OPCIÓN A

EJERCICIO 1_A

Sea la matriz $M = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

a) (1'5 puntos) Determine las matrices: $A = M^{-1}$; $B = 2M - M^t$.
b) (1'5 puntos) Resuelva la ecuación: $X\cdot M + B = I_2$.
(M^t indica transpuesta de M; I_2 indica matriz unidad de orden 2)

Solución

Sea la matriz $M = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

a)
Determine las matrices: $A = M^{-1}$; $B = 2M - M^t$.

Como $|M| = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 6 - 2 = 4 \neq 0$, existe su matriz inversa $A = M^{-1} = (1/|M|)\cdot Adj(M^t)$.

$M^t = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$; $Adj(M^t) = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$; $\mathbf{A = M^{-1} =} (1/|M|)\cdot Adj(M^t) \mathbf{= (1/4)\cdot} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$.

$\mathbf{B = 2M - M^t =} 2\cdot\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \mathbf{=} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$.

b)
Resuelva la ecuación: $X\cdot M + B = I_2$.

De $X\cdot M + B = I_2$, tenemos $X\cdot M = I_2 - B$. Como existe M^{-1}, multiplicando la expresión $X\cdot M = I_2 - B$ por la derecha por M^{-1} sale $X\cdot M\cdot M^{-1} = (I_2 - B)\cdot M^{-1} \rightarrow X\cdot I_2 = (I_2 - B)\cdot M^{-1} \rightarrow X = (I_2 - B)\cdot M^{-1}$.

$I_2 - B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$.

Luego $\mathbf{X = (I_2 - B)\cdot M^{-1} =} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}\cdot(1/4)\cdot\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} = (1/4)\cdot\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \mathbf{= (1/4)\cdot} \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -5 & -1 \end{pmatrix}$.

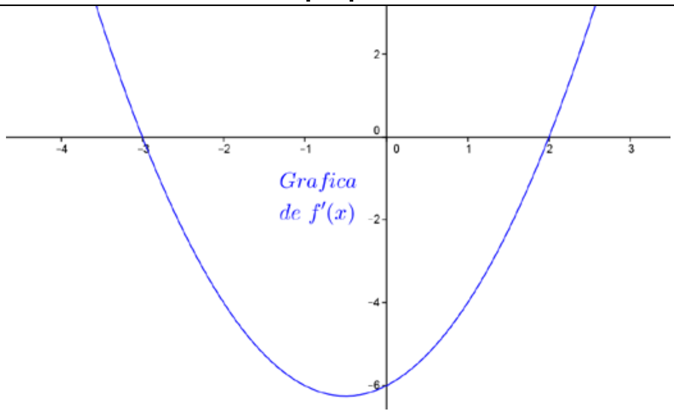
EJERCICIO 2_A

La derivada de una función f definida de R en R es: $f'(x) = x^2 + x - 6$.
a) (1 punto) Determine, si es posible, para qué valores de x alcanza f su máximo y su mínimo relativos.
b) (1 punto) Calcule un punto de inflexión de esta función y determine si es único o pueden existir otros.
c) (1 punto) Sabiendo que f(0) = 3, deduzca razonadamente si es f(1) < 3 o es f(1) > 3.

Solución

La derivada de una función f definida de R en R es: $f'(x) = x^2 + x - 6$.
a) y b)
Determine, si es posible, para qué valores de x alcanza f su máximo y su mínimo relativos.
Calcule un punto de inflexión de esta función y determine si es único o pueden existir otros.

Con los datos dados podemos calcular f'(x), aunque no es necesario.
La gráfica de $f'(x) = x^2 + x - 6$ es la de una parábola con las ramas hacia arriba hacia arriba (∪), porque el nº que multiplica a x^2 es positivo; abscisa de su vértice V en $f'(x) = 0 = 2x + 1 \rightarrow x = -1/2$, es decir su vértice es V(-1/2, f(-1/2)) = V(-1/2,-25/4) = V(-0'5,-6'25). Sus cortes con los ejes son:
Para x = 0, punto (0,-6).
Para $f(x) = 0 = x^2 + x - 6 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 + 4\cdot 6}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2}$, de donde x = -3 y x = 2 → puntos (-3,0) y (2,0).
Un esbozo de la gráfica de la derivada de f'(x) es:



Como f'(x) > 0 en (-∞,-3)∪(2,+∞), por tanto f(x) es estrictamente creciente (↗) en (-∞,-3)∪(2,+∞).

