Solución Actividades Tema 7 Gravitación. La Tierra en el Universo

Actividades de la Unidad

3. ¿Por qué hubo que modificar el modelo de Aristóteles? Resume las aportaciones de Ptolomeo al modelo geocéntrico e indica cuáles eran sus inconvenientes.

El problema del modelo de Aristóteles consistía en que no podía explicar con claridad el movimiento de los planetas ni otros fenómenos astronómicos. Para que siguiera siendo válido, Claudio Ptolomeo tuvo que considerar un movimiento complejo de los planetas, introduciendo las **deferentes** y los **epiciclos**. El modelo resultaba enormemente complejo.

4. Describe brevemente el modelo heliocéntrico de Copérnico. ¿Por qué crees que fue aceptado tan rápidamente por los astrónomos de la época?

El modelo de Nicolás Copérnico es un modelo **heliocéntrico** (del griego «helios» que significa «Sol»), según el cual el Sol se encuentra en el centro del universo, y todos los demás astros, como la Tierra, giran a su alrededor. Además, Copérnico consideró que la Luna describía un movimiento de traslación alrededor de la Tierra, y esta un movimiento de rotación alrededor de su eje (como una peonza).
No obstante, mantuvo los epiciclos de Ptolomeo, y la esfera más externa de estrellas fijas. El modelo fue aceptado por los astrónomos de la época, no así por la doctrina eclesiástica, porque era coherente con las observaciones y porque el modelo geocéntrico vigente, además de su complejidad, no lograba explicar todos los fenómenos observados.

8. Calcula la fuerza de atracción entre la Tierra y la Luna a partir de estos datos: m_{Tierra} = 5,97 · 1024 kg; m_{Luna} = 7,4 · 1022 kg; distancia Tierra-Luna = 384 400 km.

Aplicando la ley de la gravitación universal, sustituyendo los datos de que disponemos y considerando que 384 400 km = = 3,844 · 108 m, tendremos:

$$F = G \cdot \frac{m_{tierra} \cdot m_{Luna}}{d^2} =$$

$$= 6,67 \cdot \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5,97 \cdot 10^{24}\,kg \cdot 7,4 \cdot 10^{22}\,kg}{(3,844 \cdot 10^8\,m)^2} = 2 \cdot 10^{20} N$$

10. Calcula, mediante la ley de la gravitación, el peso de una persona de 70 kg de masa en la superficie de la Luna. El radio medio de la Luna es de

1740 km y su masa 7,4·10^{22} kg. ¿Cuánto valdrá la aceleración de la gravedad lunar?

El peso de la persona, o fuerza de atracción gravitatoria que la Luna ejerce sobre ella, se calcula mediante la ley de la gravitación universal, considerando que la distancia entre el centro de la Luna y la persona es R_{Luna} = 1740 km = 1,74 · 10^6 m:

$$F = G \cdot \frac{m_{Luna} \cdot m_{Persona}}{R^2_{Luna}} =$$

$$= 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot \frac{7,4 \cdot 10^{22}\,kg \cdot 70\,kg}{(1,74 \cdot 10^6\,m)^2} = 114,1N$$

La aceleración de la gravedad puede calcularse a partir de la masa de la Luna y su radio, resultando que es aproximadamente 6 veces menor que la gravedad terrestre:

$$g = G \cdot \frac{m_{Luna}}{R^2_{Luna}} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot \frac{7,4 \cdot 10^{22}\,kg}{(1,74 \cdot 10^6\,m)^2} = 1,63\,m/s^2$$

13. Los cálculos que hemos estudiado en este apartado también son válidos para un planeta y sus satélites, sustituyendo las masas por las del planeta y el satélite. Repite los cálculos de las actividades 11 y 12 para averiguar la velocidad orbital de la Luna y su período. Toma los datos necesarios de la actividad 8.

