i	N_i (%)	f_i	f_i (%)	F_i
Insuficientes	12	12	24	0,24	24	0,24
Suficientes	15	27	54	0,30	30	0,54
Bien	10	37	74	0,20	20	0,74
Notables	8	45	90	0,16	16	0,90
Sobresalientes	5	50	100	0,10	10	1,00
Total	50			1,00	100	

c) Diagrama de barras.



d) Un 24% suspende la asignatura, mientras que un 76% supera la asignatura.

2. Caracteres continuos. Datos agrupados

PIENSA Y CALCULA

En un test psicotécnico, se han obtenido las siguientes puntuaciones de 0 a 100: 60, 65, 50, 89, 45, 40, 78, 92, 75, 23, 80, 60, 70, 75, 45, 78, 60, 80, 90, 98, 45, 62, 58, 50, 60

a) Clasifica el carácter estadístico.

b) Calcula el recorrido.

c) Si los datos se agrupan en 5 intervalos, ¿cuál es la longitud aproximada de cada intervalo?

Solución:

a) Cuantitativo discreto.

b) $98 - 23 = 75$

c) $75 : 5 = 15$

3 El peso de 25 personas es el siguiente:

56	76	52	58	74
46	77	68	77	50
66	67	88	60	82
94	66	70	72	65
74	80	70	60	64

- Agrupar los datos en intervalos.
- Haz una tabla de frecuencias.
- Representa los datos en un histograma.

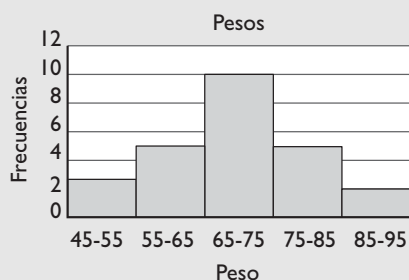
Solución:

- El recorrido es: $94 - 46 = 48$
El número de intervalos: $\sqrt{25} = 5$
Longitud de cada intervalo:
 $50 : 5 = 10$
El extremo inferior del 1^{er} intervalo se toma:
 $(50 - 48) : 2 = 1 \Rightarrow 46 - 1 = 45$

b) Tabla de frecuencias:

Intervalo	X_i	n_i	N_i	N_i (%)	f_i	f_i (%)	F_i
45-55	50	3	3	12	0,12	12	0,12
55-65	60	5	8	32	0,20	20	0,32
65-75	70	10	18	72	0,40	40	0,72
75-85	80	5	23	92	0,20	20	0,92
85-95	90	2	25	100	0,08	8	1,00
Total		25			1,00	100	

c) Histograma



Se observa que un 40% de los datos se encuentra en el intervalo central de 65 a 75 kg, distribuyéndose de una forma muy «normal». Hay pocas personas en los intervalos extremos y más en los centrales.

4 Una empresa dedica a la inversión publicitaria en distintos medios las siguientes cantidades:

Medio	Televisión	Prensa	Radio	Otros
Dinero (miles €)	50	38	9	23

Representa los datos en un diagrama de sectores. Interpreta los resultados.

Solución:

$$\frac{360^\circ}{120} = 3^\circ$$

Medio	Euros	Amplitud
Televisión	50	$3^\circ \cdot 50 = 150^\circ$
Prensa	38	$3^\circ \cdot 38 = 114^\circ$
Radio	9	$3^\circ \cdot 9 = 27^\circ$
Otros	23	$3^\circ \cdot 23 = 69^\circ$
Total	120	360°



Más de la mitad del gasto se hace en televisión y en prensa.

5 El número de horas que dedican a ver la televisión una muestra de personas se distribuye así:

Intervalo (h)	Frecuencias
0 - 1	10
1 - 2	40
2 - 3	25
3 - 4	15
4 - 5	10

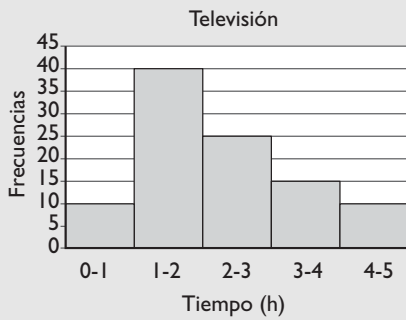
- Haz una tabla de frecuencias.
- Representa los datos en un histograma. Interpreta los resultados.

Solución:

a) Tabla de frecuencias:

Intervalo	x_i	n_i	N_i	N_i (%)	f_i	f_i (%)	F_i
0-1	0,5	10	10	10	0,10	10	0,10
1-2	1,5	40	50	50	0,40	40	0,50
2-3	2,5	25	75	75	0,25	25	0,75
3-4	3,5	15	90	90	0,15	15	0,90
4-5	4,5	10	100	100	0,10	10	1,00
Total		100			1,00	100	

b)



Un 50% ve entre 0 y 2 horas la televisión. El otro 50% lo hace en el intervalo entre 2 y 5 horas. Un 25% de la población ve entre 3 y 5 horas la televisión.

3. Parámetros de centralización

PIENSA Y CALCULA

Carmen ha anotado en los últimos partidos de baloncesto los siguientes puntos: 10, 12, 14, 8, 16
Calcula la media aritmética y explica su significado.

Solución:

La media de Carmen es 12 puntos.

Esto significa que los puntos se distribuyen alrededor de 12; es decir, ha conseguido el mismo total que si en cada partido hubiese marcado 12 puntos.

APLICA LA TEORÍA

6 Se ha hecho un estudio del número de veces que los alumnos de una clase han ido al cine durante el último mes, obteniéndose los siguientes resultados:

Nº de veces	0	1	2	3	4	5	6	7
Frecuencia	3	2	7	5	4	4	3	2

Calcula los parámetros de centralización que sea posible.