Como f'(x) < 0 en (-3,2), por tanto f(x) es estrictamente decreciente (↘) en (-3,2).

Por definición en x = -3 hay un máximo relativo
Por definición en x = 2 hay un mínimo relativo

Como f'(x) es estrictamente decreciente (↘) en (-∞,-1/2), por tanto f''(x) < 0 en (-∞,-1/2), es decir f(x) es cóncava (∩) en (-∞,-1/2).
Como f'(x) es estrictamente creciente (↗) en (-1/2,+∞), por tanto f''(x) > 0 en (-1/2,+∞), es decir f(x) es convexa (∪) en (-1/2,+∞).
Por definición en x = -1/2 hay un punto de inflexión. Sólo hay un punto de inflexión y no pueden existir otros.
c)
Sabiendo que f(0) = 3, deduzca razonadamente si es f(1) < 3 o es f(1) > 3.

Como f(x) es estrictamente decreciente (↘) en (-3,2) y f(0) = 3, **f(1)** < f(0) **< 3.**

EJERCICIO 3_A
Parte I
La tabla adjunta muestra los resultados de una encuesta realizada entre varias personas con estudios primarios (P), medios (M) y superiores (S), sobre la pregunta de si fuman (F) o no fuman (F^C).

	P	M	S
F	190	120	12
F^C	60	280	138

Según los datos de esta tabla:
a) (0'5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona encuestada con estudios primarios fume? ¿Y si tiene estudios superiores?
b) (0'75 puntos) ¿Son independientes los sucesos "tener estudios superiores" y "no fumar"?
c) (0'75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona encuestada que fume no tenga estudios superiores?

Solución

La tabla adjunta muestra los resultados de una encuesta realizada entre varias personas con estudios primarios (P), medios (M) y superiores (S), sobre la pregunta de si fuman (F) o no fuman (F^C).

	P	M	S
F	190	120	12
F^C	60	280	138

Según los datos de esta tabla:
a)
¿Cuál es la probabilidad de que una persona encuestada con estudios primarios fume? ¿Y si tiene estudios superiores?

Me han dado una **tabla de contingencia** (tabla de doble entrada. La suma de los totales coincide), y después utilizando la definición de probabilidad de Laplace (número de casos favorables partido por número de casos posibles).

Completamos la tabla de contingencia sabiendo que tanto la suma en horizontal como en vertical dan los totales. He puesto en negrita los números que he completado.

	P	M	S	Totales
F	190	120	12	**322**
F^C	60	280	138	**478**
Totales	**250**	**400**	**150**	**800**

a)
¿Cuál es la probabilidad de que una persona encuestada con estudios primarios fume? ¿Y si tiene estudios superiores?

p(Fume/Primarios) = p(A) = $\dfrac{\text{Total fume estudios primarios}}{\text{Total estudios primario}}$ **= 190/250 = 0'76**.

p(Fume/Superiores) = p(A) = $\dfrac{\text{Total fume estudios superiores}}{\text{Total estudios superiores}}$ **= 12/150 = 0'08**.

b)
¿Son independientes los sucesos “tener estudios superiores” y “no fumar”?

Son independientes si $p(S\cap F^C) = p(S)\cdot p(F^C)$

$p(S) = \dfrac{\text{Total superiores}}{\text{Total personas}}$ = 150/800 = 0'1875; $p(F^C) = \dfrac{\text{Total no fuman}}{\text{Total personas}}$ = 478/800 = 0'5975;

$P(S\cap F^C) = \dfrac{\text{Total superiores y no fuman}}{\text{Total personas}}$ = 12/800 = 0'015;

Como $P(S\cap F^C)$ = 0'015 ≠ 0'1875·0'5975 = 0'11203 = $p(S)\cdot p(F^C)$, **los sucesos S y F^C no son independientes.**

c)
¿Cuál es la probabilidad de que una persona encuestada que fume no tenga estudios superiores?

p(No superiores/Fume) = $\dfrac{\text{Total fume y no superiores}}{\text{Total fume}}$ **= (190+120)/322 = 155/161 ≅ 0'9627.**

EJERCICIO 3_A

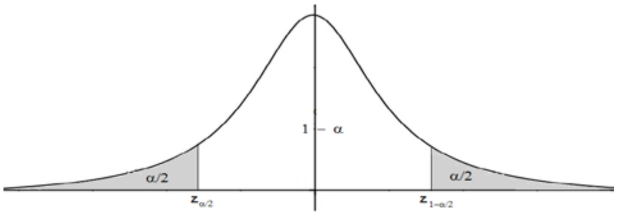
Parte II

(2 puntos) El tiempo de reacción de un automovilista ante un obstáculo inesperado sigue una distribución normal con desviación típica de 0'1 segundos. Deduzca el tamaño con el que ha de tomarse una muestra para tener una confianza del 90% de que el error de estimación del tiempo medio de reacción no supere 0'02 segundos.