En este caso, la velocidad orbital de la Luna se calcula considerando que la distancia entre la Tierra y la Luna es 3,844 ·10^8 m, y la masa de la Tierra es 5,97 · 10^{24} kg:

$$v_{Luna} = \sqrt{G \cdot \frac{m_{Tierra}}{r}} =$$

$$= \sqrt{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot \frac{5,97 \cdot 10^{24}\,kg}{3,844 \cdot 10^8\,m}} = 1017,8\,m/s$$

$$T_{Luna} = \frac{2\pi \cdot 3,844 \cdot 10^8\,m}{1017,8\,m/s} = 2,37 \cdot 10^6\,s = 27,4\,dias$$

Según nuestros cálculos, la Luna tarda en dar una vuelta alrededor de la Tierra aproximadamente 27,4 días.

14. ¿Cuál es la diferencia entre los satélites geoestacionarios y los no geoestacionarios? ¿Qué ventaja tiene disponer de satélites geoestacionarios para las telecomunicaciones?

Los satélites geoestacionarios se encuentran situados a una altura mucho mayor sobre la superficie terrestre que los no geoestacionarios, de modo que su velocidad orbital les permite mantenerse sobre el mismo punto de la superficie terrestre. Esto supone una gran ventaja para las telecomunicaciones, pues las antenas parabólicas pueden orientarse exactamente a la posición en la que se encuentra el satélite, y recibir la señal que emite sin interrupción.

15. El QuickSCAT es un satélite de la NASA equipado con un rádar de alta frecuencia, que se utiliza para medir la dirección del viento en zonas muy próximas a la superficie del océano, sin que la señal sea interferida por las nubes. Se encuentra en una órbita localizada a 800 km sobre la superficie terrestre:

a) ¿Se trata de un satélite geoestacionario? Justifica tu respuesta.

No. Los satélites geoestacionarios se encuentran situados a alturas muy superiores, del orden de los 35 000 km, en el plano ecuatorial.

b) Calcula la velocidad orbital de este satélite.

La velocidad orbital del satélite será, considerando que su altura sobre la superficie es 800 km = $8 \cdot 10^5$ m:

$$v = \sqrt{G \cdot \frac{m_{Tierra}}{R_{Tierra} + h}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24}\,kg}{6{,}37 \cdot 10^6\,m + 8 \cdot 10^5\,m}} =$$

$$7452{,}3\,m/s = 26828\,km/h$$

c) ¿Cuánto tiempo tarda en completar una vuelta alrededor de la Tierra?

El tiempo que tarda en completar cada vuelta a la Tierra es:

$$t = \frac{2\pi \cdot (R_{Tierra} + h)}{v} = \frac{2\pi \cdot 3{,}1416 \cdot 7{,}17 \cdot 10^6\,m}{7452{,}3\,m/s} = 6045\,s = 1h\ 40'\ 45''$$

Actividades finales

7. Tras años de controversia, acabó finalmente imponiéndose el modelo heliocéntrico frente al modelo geocéntrico, debido, en gran parte, a las aportaciones del físico italiano Galileo Galilei.

a) ¿Cuáles son las principales diferencias entre ambos modelos?

La principal diferencia radica en la ubicación de la Tierra en el universo. El modelo geocéntrico la sitúa en el centro, mientras que el modelo heliocéntrico la considera como un astro más, que gira alrededor del Sol.

b) ¿Durante cuánto tiempo mantuvo su vigencia el modelo geocéntrico?

El modelo geocéntrico fue propuesto por los primeros astrónomos griegos, en el siglo IV a.C., y mantuvo su vigencia hasta aproximadamente el siglo XVI, con lo cual perduró aproximadamente unos 2 000 años.

c) Además de defender el modelo heliocéntrico, ¿qué otras aportaciones relativas a la observación del universo hizo Galileo?

Galileo, provisto de un telescopio de su invención, realizó aportaciones sobre el universo como la existencia de montañas y llanuras en la Luna, las manchas solares, los satélites alrededor de Júpiter, las galaxias formadas por multitud de estrellas, las fases de Venus, etc.

d) ¿Cuál fue la principal adversidad que encontró Galileo en la defensa de su modelo heliocéntrico?