Solución:

X_i	n_i	N_i	$x_i \cdot n_i$
0	3	3	0
1	2	5	2
2	7	12	14
3	5	17	15
4	4	21	16
5	4	25	20
6	3	28	18
7	2	30	14
Total	30		99

Como el carácter es cuantitativo discreto, se pueden calcular:

$$\text{Media: } \bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N} = \frac{99}{30} = 3,3$$

Moda: 2

Mediana: 3

Los datos se agrupan en torno a 3,3, siendo el más frecuente el 2

7 Se ha realizado un sondeo sobre el dinero que llevan 30 alumnos de un centro, obteniéndose los siguientes resultados:

6	4	3	5,3	2,5	4,2
0,5	9	3,25	12	5,5	3,2
6,2	1,2	9,5	4,1	14,5	2
4	6,5	3,1	1,3	4,2	7
3,8	3	4,5	10	5	2,25

a) Agrupa los datos en intervalos.

b) Calcula los parámetros de centralización que tengan sentido.

Solución:

Dinero (€)	x_i	n_i	N_i	$x_i \cdot n_i$
0-3	1,5	6	6	9,0
3-6	4,5	15	21	67,5
6-9	7,5	4	25	30,0
9-12	10,5	3	28	31,5
12-15	13,5	2	30	27,0
Total		30		165

Como el carácter es cuantitativo continuo, se pueden calcular:

$$\text{Media: } \bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N} = \frac{165}{30} = 5,5$$

Moda: es el intervalo 3-6

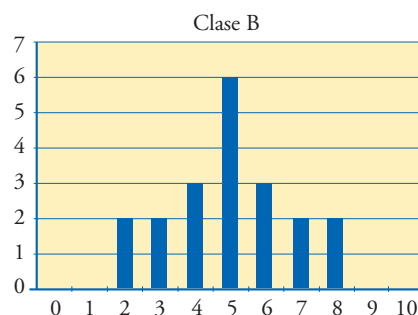
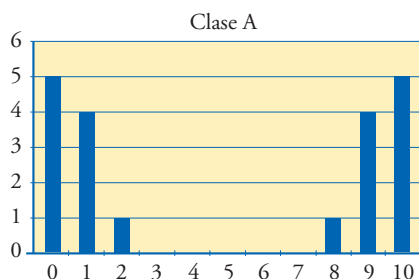
Mediana: es el intervalo 3-6

Los datos se agrupan en torno a 5,5, que es un valor que se encuentra en el intervalo de la moda y de la mediana.

4. Parámetros de dispersión

PIENSA Y CALCULA

Los gráficos adjuntos representan los datos de las calificaciones que dos clases han tenido en la misma asignatura.



- a) Si Rocío desea sacar un diez, ¿a qué clase debería ir?
 b) Si lo que quiere es asegurar el aprobado, ¿a qué clase debería ir?

Solución:

- a) Si Rocío desea sacar un diez, debe ir a la clase A, que es en la que algunos alumnos sacan esa nota.
 b) Si lo que quiere es asegurar el aprobado, debe ir a la clase B, en la que no hay notas extremas, pero en la que la mayoría de los alumnos aprueban.

8 El número de personas que ha acudido diariamente a la consulta de un médico en el último mes ha sido:

Nº de pacientes	8	10	12	14	15	20
Nº de días	5	4	6	6	3	1

Calcula la varianza, la desviación típica y el coeficiente de variación.

Solución:

x_i	n_i	$x_i \cdot n_i$	x_i^2	$x_i^2 \cdot n_i$
8	5	40	64	320
10	4	40	100	400
12	6	72	144	864
14	6	84	196	1176
15	3	45	225	675
20	1	20	400	400
Total	25	301		3835

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N} = \frac{301}{25} = 12,04$$

$$V = \frac{\sum x_i^2 \cdot n_i}{N} - \bar{x}^2 = 8,44$$

$$\sigma = 2,9$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = 0,24 \Rightarrow 24\%$$

Los datos se distribuyen alrededor de 12,04, con un 24% de dispersión.

9 Calcula la varianza, la desviación típica y el coeficiente de variación del dinero que gastan mensualmente 28 alumnos de 4º cuyos datos se han recogido en la siguiente distribución:

Intervalo	5 - 9	9 - 13	13 - 17	17 - 21	21 - 25
Frecuencia	10	8	5	4	3

Solución:

Intervalo	x_i	n_i	$x_i \cdot n_i$	x_i^2	$x_i^2 \cdot n_i$
5 - 9	7	10	70	49	490
9 - 13	11	8	88	121	968
13 - 17	15	5	75	225	1125
17 - 21	19	4	76	361	1444
21 - 25	23	3	69	529	1587
Total		30	378		5614

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N} = 12,6$$

$$V = \frac{\sum x_i^2 \cdot n_i}{N} - \bar{x}^2 = 28,37$$

$$\sigma = 5,33$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = 0,42 \Rightarrow 42\%$$

Los datos se distribuyen alrededor de 12,6 con un 42% de dispersión. Los datos están muy dispersos.

10 Las calificaciones que han obtenido en Matemáticas dos clases distintas han sido:

Clasificación	Clase A	Clase B
0	5	0
1	4	0
2	1	2
3	0	2
4	0	3
5	0	6
6	0	3
7	0	2
8	1	2
9	4	0
10	5	0

Calcula el coeficiente de variación y analiza el resultado.

Solución:

Clase A

x_i	n_i	$x_i \cdot n_i$	$x_i^2 \cdot n_i$
0	5	0	0
1	4	4	4
2	1	2	4
3	0	0	0
4	0	0	0
5	0	0	0
6	0	0	0
7	0	0	0
8	1	8	64
9	4	36	324
10	5	50	500
Total	20	100	896

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N} = 5$$

$$V = \frac{\sum x_i^2 \cdot n_i}{N} - \bar{x}^2 = 19,8$$

$$\sigma = 4,45$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = 0,89 \Rightarrow 89\%$$

Clase B

x_i	n_i	$x_i \cdot n_i$	$x_i^2 \cdot n_i$
0	0	0	0
1	0	0	0
2	2	4	8
3	2	6	18
4	3	12	48
5	6	30	150
6	3	18	108
7	2	14	98
8	2	16	128
9	0	0	0
10	0	0	0
Total	20	100	558

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N} = 5$$

$$V = \frac{\sum x_i^2 \cdot n_i}{N} - \bar{x}^2 = 2,9$$

$$\sigma = 1,7$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = 0,34 \Rightarrow 34\%$$