Solución

Sabemos que para la media poblacional **μ**, el *estimador* MEDIA MUESTRAL $\overline{X}$, sigue una $N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$, y

generalmente escribimos $\overline{X} \approx N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ o $\overline{X} \to N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$



También sabemos que el intervalo de confianza para estimar la media es:

$$\text{I.C.}(\mu) = \left(\overline{x} - z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = (a,b)$$

donde $z_{1-\alpha/2}$ y $z_{\alpha/2} = -z_{1-\alpha/2}$ *es el punto crítico* de la variable aleatoria Normal tipificada $Z \approx N(0,1)$ que verifica $p(Z \le z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2$

También sabemos que la <u>media</u> es $\overline{x}$ = (a + b)/2, el <u>error máximo</u> de la estimación es E = $z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, para el intervalo de la media. Pero la amplitud del intervalo es b – a = 2· $z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ = 2·E, de donde E = (b – a)/2, *por tanto el* *<u>tamaño mínimo</u>* *de la muestra es n =* $\left(\frac{z_{1-\alpha/2}.\sigma}{E}\right)^2 = \left(\frac{2\cdot z_{1-\alpha/2}.\sigma}{b-a}\right)^2$.

El tiempo de reacción de un automovilista ante un obstáculo inesperado sigue una distribución normal con desviación típica de 0’1 segundos. Deduzca el tamaño con el que ha de tomarse una muestra para tener una confianza del 90% de que el error de estimación del tiempo medio de reacción no supere 0’02 segundos.

Datos del problema: σ = 0’1, E = 0’02, nivel de confianza = 90% = 0’90 = 1 - α, de donde α = 0’10, es decir α/2 = 0’10/2 = 0’05.
De $p(Z \le z_{1-\alpha/2})$ = 1 - α/2 = 1 - 0’05 = 0’95. Mirando en las tablas de la N(0,1) vemos que la probabilidad 0’95 no viene, las más próximas son 0’9495 y 0’9505 que corresponden a 1’64 y 1’65, por tanto $z_{1-\alpha/2}$ es la media de ambos, luego $z_{1-\alpha/2}$ = (1’64 + 1’65)/2 = 1’645, por tanto de $E = z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, tenemos $= \left(\frac{z_{1-\alpha/2}.\sigma}{E}\right)^2 =$

$= = \left(\frac{1'645\cdot 0'1}{0'02}\right)^2$ = 67’65, luego **n = 68**.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1_B

a) (1’5 puntos) El triángulo limitado por las rectas: 2x = 7; 5y – 4x = 11; 2x + 5y = 17, representa la solución de un cierto sistema de inecuaciones lineales. Determine este sistema de inecuaciones.
b) (1 punto) Calcule los puntos del recinto anterior en los que la función F(x,y) = 2x + 7y alcanza sus valores máximo y mínimo.
c) (0’5 puntos) Encuentre dichos valores máximo y mínimo.

Solución

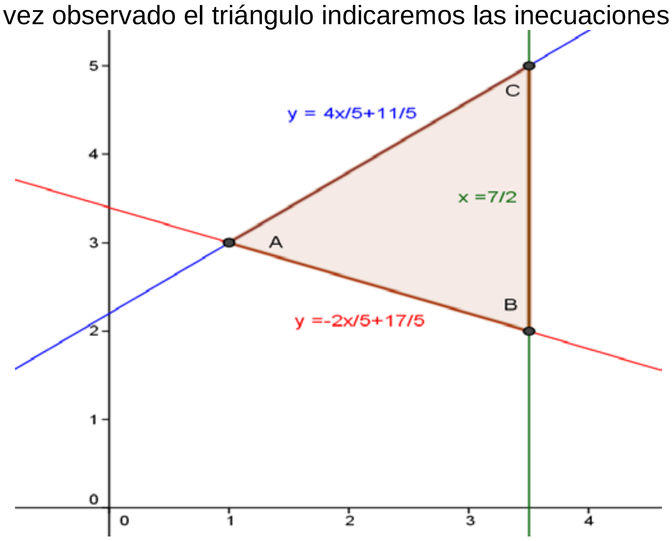
a) b) y c)
El triángulo limitado por las rectas: 2x = 7; 5y – 4x = 11; 2x + 5y = 17, representa la solución de un cierto sistema de inecuaciones lineales. Determine este sistema de inecuaciones.
Calcule los puntos del recinto anterior en los que la función F(x,y) = 2x + 7y alcanza sus valores máximo y mínimo. Encuentre dichos valores máximo y mínimo.