El modelo heliocéntrico no fue fácilmente aceptado. La oposición de la Iglesia de la época, representada por los tribunales de la Inquisición, condenó a Galileo por herejía a ser excomulgado y vivir confinado en su domicilio hasta el día de su muerte. No obstante, siglos más tarde se reconoció el error y se restauró la memoria del físico italiano.

12. Calcula la fuerza de atracción gravitatoria existente entre dos personas de 70 kg y 85 kg de masa, situadas a una distancia de 2 m. ¿Es significativo el valor de la fuerza que has calculado, o podría considerarse despreciable a efectos prácticos?

La fuerza gravitatoria se calcula aplicando la ley de la gravitación universal, resultando un valor totalmente despreciable, de una diezmillonésima de newton:

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2} = 6,67 \cdot \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot 10^{-11} \cdot \frac{70\,kg \cdot 85\,kg}{(2\,m)^2} = 10^{-7}\,N$$

14. Aplica la ley de la gravitación universal en cada uno de los casos que se plantean a continuación, para calcular:

a) La fuerza con que se atraen dos masas de 3 toneladas separadas 10 cm.

En el primer caso, considerando que para ambos cuerpos las masas son de 3000 kg, y que la distancia entre ambos es 0,1 m, la fuerza de atracción gravitatoria será:

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2} = 6,67 \cdot \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot 10^{-11} \cdot \frac{3000\,kg \cdot 3000\,kg}{(0,1m)^2} = 0,06\,N$$

b) La distancia entre dos masas de 4 · 10^7 kg y 7 · 10^6 kg que se atraen con una fuerza de 0,2 N.

En el segundo caso, se calculará la distancia despejando de la expresión anterior:

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2} \quad \rightarrow \quad d^2 = \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{F}$$

$$d = \sqrt{\frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{F}} =$$

$$= \sqrt{\frac{6,67 \cdot \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot 10^{-11} \cdot 4 \cdot 10^7\,kg \cdot 7 \cdot 10^7\,kg}{0,2\,N}} = 306\,m$$

c) La masa que, separada una distancia de 3 m de otra masa de 10 000 kg, ejerce sobre ella una fuerza de atracción de 0,004 N.

Al igual que en caso anterior, es necesario despejar antes de sustituir:

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2} \quad \rightarrow \quad m_2 = \frac{F \cdot d^2}{G \cdot m_1}$$

$$m_2 = \frac{0,04\,N \cdot (3\,m)^2}{6,67 \cdot \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot 10^{-11} \cdot 10000\,kg} = 53973\,kg$$

18. Calcula, aplicando la ley de la gravitación universal, el peso de una masa de 15 kg en la superficie de la Tierra y en la cima del Everest (8 878 m de altura). Recuerda que la masa de la Tierra es 5,97 · 10^{24} kg y que su radio medio es 6370 km.

El peso se calcula como la fuerza gravitatoria que la Tierra ejerce sobre ese objeto de masa 15 kg, aplicando la ley de la gravitación universal.

En el primer caso, la distancia entre el objeto y el centro de la Tierra es: $d = R_{Tierra}$ = = 6 370 km = 6,37 · 10^6 m.

Mientras que en el segundo es: $d = R_{Tierra} + h$ = 6,37 · 10^6 m + 8 878 m = = 6378878 m. Por lo tanto:

• Superficie terrestre:

$$P = F = G \cdot \frac{m_{Tierra} \cdot m}{d^2} = 6,67 \cdot \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5,97 \cdot 10^{24}\,kg \cdot 15\,kg}{(6,37 \cdot 10^6\,m)^2} = 147,2\,N$$

• Cima del Everest:

$$P = F = G \cdot \frac{m_{Tierra} \cdot m}{d^2} = 6,67 \cdot \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5,97 \cdot 10^{24}\,kg \cdot 15\,kg}{(6378878\,m)^2} = 146,8\,N$$

20. Un planeta imaginario posee una masa igual a 0,85 veces la de la Tierra y un radio que es la mitad del de nuestro planeta. ¿Cuánto valdría la aceleración de la gravedad en su superficie?