Es más homogénea la clase B, que tiene un 34% de dispersión, mientras que la clase A tiene un 89%. Si se quiere aprobar y no sacar muy buena nota, conviene la clase B. Si se desea sacar muy buena nota, hay que arriesgar en la clase A

Ejercicios y problemas

1. Caracteres estadísticos

11 Durante los últimos 20 días, el número de alumnos que faltó a clase en 4º ha sido:

Nº de alumnos	Nº de días
0	5
1	6
2	4
3	2
4	2
5	1

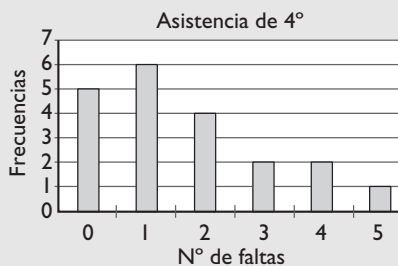
- Clasifica el carácter estadístico.
- Haz una tabla de frecuencias.
- Representa los datos en un diagrama de barras.
- Interpreta los resultados.

Solución:

- Cuantitativo discreto.
- Tabla de frecuencias.

x_i	n_i	N_i	$N_i (%)$	f_i	$f_i (%)$	F_i
0	5	5	25	0,25	25	0,25
1	6	11	55	0,30	30	0,25
2	4	15	75	0,20	20	0,75
3	2	17	85	0,10	10	0,85
4	2	19	95	0,10	10	0,95
5	1	20	100	0,05	5	1,00
Total	20			1,00	100	

- Diagrama de barras.



- Un 75% de los días han faltado como mucho 2 alumnos; y en un 25%, entre 3 a 5 personas. Es una clase en la que hay bastantes faltas de asistencia.

12 El número de medallas que cinco centros han conseguido en unas pruebas escolares ha sido:

Centro	Nº de medallas
Algaida	12
Betara	10
Kiner	8
Vicencio	6
Tizer	4

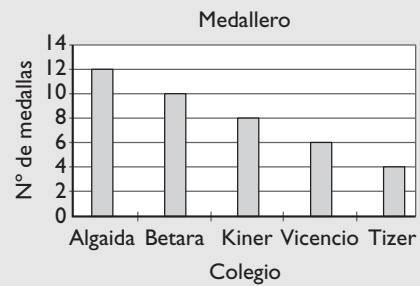
- Clasifica el carácter estadístico.
- Haz la tabla de frecuencias.
- Representa los datos en un diagrama de barras.

Solución:

- Carácter cualitativo.
- Tabla de frecuencias.

x_i	n_i	N_i	$N_i (%)$	f_i	$f_i (%)$	F_i
Algaida	12	12	30	0,30	30	0,30
Betara	10	22	55	0,25	25	0,55
Kiner	8	30	75	0,20	20	0,75
Vicencio	6	36	90	0,15	15	0,90
Tizer	4	40	100	0,10	10	1,00
Total	50			1,00	100	

- Diagrama de barras.



2. Caracteres continuos. Datos agrupados

13 Las edades de los asistentes a una conferencia se han agrupado en intervalos, tal y como se recoge en la siguiente tabla:

Intervalo	Frecuencia
38 - 44	8
44 - 50	12
50 - 56	20
56 - 62	16
62 - 68	12
68 - 74	8
74 - 80	4

- Clasifica el carácter estadístico.
- Haz una tabla de frecuencias.
- Representa los datos en un histograma.

Solución:

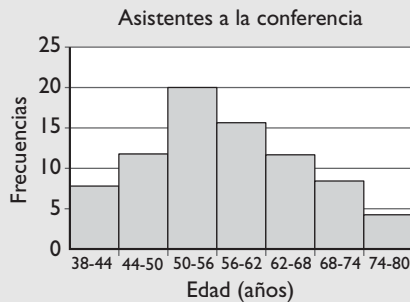
- Cuantitativo continuo.

Ejercicios y problemas

b) Tabla de frecuencias.

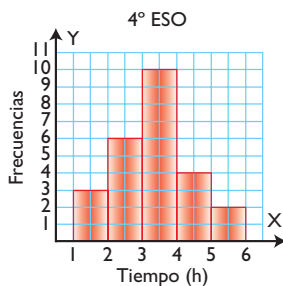
Intervalo	x_i	n_i	N_i	N_i (%)	f_i	f_i (%)	F_i
38 - 44	41	8	8	10	0,10	10	0,10
44 - 50	47	12	20	25	0,15	15	0,25
50 - 56	53	20	40	50	0,25	25	0,50
56 - 62	59	16	56	70	0,20	20	0,70
62 - 68	65	12	68	85	0,15	15	0,85
68 - 74	71	8	76	95	0,10	10	0,95
74 - 80	77	4	80	100	0,05	5	1,00
Total		90			1,00	100	

c) Histograma.



El 25% de los asistentes pertenece al intervalo entre 50 y 56 años, y los datos se distribuyen de una forma bastante normal.

14 El siguiente histograma recoge los datos del tiempo en horas que ha dedicado al estudio diario un grupo de estudiantes:



Haz la tabla de frecuencias absolutas y relativas.

Solución:

Intervalo	x_i	n_i	N_i	N_i (%)	f_i	f_i (%)	F_i
1 - 2	1,5	3	3	0,12	0,12	12	0,12
2 - 3	2,5	6	9	0,36	0,24	24	0,36
3 - 4	3,5	10	19	0,76	0,40	40	0,76
4 - 5	4,5	4	23	0,92	0,16	16	0,92
5 - 6	5,5	2	25	1,00	0,08	8	1,00
Total		25			1,00	100	

15 En un barrio se ha realizado una encuesta sobre el grado de malestar que produciría la instalación de un centro de atención a drogodependientes, obteniéndose los siguientes resultados:

Actitud de los vecinos	Frecuencia
Se oponen activamente	10
Se sentirían molestos	5
Resto	25

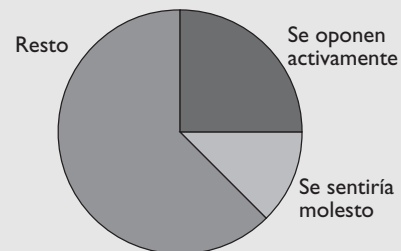
Haz un diagrama de sectores que represente los datos.