Función Objetivo F(x,y) = 2x + 7y.

Las igualdades 2x = 7; 5y – 4x = 11; 2x + 5y = 17, delimitan un triángulo, que es un recinto cerrado convexo.

Para que nos sea más fácil dibujar las rectas (con dos valores es suficiente), despejamos las “y” y tenemos
x = 7/2; y = 4x/5 + 11/5; y = -2x/5 + 17/5.

Representamos gráficamente las rectas que verifican estas igualdades, y el recinto convexo limitado por las inecuaciones, que será la región factible; en el cual estarán los bordes del recinto delimitado por las inecuaciones dadas. Una vez observado el triángulo indicaremos las inecuaciones lineales.



Observando el gráfico vemos que las inecuaciones son $x \le 7/2$; $y \le 4x/5 + 11/5$; $y \ge -2x/5 + 17/5$, es decir en las originales sería $2x \le 7$; $5y - 4x \le 11$; $2x + 5y \ge 17$

Calculamos los vértices del recinto convexo, resolviendo las ecuaciones las rectas de dos en dos.

De $y = -2x/5+17/5$ e $y = 4x/5+11/5$, tenemos $-2x/5+17/5 = 4x/5+11/5$, es decir $-2x+17 = 4x+11$, luego $6 = 6x$, de donde $x = 1$ e $y = 4(1)/5+11/5 = 3$, y el punto de corte es A(1,3).
De $x = 7/2$ e $y = -2x/5+17/5$, tenemos $y = -2(7/2)/5+17/5 = 2$, y el punto de corte es B(7/2,2).
De $x = 7/2$ e $y = 4x/5+11/5$, tenemos $y = 4(7/2)/5+11/5 = 5$, y el punto de corte es C(7/2,5).

Vemos que el polígono convexo cerrado tiene por vértices los puntos: A(1,3), B(7/2,2) y C(7/2,5).

Calculemos el máximo y el mínimo de la función $F(x,y) = 2x + 7y$ en dicha región convexa.

El Teorema Fundamental de la Programación Lineal afirma que su máximo y mínimo absoluto están en la región acotada convexa, y que estos extremos deben estar situados en algún vértice del recinto, por lo que evaluamos F en los puntos anteriores A(1,3), B(7/2,2) y C(7/2,5). En el caso de que coincidan en dos vértices consecutivos la solución es todo el segmento que los une.

$F(1,3) = 2(1) + 7(3) = 23$; **F(7/2,2)** $= 2(7/2) + 7(2)$ **= 21**; **F(7/2,5)** $= 2(7/2) + 7(5) =$ **42**;

Teniendo en cuenta lo anterior vemos que **el máximo absoluto de la función F en la región es 42** (el valor mayor en los vértices) y **se alcanza en los vértices C(7/2,5), y el mínimo absoluto de la función F en la región es 21** (el menor mayor en los vértices) y **se alcanza en el vértice B(7/2,2).**

EJERCICIO 2_B

Dada la función $f(x) = \begin{cases} -x/4 & \text{si } 0 \le x \le 2 \\ -1/x & \text{si } 2 < x \end{cases}$

a) (1 punto) Dibuje la gráfica de esta función.
b) (2 puntos) Estudie su continuidad, asíntotas, monotonía y extremos.

Solución

Dada la función $f(x) = \begin{cases} -x/4 & \text{si } 0 \le x \le 2 \\ -1/x & \text{si } 2 < x \end{cases}$

a) y b)
Dibuje la gráfica de esta función. Estudie su continuidad, asíntotas, monotonía y extremos

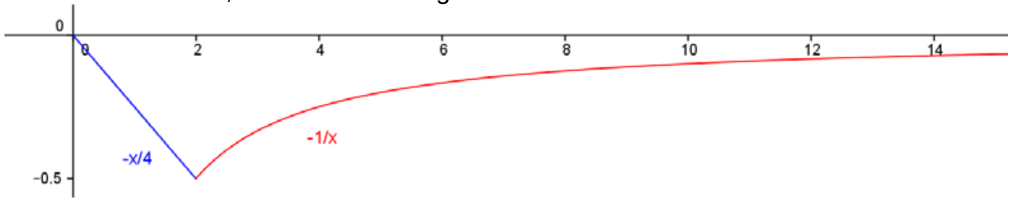
Veamos primero su continuidad.
$-x/4$ es continua y derivable en R, en particular en $0 < x < 2$.
$-1/x$ es continua y derivable en R – {0}, en particular en $x > 2$.