Suponiendo que no dispongamos de los valores de masa y radio de la Tierra, podemos calcular el valor de la gravedad en ese planeta del siguiente modo:

$$g_{Tierra} = G \cdot \frac{m_{Tierra}}{R^2_{Tierra}} \qquad g_{Planeta} = G \cdot \frac{0,85\,m_{Tierra}}{(0,5\,R_{Tierra})^2}$$

Dividiendo ambas expresiones:

$$\frac{g_{Planeta}}{g_{Tierra}} = \frac{G \cdot \dfrac{0,85\,m_{Tierra}}{0,25\,R^2_{Tierra}}}{G \cdot \dfrac{m_{Tierra}}{R^2_{Tierra}}} = \frac{0,85}{0,25} = 3,4 \qquad \rightarrow \qquad g_{Planeta} = 3,4\,g_{Tierra}$$

En el planeta, la gravedad es 3,4 veces mayor que en la Tierra, es decir, es 33,3 m/s^2.

23. La masa de la Tierra no puede medirse directamente, por lo que debe calcularse a partir de otros datos medibles, como la aceleración de la gravedad, g. Señala qué datos nos hacen falta y realiza el cálculo tomando los valores necesarios.

Si consideramos la expresión de g:

$$g = G \cdot \frac{m_{Tierra}}{R^2_{Tierra}}$$

vemos que, si medimos su valor experimentalmente, sabiendo el radio de la Tierra, podemos calcular su masa. Por lo tanto, necesitamos el valor de g y el radio de la Tierra como datos.

27. Utiliza la velocidad orbital de la Tierra, calculada a partir de la duración del año terrestre y el radio promedio de la órbita de la Tierra, para estimar el valor de la masa del Sol.

Sabemos que la Tierra tarda 365 días en dar una vuelta alrededor del Sol, y que la distancia entre los centros de ambos astros es aproximadamente 150 millones de kilómetros ($1{,}5 \cdot 10^{11}$ m). Si queremos calcular la masa del Sol a partir de estos datos, debemos despejar de la expresión de la velocidad orbital:

$$v_{Tierra} = \sqrt{G \cdot \frac{m_{Sol}}{R}} \qquad \rightarrow \qquad m_{Sol} = \frac{v_{Tierra}^2 \cdot R}{G}$$

Como:

$$v_{Tierra} = \frac{\text{Distancia recorrida}}{\text{Tiempo empleado}} = \frac{2\pi \cdot R}{T} = \frac{2\pi \cdot 1{,}5 \cdot 10^{11}\,m}{365\,dias \cdot \frac{86400\,s}{1dia}} = 29886\,s$$

Entonces:

$$m_{Sol} = \frac{v_{Tierra}^2 \cdot R}{G} = \frac{(29886\,m/s)^2 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{11}\,m}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{N \cdot m^2}{kg^2}} = 2 \cdot 10^{30}\,kg$$

30. Un satélite describe su órbita a 2 500 km de altura sobre la superficie de la Tierra. Calcula su velocidad orbital y su período.

a) ¿Cuántas vueltas dará a la Tierra en un día terrestre?

b) ¿Se trata de un satélite geoestacionario?