Solución:

$$\frac{360^\circ}{40} = 9^\circ$$

Actitud de los vecinos	Frecuencia	Amplitud
Se oponen activamente	10	$9^\circ \cdot 10 = 90^\circ$
Se sentirían molestos	5	$9^\circ \cdot 5 = 45^\circ$
Resto	25	$9^\circ \cdot 25 = 225^\circ$
Total	40	360°

Centro de asistencia a drogodependientes



Una cuarta parte se opone activamente, mientras que más de la mitad ni se siente molesto ni se opone al centro.

16 Las precipitaciones medias anuales en milímetros recogidas en una estación meteorológica han sido en los últimos años:

251	495	355	520	430	490
280	452	460	700	749	400
300	500	560	458	530	500
490	565	540	480	400	660
360	460	380	600	485	455

- Clasifica el carácter estadístico.
- Agrupar los datos y haz una tabla de frecuencias.
- Representa los datos en un histograma e interpreta el resultado.

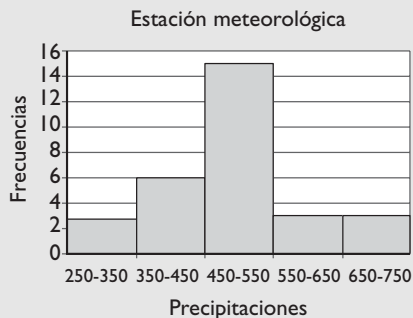
Solución:

a) Cuantitativo continuo.

b) El recorrido es: $749 - 251 = 498$ El número de intervalos: $\sqrt{30} \approx 5$ Longitud de cada intervalo: $500 : 5 = 100$ El extremo inferior del 1^{er} intervalo se toma: $(500 - 498) : 2 = 1 \Rightarrow 251 - 1 = 250$

Intervalo	x_i	n_i	N_i	N_i (%)	f_i	f_i (%)	F_i
250 - 350	300	3	3	10	0,1	10	0,1
350 - 450	400	6	9	30	0,2	20	0,3
450 - 550	500	15	24	80	0,5	50	0,8
550 - 650	600	3	27	90	0,1	10	0,9
650 - 750	700	3	30	100	0,1	10	1
Total		30			1,0	100	

c) Histograma:



El 50% de las precipitaciones está en el intervalo central y el otro 50% se distribuye alrededor de este intervalo.

3. Parámetros de centralización

17 Se ha registrado la duración en años de un modelo de batería para coches, obteniéndose los siguientes datos:

2,6	2,8	3,1	3,2	3,2	3,3	3,3	3,4	3,6
3,6	3,6	3,6	3,7	3,7	3,8	3,8	3,9	3,9
4,1	4,1	4,2	4,3	4,4	4,4	4,7	4,9	

Calcula los parámetros de centralización que tengan sentido.

Solución:El recorrido es: $4,9 - 2,6 = 2,3$ El número de intervalos: $\sqrt{26} \approx 5$ Longitud de cada intervalo: $2,5 : 5 = 0,5$ El extremo inferior del 1^{er} intervalo se toma: $(2,5 - 2,3) : 2 = 0,1 \Rightarrow 2,6 - 0,1 = 2,5$

Intervalo	x_i	n_i	N_i	$x_i \cdot n_i$
2,5 - 3	2,75	2	2	5,5
3 - 3,5	3,25	6	8	19,5
3,5 - 4	3,75	10	18	37,5
4 - 4,5	4,25	6	24	25,5
4,5 - 5	4,75	2	26	9,5
Total		26		97,5

Como el carácter es cuantitativo continuo, se pueden calcular:

$$\text{Media: } \bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N} = 3,75$$

Moda: es el intervalo 3,5 - 4

Mediana: es el intervalo 3,5 - 4

Los datos se agrupan en torno a 3,75, que es un valor que se encuentra en el intervalo de la moda.

18 Se ha registrado el peso de unos recién nacidos, obteniéndose los siguientes resultados:

Peso en kg	2 - 2,5	2,5 - 3	3 - 3,5	3,5 - 4	4 - 4,5
n_i	6	14	16	10	4

Calcula los parámetros de centralización que tengan sentido.

Solución:

Intervalo	x_i	n_i	N_i	$x_i \cdot n_i$
2 - 2,5	2,25	6	6	13,5
2,5 - 3	2,75	14	20	38,5
3 - 3,5	3,25	16	36	52,0
3,5 - 4	3,75	10	46	37,5
4 - 4,5	4,25	4	50	17,0
Total		50		158,5

Como el carácter es cuantitativo continuo, se pueden calcular:

$$\text{Media: } \bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N} = 3,17$$

Moda: es el intervalo 3 - 3,5

Mediana: es el intervalo 3 - 3,5

Los datos se agrupan en torno a 3,17, que es un valor que se encuentra en el intervalo de la moda y de la mediana.

Ejercicios y problemas

4. Parámetros de dispersión

19 En un centro de cálculo, el número de veces que un ordenador se detiene por un error interno se ha recogido durante los últimos 50 días en la siguiente tabla:

x_i	0	1	2	3	4	5	6
n_i	3	6	8	12	10	8	3

Calcula la varianza, la desviación típica y el coeficiente de variación. Interpreta el resultado.

Solución:

x_i	n_i	$x_i \cdot n_i$	x_i^2	$x_i^2 \cdot n_i$
0	3	0	0	0
1	6	6	1	6
2	8	16	4	32
3	12	36	9	108
4	10	40	16	160
5	8	40	25	200
6	3	18	36	108
Total	50	156		614

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N} = 3,12$$

$$V = \frac{\sum x_i^2 \cdot n_i}{N} - \bar{x}^2 = 2,55$$

$$\sigma = 1,6$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = 0,51 \Rightarrow 51\%$$

Los datos se agrupan en torno a 3,12 con una dispersión del 51%. Los datos están muy dispersos.