Veamos la continuidad por la derecha en x = 0.
f(x) es continua por la derecha en x = 0 si $f(0) = \lim_{x\to 0+} f(x)$.
$f(0) = \lim_{x\to 0+} f(x) = \lim_{x\to 0+} (-x/4) = -0/4 = 0$, por tanto *f(x) es continua por la derecha en x = 0.*
Veamos la continuidad en x = 2.

f(x) es continua en x = 2 si $f(2) = \lim_{x\to 2-} f(x) = \lim_{x\to 2+} f(x)$.
$f(2) = \lim_{x\to 2-} f(x) = \lim_{x\to 2-} (-x/4) = -2/4 = -1/2$;
$\lim_{x\to 2+} f(x) = \lim_{x\to 2+} (-1/x) = -1/2$, por tanto *f(x) es continua en x = 2*.
Recapitulando **f es continua en $0 \le x < \infty$.**

La gráfica de $-x/4$ $(0 \le x \le 2)$ es un segmento, con pendiente negativa por tanto **f(x) estrictamente decreciente** $(\searrow)$ **en (0,2)**, luego con dos puntos es suficiente para dibujarlo, el (0,0) y el (2,-1/2).
La gráfica de $-1/x$ $(x > 2)$ es un trozo de hipérbola; luego calculando su dominio, asíntotas y monotonía podemos esbozar su gráfica.
Sabemos que las funciones cuyas gráficas son hipérbolas o trozos de hipérbolas tienen una asíntota vertical (A.V.) y una asíntota horizontal (A.H.)
Asíntotas:

El número que anula el denominador es x = 0 (no está en el dominio), verifica $\lim_{x\to 0+}(-1/x) = -1/0^+ = -\infty$, lo cual nos dice que *la recta x = 0 sería es una A.V. de f, y que a la derecha del 0 la gráfica estaría en -* ∞ *.*
Como $\lim_{x\to+\infty}(-1/x) = -1/+\infty = 0$, *la recta y = 0 es una A.H. en* $+\infty$, lo cual nos está indicando que este trozo de hipérbola es estrictamente creciente, con lo cual *no tiene extremos este trozo de hipérbola.*
De $\lim_{x\to+\infty}(f(x) - A.H.) = \lim_{x\to+\infty}(-1/x - 0) = -1/+\infty = 0^-$, tenemos que *f está por debajo de la A.H. y = 0 en* $+\infty$*.*
La monotonía es el estudio de la primera derivada f'(x).
$f(x) = -1/x$; $f'(x) = 1/x^2$
De f'(x) = 0, tenemos 1 = 0, lo cual es absurdo luego *no tiene extremos relativos el trozo de hipérbola*.
Como $f'(3) = 1/3^2 = 1/98 > 0$, **la función f(x) es estrictamente creciente** $(\nearrow)$ **en (2,+ ∞)**
Teniendo en cuenta lo anterior, un esbozo de la gráfica de f es:



Observando la gráfica vemos que **en x = 0 hay un máximo relativo, también absoluto, que vale 0, y que en x = 2 hay un mínimo relativo, también absoluto** y no derivable**, que vale -1/2**.

EJERCICIO 3_B

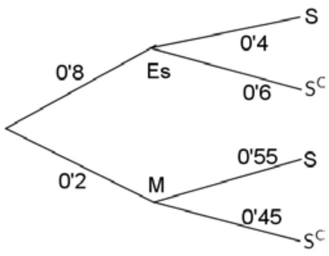
Parte 1

De entre los alumnos que cursan 2º curso del Bachillerato de Ciencias de la Salud, el 80% elige Estadística como optativa y el resto Matemáticas II. No hay alumnos que cursen las dos materias a la vez. El 40% de los alumnos que eligen Estadística supera el curso, mientras que de los que eligen Matemáticas II el 55% supera el curso.
a) (1 punto) Elegido un alumno al azar, calcule la probabilidad de que supere el curso.
b) (1 punto) Si un alumno ha superado el curso, calcule la probabilidad de que haya elegido Estadística.

