

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$.

- a) **(1.7 puntos)** Resuelva la ecuación matricial $C \cdot B \cdot X - 2A \cdot X = A^t$.
- b) **(0.8 puntos)** Analice cuáles de las siguientes operaciones, sin efectuarlas, se pueden realizar y justifique las respuestas: $B \cdot C + 2A$, $A \cdot C + C$, $B^t \cdot C$, $C \cdot B - A$.

EJERCICIO 2

(2.5 puntos) Una fábrica produce entre 1000 y 6000 bombillas al día. El coste diario de producción, en euros, de x bombillas viene dado por la función

$$C(x) = 9000 + 0.08x + \frac{2000000}{x}, \quad \text{con } 1000 \leq x \leq 6000.$$

¿Cuántas bombillas deberían producirse diariamente para minimizar costes? ¿Cuál sería dicho coste?

EJERCICIO 3

El 60% de los jóvenes de una ciudad usa Facebook, el 80% usa WhatsApp y el 4% usa Facebook pero no WhatsApp.

- a) **(0.5 puntos)** Halle el porcentaje de jóvenes de esa ciudad que usa ambas aplicaciones.
- b) **(0.75 puntos)** Calcule el porcentaje de esos jóvenes que usa WhatsApp pero no Facebook.
- c) **(0.75 puntos)** Entre los jóvenes que usan WhatsApp, ¿qué porcentaje usa también Facebook?
- d) **(0.5 puntos)** Los sucesos “usar Facebook” y “usar WhatsApp”, ¿son independientes?

EJERCICIO 4

a) **(1.5 puntos)** La talla de los individuos de una población sigue una distribución Normal con desviación típica 8 cm y media desconocida. A partir de una muestra aleatoria se ha obtenido un intervalo de confianza al 95% para estimar la talla media poblacional, que ha resultado ser (164.86, 171.14) en cm.

Calcule la talla media de la muestra y el tamaño muestral mínimo necesario para reducir a la mitad el error máximo de estimación anterior.

- b) **(1 punto)** En un club privado con 243 usuarios se ha seleccionado una muestra para hacer un sondeo, según la actividad realizada y por muestreo aleatorio estratificado. En esa muestra, 5 usuarios practican Yoga, 7 Pilates y 15 Mantenimiento, ¿cuántos usuarios están inscritos en cada actividad en ese club?

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

(2.5 puntos) Una empresa fabrica dos tipos de agua de colonia, A y B. La colonia A contiene un 5% de extracto de rosas y un 10% de alcohol, mientras que la B se fabrica con un 10% de extracto de rosas y un 15% de alcohol. El precio de venta de la colonia A es de 24 €/litro y el de la B es de 40 €/litro. Se dispone de 70 litros de extracto de rosas y de 120 litros de alcohol. ¿Cuántos litros de cada colonia convendría fabricar para que el importe de la venta de la producción sea máximo?

EJERCICIO 2

Los beneficios de una empresa, en miles de euros, han evolucionado en los 25 años de su existencia según una función del tiempo, en años, dada por la siguiente expresión:

$$B(t) = \begin{cases} 4t & \text{si } 0 \leq t < 10 \\ -\frac{1}{5}t^2 + 8t - 20 & \text{si } 10 \leq t \leq 25 \end{cases}$$

- a) **(1 punto)** Estudie la continuidad y derivabilidad de B en el intervalo $[0, 25]$.
- b) **(1 punto)** Estudie la monotonía de esta función y determine en qué año fueron mayores los beneficios de esta empresa y cuál fue su beneficio máximo.
- c) **(0.5 puntos)** Represente gráficamente esta función.

EJERCICIO 3

De los sucesos A y B de un experimento aleatorio se conocen las siguientes probabilidades:

$$P(A) = 0.4, \quad P(B) = 0.5, \quad P((A \cup B)^c) = 0.1.$$

- a) **(0.75 puntos)** Razone si A y B son sucesos compatibles.
- b) **(0.75 puntos)** Razone si A y B son sucesos independientes.
- c) **(0.5 puntos)** Calcule $P(A \cap B^c)$.
- d) **(0.5 puntos)** Calcule $P(A/B^c)$.

EJERCICIO 4

(2.5 puntos) En un artículo de internet se afirma que el número medio de mensajes de WhatsApp que mandan los jóvenes al día no es inferior a 40.

Para contrastar dicha información se elige una muestra aleatoria de 100 jóvenes y se observa que envían una media de 38 mensajes al día. Se sabe que el número de mensajes enviados diariamente sigue una distribución Normal de desviación típica 2. Con un nivel de significación del 5% plantee un contraste, $(H_0 : \mu \geq 40)$, determine la región de rechazo y concluya si ¿se puede aceptar la afirmación del artículo de internet?