20 Las edades de una muestra de personas que acuden a la biblioteca de un barrio se han recogido en la siguiente tabla:

Intervalo	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
Frecuencia	6	15	10	6	8	5

Calcula la varianza, la desviación típica y el coeficiente de variación. Interpreta el resultado.

Solución:

Intervalo	x_i	n_i	$x_i \cdot n_i$	x_i^2	$x_i^2 \cdot n_i$
10 - 20	15	6	90	225	1 350
20 - 30	25	15	375	625	9 375
30 - 40	35	10	350	1 225	12 250
40 - 50	45	6	270	2 025	12 150
50 - 60	55	8	440	3 025	24 200
60 - 70	65	5	325	4 225	21 125
Total		50	1 850		80 450

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N} = 37$$

$$V = \frac{\sum x_i^2 \cdot n_i}{N} - \bar{x}^2 = 240$$

$$\sigma = 15,49$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = 0,42 \Rightarrow 42\%$$

Los datos se agrupan en torno a 37 años, con una dispersión del 42%. Los datos están muy dispersos.

21 En los últimos 10 días se han registrado las cotizaciones de dos valores bursátiles. Calcula el coeficiente de variación e interpreta el resultado.

Valor A	3,8	3,7	3,8	3,7	3,8	3,8	3,8	3,7	3,7
Valor B	5,9	6,2	6,5	5,7	6	6,2	6,5	5,7	5,5

Solución:

Valor A

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N} = 3,76$$

$$\sigma = 0,05$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = 0,01 \Rightarrow 1\%$$

Valor B

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N} = 6,02$$

$$\sigma = 0,32$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = 0,05 \Rightarrow 5\%$$

Es más homogéneo el valor A, con un 1% de dispersión, frente al valor B, que tiene un 5%

Para ampliar

- 22** El número de viajes que un grupo de personas ha realizado al extranjero en el último año ha sido el siguiente:

Nº de viajes	0	1	2	3	4
Frecuencia	8	10	12	6	4

- Clasifica el carácter estadístico.
- Calcula los parámetros de centralización que tengan sentido.
- Calcula la varianza y la desviación típica.
- Calcula el coeficiente de variación.
- Representa los datos en el gráfico más apropiado e interprétalos.

Solución:

- Cuantitativo discreto.
- Parámetros de centralización.

x_i	n_i	N_i	$x_i \cdot n_i$	x_i^2	$x_i^2 \cdot n_i$
0	8	8	0	0	0
1	10	18	10	1	10
2	12	30	24	4	48
3	6	36	18	9	54
4	4	40	16	16	64
Total	40		68		176

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N} = 1,7$$

Moda: 2

Mediana: 2

$$c) V = \frac{\sum x_i^2 \cdot n_i}{N} - \bar{x}^2 = 1,51$$

$$\sigma = 1,23$$

$$d) CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = 0,72 \Rightarrow 72\%$$

- Diagrama de barras.



Los datos se agrupan en torno a 1,7 viajes, con una dispersión del 72%, que es muy grande.

- 23** Se ha realizado una encuesta sobre el lugar donde se utiliza el acceso a Internet diariamente, obteniéndose los siguientes resultados:

Lugar	Frecuencia
En casa	15
En el trabajo	14
En el centro escolar	5
Cibercafés	3
En otros	3

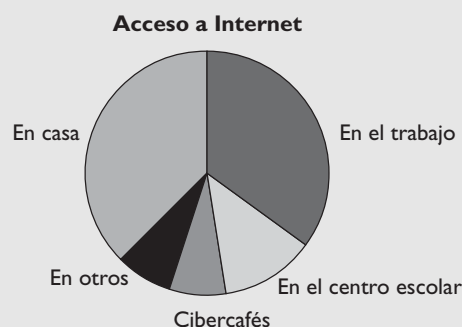
- Clasifica el carácter estudiado.
- Calcula los parámetros de centralización que tengan sentido.
- Representa los datos en un diagrama de sectores.

Solución:

- Carácter cualitativo.
- Como el carácter es cualitativo no ordenable, solo se puede calcular la moda, que es: en casa.
- Diagrama de sectores.

$$\frac{360^\circ}{40} = 9^\circ$$

Acceso a Internet	Frecuencia	Amplitud
En casa	15	$9^\circ \cdot 15 = 135^\circ$
En el trabajo	14	$9^\circ \cdot 14 = 126^\circ$
En el centro escolar	5	$9^\circ \cdot 5 = 45^\circ$
Cibercafés	3	$9^\circ \cdot 3 = 27^\circ$
En otros	3	$9^\circ \cdot 3 = 27^\circ$
Total	40	360°



En el gráfico se ve que casi 3/4 partes se conectan en casa o el trabajo, quedando solo 1/4 para el resto.

- 24** En una empresa se distribuye una prima por productividad. El número de trabajadores y la cantidad de la prima se recogen en la tabla siguiente:

Ejercicios y problemas

Intervalo	Nº de trabajadores
90 - 120	2
120 - 150	10
150 - 180	12
180 - 210	4
210 - 240	2

- Clasifica el carácter estadístico.
- Calcula los parámetros de centralización que tengan sentido.
- Calcula la varianza y la desviación típica.
- Calcula el coeficiente de variación.
- Representa los datos en el gráfico más apropiado e interprétalos.

Solución:

- Cuantitativo discreto.
- Parámetros de centralización.

Intervalo	x_i	n_i	N_i	$x_i \cdot n_i$	x_i^2	$x_i^2 \cdot n_i$
90 - 120	105	2	2	210	11 025	22 050
120 - 150	135	10	12	1 350	18 225	182 250
150 - 180	165	12	24	1 980	27 225	326 700
180 - 210	195	4	28	780	38 025	152 100
210 - 240	225	2	30	450	50 625	101 250
Total		30		4 770		784 350

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N} = 159$$

Moda: el intervalo 150 - 180

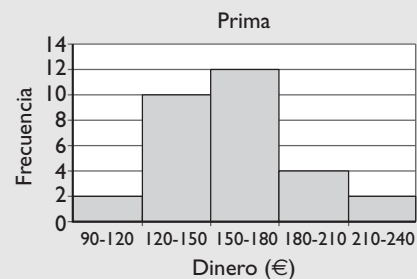
Mediana: el intervalo 150 - 180

$$c) V = \frac{\sum x_i^2 \cdot n_i}{N} - \bar{x}^2 = 864$$

$$\sigma = 29,39$$

$$d) CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = 0,18 \Rightarrow 18\%$$

e) Histograma:



Los datos se distribuyen en torno a 136 €, con una dispersión pequeña del 18%

Problemas

- 25** Se ha realizado una encuesta entre unos usuarios de una piscina municipal sobre el grado de satisfacción de las instalaciones, obteniéndose los siguientes resultados:

Grado de satisfacción	Frecuencia
Muy poco	6
Poco	10
Regular	14
Bueno	15
Muy bueno	5

- Clasifica el carácter estadístico.
- Calcula los parámetros de centralización que tengan sentido.
- Representa los datos en el gráfico más apropiado e interprétalos.