Para calcular la velocidad orbital del satélite es necesario considerar que su altura es 2 500 km = $2{,}5 \cdot 10^6$ m.

$$v = \sqrt{G \cdot \frac{m_{Tierra}}{R_{Tierra} + h}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24}\,kg}{6{,}37 \cdot 10^6\,m + 2{,}5 \cdot 10^6\,m}} =$$
$$6700\,m/s = 24121\,km/h$$

El tiempo que tarda en completar cada vuelta a la Tierra o período es:

$$T = \frac{2\pi \cdot (R + h)}{v} = \frac{2\pi \cdot 3{,}1416 \cdot 8{,}87 \cdot 10^6\,m}{6700\,m/s} = 8318\,s = 2\,h\,18'\,38''$$

a) Como un día terrestre equivale a 86 400 s, el satélite realizará un total de:

86 400 s/8 318 s/vuelta = 10,4 vueltas al día.

b) No se trata de un satélite geoestacionario, pues realiza varias traslaciones a la Tierra al cabo de un día (unas 10 vueltas). Los satélites geoestacionarios tienen un período de rotación igual al de la Tierra, es decir, tardan 24 horas en completar una órbita.

31. Se quiere programar un satélite para que realice al día dos vueltas completas a la Tierra a una altura inferior a 10000 km. ¿Esto es posible o la altura debe ser superior a ese valor?

La velocidad del satélite no puede tomar cualquier valor, sino que vendrá determinada por la altura a la que se sitúe. En este caso, deseamos que el satélite describa una rotación cada 12 horas. Una forma de comprobar si es posible, consiste en calcular cuál sería el período de un satélite colocado a esa altura máxima, 10 000 km = 10^7 m:

$$v = \sqrt{G \cdot \frac{m_{Tierra}}{R_{Tierra} + h}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}\,kg}{6,37 \cdot 10^6\,m + 10^7\,m}} = 4932\,m/s$$

$$T = \frac{2\pi \cdot (R + h)}{v} = \frac{2\pi \cdot 3,1416 \cdot 1,637 \cdot 10^7\,m}{4932\,m/s} = 20854\,s = 5\,h\ 47'\,34''$$

Vemos que a una altura de 10000 km el período orbital del satélite sería inferior a 6 h.

Por tanto, no es posible satelizarlo con un período mayor, si no se sitúa a una distancia sobre la superficie terrestre mayor de 10000 km.

39. Una de las misiones enviadas para la exploración de Marte es la sonda Mars Express, de la Agencia Espacial Europea (ESA), que culminó su viaje con éxito el 2 de junio de 2003. Considerando que la distancia más corta entre la Tierra y Marte es de 7,84 · 10^7 km y que la sonda viajó a una velocidad media de 3 km/s, responde a las siguientes cuestiones:

a) ¿Cuánto tiempo tardó la sonda en alcanzar Marte?

Considerando la distancia recorrida, y la velocidad a la que viajó, podemos calcular fácilmente el tiempo empleado en el viaje:

$$t = \frac{s}{v} = \frac{7,84 \cdot 10^7 \, km}{3 \, km/s} = 2,61 \cdot 10^7 \, s = 303 \, dias = 10 \, meses$$

b) ¿Cuál es el principal inconveniente al que se enfrentan las posibles misiones tripuladas a este u otros planetas del sistema solar?

El principal inconveniente radica en que se requiere mucho tiempo para ir y regresar al planeta objeto de la misión, durante el cual los astronautas deben disponer de provisiones y aire. Además, el pasar largas temporadas en el espacio tiene graves repercusiones sobre la salud.

44. Indica si las siguientes afirmaciones sobre el origen del universo son verdaderas o falsas. Justifica tus respuestas:

a) Se estima que el universo se formó hace 15000 años.

Falsa, se estima que el universo se formó hace 15000 millones de años.

b) El big bang es la explosión de toda la materia, que se hallaba concentrada en un punto.

Falsa, el big bang es una «explosión» de una gran cantidad de energía que se hallaba concentrada en un punto. A partir de esa energía, se ha formado toda la materia del universo.

c) Antes del big bang no existían la materia ni el tiempo.

Verdadera, la materia y el tiempo son dos conceptos que surgen tras el big bang.

d) El big bang se apoya en la existencia de una contracción del universo.

Falsa, realmente es lo contrario, es decir, el big bang se apoya en el proceso de expansión continua que sufre el universo.