Solución

De entre los alumnos que cursan 2º curso del Bachillerato de Ciencias de la Salud, el 80% elige Estadística como optativa y el resto Matemáticas II. No hay alumnos que cursen las dos materias a la vez. El 40% de los alumnos que eligen Estadística supera el curso, mientras que de los que eligen Matemáticas II el 55% supera el curso.
a)
Elegido un alumno al azar, calcule la probabilidad de que supere el curso.

Llamamos Es, M, S y S^C, a los sucesos "elige Estadística", "elige Matemáticas II", "supera el curso" y "no supera el curso".
Del problema tenemos p(Es) = 80% = 0'8, p(S/Es) = 40% = 0'4, p(S/M) = 55% = 0'55,..
Todo esto lo vemos mejor en un diagrama de árbol (recordamos que las probabilidades que salen desde un mismo nodo suman 1)



Por el Teorema de la Probabilidad Total
p(supera el curso) = p(S) = p(Es)·p(S/Es) + p(M)·p(S/M) = (0'8)·(0'4) + (0'2)·(0'55) **= 0'43.**
b)
Si un alumno ha superado el curso, calcule la probabilidad de que haya elegido Estadística.

Utilizando la Fórmula de Bayes tenemos:

$$\mathbf{p(Es/S)} = \frac{p(Es \cap S)}{p(S)} = \frac{p(Es)\cdot\left(S^C/Es\right)}{p(S)} = \text{((0'8)·(0'4)) / (0'43)} \mathbf{= 32/43 \cong 0'7442.}$$

EJERCICIO 3_B

Parte 2

(2 puntos) Sea la población {-1, -2, 3, 4}. Forme todas las muestras, sin reemplazamiento, de tamaño 2 y calcule la media y varianza de las medias muestrales, comparando los resultados obtenidos con la media y varianza de la población.

Solución

Sea la población {-1, -2, 3, 4}. Forme todas las muestras, sin reemplazamiento, de tamaño 2 y calcule la media y varianza de las medias muestrales, comparando los resultados obtenidos con la media y varianza de la población.

Población {-1, -2, 3, 4}

Media de la población = μ = (-1+ -2 + 3 + 4)/4 = 4/4 **= 1**.

Varianza de la población = $\boldsymbol{\sigma^2}$ = Σ(elementos - μ)^2/3 = (1/4)·[(-1-1)^2 + (-2-1)^2 + (3-1)^2 + (4-1)^2] =
= (1/4)·(2^2 + 3^2 + 2^2 + 3^2) = 26/4 = 13/2 **= 6'5**

Construyamos la distribución muestral de medias y, para ello, calculamos la media de todas las muestras posibles con reemplazamiento de tamaño 2 que son 16. Los resultados pueden verse en la tabla siguiente:

MUESTRAS																
Elementos	-1 -1	-1 -2	-1 3	-1 4	-2 -1	-2 -2	-2 3	-2 4	3 -1	3 -2	3 3	3 4	4 -1	4 -2	4 3	4 4
Media de la muestra $\overline{x}_i$	-1	-1'5	1	1'5	-1'5	-2	0'5	1	1	0'5	3	3'5	1'5	1	3'5	4

(b)

La distribución muestral de medias puede verse en la tabla que sigue.

x_i	n_i	$n_i . x_i$	$n_i\cdot(x_i)^2$
-2	1	-2	4
-1'5	2	-3	4'5
-1	1	-1	1
0'5	2	1	0'5
1	4	4	4
1'5	2	3	4'5
3	1	3	9
3'5	2	7	24'5
4	1	4	16
$\sum$	**N=16**	**16**	**68**

La media de la distribución muestral de medias (media de las medias muestrales) es:

$\mu = \overline{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{k} x_i n_i}{N} = \dfrac{16}{16}$ = 1. (Coincide media poblacional y media muestral).

La desviación típica de la distribución muestral de medias es:

$\boldsymbol{\sigma_X}^{\mathbf{2}}$ **=** $\dfrac{\sum n_i\cdot(x_i)^2}{N} - \overline{x}^2 = \dfrac{68}{16} - (1)^2 = \dfrac{13}{4}$ **= 3'25.** (*Vemos que* $\sigma_x^2 = \sigma^2/n$, siendo n el tamaño de la muestra, en este caso 2, pues 3'25 = 6'5/2)