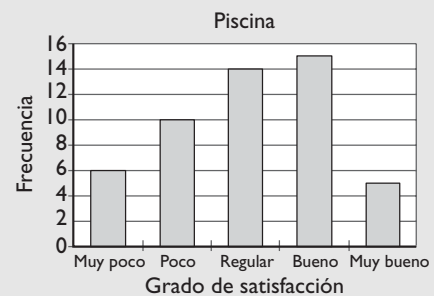
Solución:

- Cualitativo ordenable.
- Parámetros de centralización.

Moda: bueno.

Mediana: regular.

c) Diagrama de barras.



Más de la mitad de los usuarios se encuentran entre regular y bueno.

26 Una empresa ha realizado una prueba de velocidad entre 25 trabajadores a los que se les ha asignado la misma tarea. Los datos sobre el tiempo, en minutos, que han tardado en realizar la tarea han sido:

4,6	5	5,6	5,7	6
6,2	6,6	6,7	6,7	6,8
6,9	7	7	7,2	7,3
7,4	7,7	7,8	7,8	8
8,3	8,4	8,6	9	9,4

- Clasifica el carácter estadístico.
- Calcula los parámetros de centralización que tengan sentido.
- Calcula la varianza y la desviación típica.
- Calcula el coeficiente de variación.
- Representa los datos en el gráfico más apropiado e interprétalos.

Solución:

a) Cuantitativo continuo.

b) Parámetros de centralización.

El recorrido es: $9,4 - 4,6 = 4,8$

El número de intervalos: $\sqrt{25} \approx 5$

Longitud de cada intervalo:

$5 : 5 = 1$

El extremo inferior del 1^{er} intervalo se toma:

$(5 - 4,8) : 2 = 0,1 \Rightarrow 4,6 - 0,1 = 4,5$

Intervalo	x_i	n_i	N_i	$x_i \cdot n_i$	x_i^2	$x_i^2 \cdot n_i$
4,5 - 5,5	5	2	2	10	25	50
5,5 - 6,5	6	4	6	24	36	144
6,5 - 7,5	7	10	16	70	49	490
7,5 - 8,5	8	6	22	48	64	384
8,5 - 9,5	9	3	25	27	81	243
Total		25		179		1311

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N} = 7,16$$

Moda: el intervalo 6,5 - 7,5

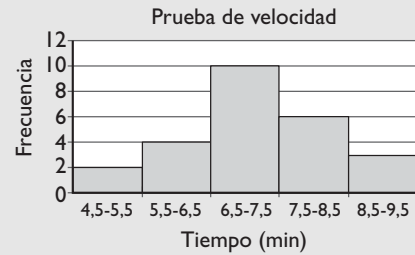
Mediana: el intervalo 6,5 - 7,5

$$c) V = \frac{\sum x_i^2 \cdot n_i}{N} - \bar{x}^2 = 1,17$$

$$\sigma = 1,08$$

$$d) CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = 0,15 \Rightarrow 15\%$$

e) Histograma:



Los datos se agrupan en torno a 7,16 minutos con una dispersión del 15%, es decir, pequeña.

27 Se ha clasificado a los trabajadores de una empresa en tres categorías: mayores de 40 años, entre 25 y 40 años, y menores de 25 años, obteniéndose los siguientes datos sobre la productividad:

Grupo	\bar{x}	σ
menor de 25	4	0,68
25 - 40	6	0,48
mayor de 40	7	0,35

Indica qué grupo es más homogéneo y justifica la respuesta.

Solución:

Grupo	CV
Menor de 25 años	0,17 \Rightarrow 17%
Entre 25 y 40 años	0,08 \Rightarrow 8%
Mayores de 40 años	0,05 \Rightarrow 5%

Los grupos quedan ordenados de más a menos homogéneo:

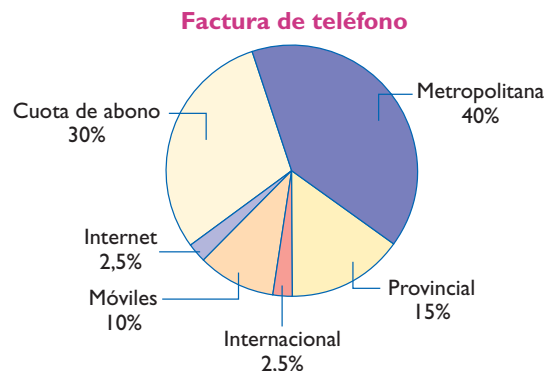
Mayores de 40 años.

Entre 25 y 40 años.

Menores de 25 años.

Para profundizar

28 En una factura telefónica, las cantidades abonadas se recogen en el siguiente diagrama de sectores:



Ejercicios y problemas

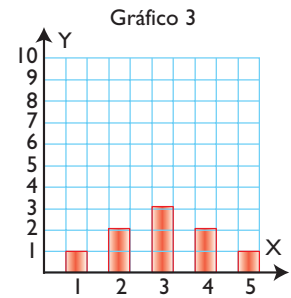
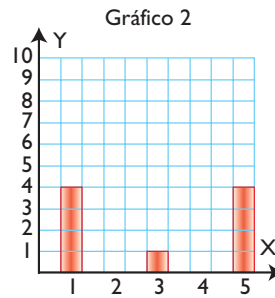
Haz la tabla de frecuencias sabiendo que el total de la factura fueron 40 €

Solución:

Gasto teléfono	%	Cantidad sobre 40 €
Cuota de abono	30	12 €
Metropolitana	40	16 €
Provincial	15	6 €
Internacional	2,5	1 €
Móviles	10	4 €
Internet	2,5	1 €

29 Asocia a cada gráfico un grupo A, B o C cuyos datos se dan en la tabla siguiente:

	A	B	C
\bar{x}	3	3	3
σ	1,79	0	1,1



Solución:

Grupo A con gráfico 2

Grupo B con gráfico 1

Grupo C con gráfico 3

Aplica tus competencias

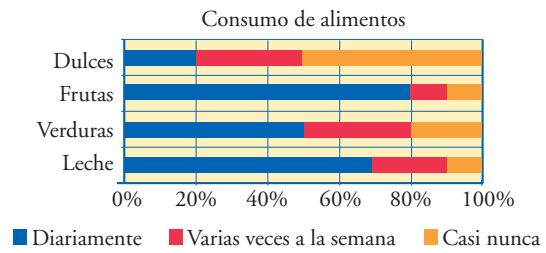
30 Se ha consultado a un grupo de personas sobre la frecuencia de consumo de varios productos alimenticios, obteniéndose los resultados representados en el gráfico siguiente. Haz una tabla de frecuencias.

Se toma $N = 100$, ya que los datos vienen en porcentaje:

	Diariamente	Varias veces por semana	Casi nunca
Leche	70	20	10
Verduras	50	30	20
Frutas	80	10	10
Dulces	20	30	50

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.



Comprueba lo que sabes

- 1** Define carácter estadístico cuantitativo y cualitativo. Pon un ejemplo de cada tipo.

Solución:

Carácter estadístico cualitativo: aquel que indica una cualidad. No se puede contar ni medir.

Carácter estadístico cuantitativo: aquel que indica una cantidad. Se puede contar o medir. Se clasifica en:

- **Cuantitativo discreto:** sus valores son el resultado de un recuento. Solamente puede tomar ciertos valores aislados.
- **Cuantitativo continuo:** sus valores son el resultado de una medida. Puede tomar cualquier valor dentro de un intervalo.

Ejemplo

Entre el alumnado de un centro se puede estudiar:

Caracteres			Valores
Cualitativo		El color preferido	Blanco, rojo, ...
Cuantitativo	Discreto	El nº de libros leídos en un mes	0, 1, 2, 3, ...
	Continuo	El peso	60 kg, 67 kg, ...

- 2** Se ha estudiado la forma de desplazamiento de los habitantes de una ciudad en sus vacaciones, obteniéndose los siguientes resultados:

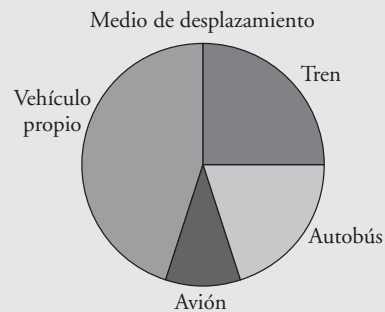
Medio	Vehículo propio	Tren	Autobús	Avión
Frecuencia	45	25	20	10

Haz un diagrama de sectores que recoja los datos e interpreta el resultado.

Solución:

$$\frac{360^\circ}{100} = 3,6^\circ$$

Medio	Frecuencia	Amplitud
Vehículo propio	45	$3,6^\circ \cdot 45 = 162^\circ$
Tren	25	$3,6^\circ \cdot 25 = 90^\circ$
Autobús	20	$3,6^\circ \cdot 20 = 72^\circ$
Avión	10	$3,6^\circ \cdot 10 = 36^\circ$
Total	100	360°



Un 90% de los viajes se hace por carretera, frente a un 10% que se hace en avión. De los viajes por carretera, el 45% se hace en vehículo propio.

- 3** El número de CD que adquirieron el mes pasado los estudiantes de una clase se recoge en la tabla:

Nº de CD	0	1	2	3	4	5
Nº de estudiantes	2	7	8	5	2	1

Calcula la moda, la mediana y la media. Interpreta el resultado.

Solución:

x_i	n_i	N_i	$x_i \cdot n_i$
0	2	2	0
1	7	9	7
2	8	17	16
3	5	22	15
4	2	24	8
5	1	25	5
Total	25		51

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N} = 2,04$$

Moda: 2

Mediana: 2

Los datos se agrupan en torno a 2,04, que casi coincide con la moda y la mediana.

- 4** Los puntos que han conseguido unos jugadores de baloncesto por partido han sido:

Nº de puntos	0 - 4	4 - 8	8 - 12	12 - 16	16 - 20
Nº de jugadores	2	5	6	4	3

Calcula la media y la desviación típica y el coeficiente de variación. Interpreta los resultados.

Solución:

Intervalo	x_i	n_i	$x_i \cdot n_i$	x_i^2	$x_i^2 \cdot n_i$
0 - 4	2	2	4	4	8
4 - 8	6	5	30	36	180
8 - 12	10	6	60	100	600
12 - 16	14	4	56	196	784
16 - 20	18	3	54	324	972
Total		20	204		2 544

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N} = 10,2$$

$$V = \frac{\sum x_i^2 \cdot n_i}{N} - \bar{x}^2 = 23,16$$

$$\sigma = 4,81$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = 0,47 \Rightarrow 47\%$$

Los datos se agrupan en torno a 10,2 puntos, con una dispersión del 47%. Los datos están muy dispersos.

- 5** Se ha realizado un estudio del precio medio de naranjas entre las fruterías de dos barrios, obteniéndose los resultados del margen. Justifica en qué barrio es más homogéneo el precio de las naranjas.

	Media	Desviación típica
Barrio A	3,2	0,16
Barrio B	2,5	0,45

Solución:

	Media	Desviación típica	CV
Barrio A	3,2	0,16	0,05 = 5%
Barrio B	2,5	0,45	0,18 = 18%

El barrio A tiene el precio de las naranjas más homogéneo. Tiene una dispersión del 5%, frente al 18% del precio que hay en el barrio B

Paso a paso

31 En una muestra de personas mayores de 60 años se han obtenido los siguientes datos respecto de su estado marital.

	A	B
1	Estado marital	
2	Datos cualitativos	
3	Variables	Frecuencias
4	x_i	n_i
5	Casados	28
6	Solteros	4
7	Viudos	6
8	Divorciados	2
9	Total	
10	Parámetros de centralización	
11	Moda	

Obtén las medidas de centralización y dispersión que tengan sentido y haz la representación gráfica más idónea. Interpreta los resultados.

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

32 Se ha hecho una encuesta a 40 personas sobre el número de libros leídos el último mes, y se han obtenido los resultados siguientes:

Lectura					
Datos cuantitativos discretos					
Valores	Frecuencias				
x_i	n_i	N_i	$x_i \cdot n_i$	$x_i^2 \cdot 2$	$x_i^2 \cdot n_i$
0	4				
1	12				
2	14				
3	8				
4	2				
Total					
Parámetros de centralización					
Moda					
Mediana					
Media					
Parámetros de dispersión					
Varianza					
Desviación típica					
Coficiente de variación					

Practica

35 Una empresa dedica en inversión publicitaria en distintos medios las siguientes cantidades:

Medio	Dinero (miles €)
Televisión	50
Prensa	38
Radio	9
Otros	23

Obtén los parámetros de centralización y de dispersión que tengan sentido y haz la representación gráfica más idónea. Interpreta el resultado.

Obtén las medidas de centralización y dispersión que tengan sentido y haz la representación gráfica más idónea. Interpreta los resultados.

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

33 Las calificaciones de 28 alumnos de 4º se han organizado en la tabla siguiente:

Calificaciones	Frecuencias
x_i	n_i
0 - 2	1
2 - 4	4
4 - 6	9
6 - 8	8
8 - 10	6

Obtén las medidas de centralización y dispersión que tengan sentido y haz la representación gráfica más idónea. Interpreta los resultados.

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

34 Internet. Abre: www.editorial-bruno.es y elige Matemáticas, curso y tema.

Practica

35 Una empresa dedica en inversión publicitaria en distintos medios las siguientes cantidades:

Medio	Dinero (miles €)
Televisión	50
Prensa	38
Radio	9
Otros	23

Obtén los parámetros de centralización y de dispersión que tengan sentido y haz la representación gráfica más idónea. Interpreta el resultado.

Solución:

	A	B	C	D	E	F	G
1	Publicidad						
2	Datos cualitativos						
3	Variables	Frecuencias					
4	x_i	n_i					
5	Televisión	50					
6	Prensa	38					
7	Radio	9					
8	Otros	23					
9	Total	120					
10	Parámetros de centralización						
11	Moda	Televisión					



Interpretación

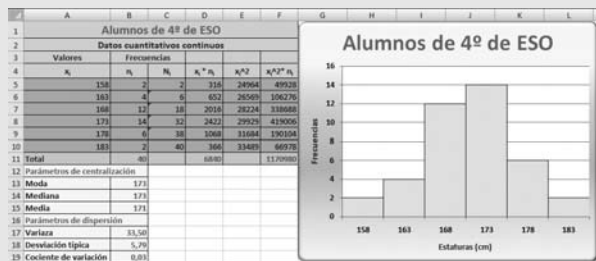
Se gasta casi todo el presupuesto entre Televisión y Prensa.

36 Se han medido las estaturas en centímetros de 40 alumnos de 4º de ESO, obteniendo los siguientes datos:

Intervalo	Frecuencias: n_i
155,5 - 160,5	2
160,5 - 165,5	4
165,5 - 170,5	12
170,5 - 175,5	14
175,5 - 180,5	6
180,5 - 185,5	2

Obtén las medidas de centralización y dispersión que tengan sentido y haz la representación gráfica más idónea. Interpreta los resultados.

Solución:



Interpretación

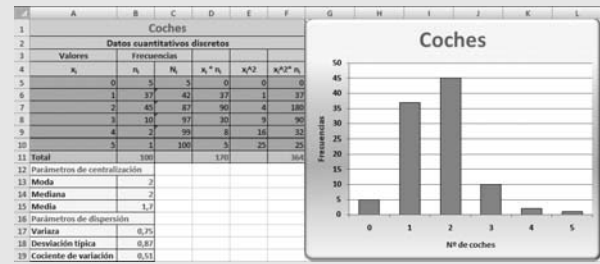
La estatura media es de 171 cm, y como el coeficiente de variación es **0,03**, que es menor que **0,30**, están muy agrupados.

37 En una ciudad se ha realizado un estudio sobre el número de coches que hay por cada familia, y se han obtenido los siguientes datos:

Valores: x_i	Frecuencias: n_i
0	5
1	37
2	45
3	10
4	2
5	1

Obtén las medidas de centralización y dispersión que tengan sentido y haz la representación gráfica más idónea. Interpreta los resultados.

Solución:



Interpretación

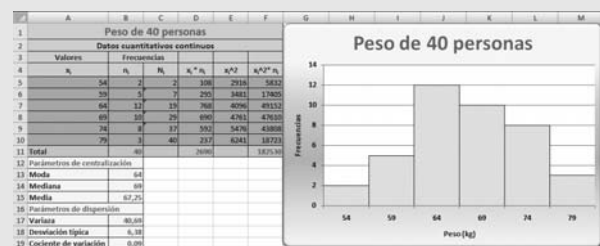
La media es de 1,7 coches por familia, y como el coeficiente de variación es **0,51**, que es mayor que **0,30**, están muy dispersos.

38 El peso de 40 personas se ha distribuido en los siguientes intervalos:

Intervalo	Frecuencias: n_i
51,5 - 56,5	2
56,5 - 61,5	5
61,5 - 66,5	12
66,5 - 71,5	10
71,5 - 76,5	8
76,5 - 81,5	3

Obtén las medidas de centralización y dispersión que tengan sentido y haz la representación gráfica más idónea. Interpreta los resultados.

Solución:



Interpretación

El peso medio es de unos 67 kg, y como el coeficiente de variación es **0,09**, que es menor que **0,30**, están muy agrupados.