

OPCIÓN A**EJERCICIO 1_A**

(3 puntos) Resuelva la siguiente ecuación matricial: $A \cdot X - 2 \cdot B = C$, siendo $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Solución

Resuelva la siguiente ecuación matricial: $A \cdot X - 2 \cdot B = C$, siendo $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Como $|A| = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$ Adjuntos
 primera = $0 - (-1)(-1) + 2(1) = 1 \neq 0$, existe la matriz inversa A^{-1} cuya fórmula es
 fila

$A^{-1} = 1/(|A|) \cdot \text{Adj}(A^t)$, y por tanto el sistema $A \cdot X - 2 \cdot B = C$ tiene solución.

De $A \cdot X - 2 \cdot B = C \rightarrow A \cdot X = 2 \cdot B + C$, y multiplicando la expresión $A \cdot X = 2 \cdot B + C$, por la izquierda por A^{-1} tenemos $A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot (2 \cdot B + C)$, $I_2 \cdot X = A^{-1} \cdot (2 \cdot B + C)$, por tanto $X = A^{-1} \cdot (2 \cdot B + C)$.

Calculamos $A^{-1} = 1/(|A|) \cdot \text{Adj}(A^t)$; $|A| = 1$; $A^t = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\text{Adj}(A^t) = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$, por tanto

$A^{-1} = (1/1) \cdot \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$, $2 \cdot B + C = 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -1 \\ 7 \end{pmatrix}$, luego la matriz

pedida es $X = A^{-1} \cdot (2 \cdot B + C) = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ -1 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -16 \\ 23 \\ 15 \end{pmatrix}$

EJERCICIO 2_A

La gráfica de la función derivada de una función $f(x)$ es una parábola de vértice $(1, -4)$ que corta al eje de abscisas en los puntos $(-1, 0)$ y $(3, 0)$. A partir de la gráfica de f' :

a) (1'75 puntos) Estudie el crecimiento y el decrecimiento de f . ¿Para qué valores de x se alcanzan los máximos y mínimos relativos?

b) (1'25 puntos) Esboce la forma de la gráfica de una función cuya derivada sea la parábola dada.

Solución

La gráfica de la función derivada de una función $f(x)$ es una parábola de vértice $(1, -4)$ que corta al eje de abscisas en los puntos $(-1, 0)$ y $(3, 0)$. A partir de la gráfica de f' :

a)

Estudie el crecimiento y el decrecimiento de f . ¿Para qué valores de x se alcanzan los máximos y mínimos relativos?

Con los datos dados podemos calcular $f'(x)$, aunque no es necesario.

$$f'(x) = ax^2 + bx + c$$

$$V(-b/2a, f(-b/2a)) = V(1, -4)$$

$$\text{De } (1, -4) \rightarrow -4 = a + b + c$$

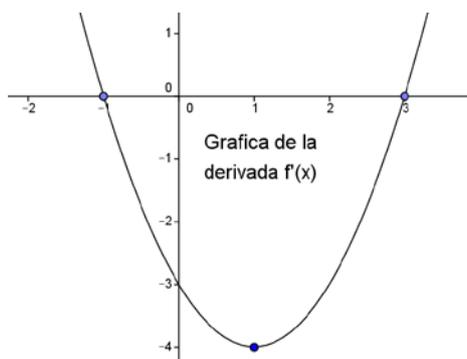
$$\text{De } (-1, 0) \rightarrow 0 = a - b + c$$

$$\text{De } (3, 0) \rightarrow 0 = 9a + 3b + c$$

Se obtiene $a = 1$, $b = -2$ y $c = -3$

$$f'(x) = x^2 - 2x - 3$$

Un esbozo de la gráfica de la derivada de $f'(x)$ donde están señalados los puntos que me han dado es:



Como $f'(x) > 0$ en $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$, por tanto $f(x)$ es estrictamente creciente (\nearrow) en $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$.

Como $f'(x) < 0$ en $(-1, 3)$, por tanto $f(x)$ es estrictamente decreciente (\searrow) en $(-1, 3)$.

Por definición en $x = -1$ hay un máximo relativo

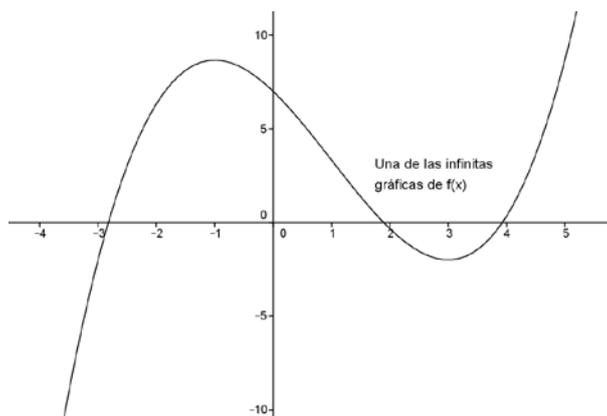
Por definición en $x = 3$ hay un mínimo relativo

Como $f'(x)$ es estrictamente decreciente (\searrow) en $(-\infty, 1)$, por tanto $f''(x) < 0$ en $(-\infty, 1)$, es decir $f(x)$ es cóncava (\cap) en $(-\infty, 1)$.

Como $f'(x)$ es estrictamente creciente (\nearrow) en $(1, +\infty)$, por tanto $f''(x) > 0$ en $(1, +\infty)$, es decir $f(x)$ es convexa (\cup) en $(1, +\infty)$.

Por definición en $x = 1$ hay un punto de inflexión

Una de las infinitas gráficas de $f(x)$ es (recordamos que tiene máximo en $x = -1$, punto de inflexión en $x = 1$ y mínimo en $x = 3$) es:



Mediante técnicas de integración se sabe que $f(x) = x^3/3 - x^2 - 3x + K$, siendo K cualquier número real.

EJERCICIO 3_A

Parte I

Dos cajas, A y B, tienen el siguiente contenido:

La A: 5 monedas de 1 euro y 3 de 10 pesetas.

La B: 4 monedas de 1 euro, 4 de 10 pesetas y 2 de 25 pesetas.

De una de las cajas elegida al azar, se extrae una moneda.

a) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que sea de 1 euro?

b) (1 punto) Si la moneda extraída resulta ser de 10 pesetas, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la caja B?

Solución

Dos cajas, A y B, tienen el siguiente contenido:

La A: 5 monedas de 1 euro y 3 de 10 pesetas.

La B: 4 monedas de 1 euro, 4 de 10 pesetas y 2 de 25 pesetas.

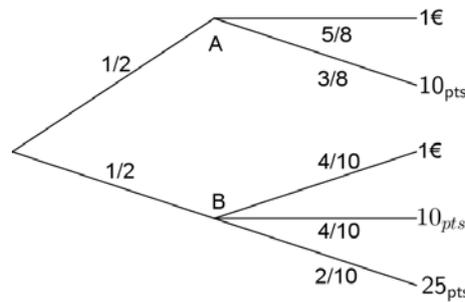
De una de las cajas elegida al azar, se extrae una moneda.

a)

¿Cuál es la probabilidad de que sea de 1 euro?

Llamamos A, B, 1€, 10_{pts} y 25_{pts}, a los sucesos “Elegir la caja A”, “Elegir la caja B”, “sacar una moneda de 1€”, “sacar una moneda de 10pts” y “sacar una moneda de 25pts”.

Del problema tenemos $p(A) = p(B) = 1/2$, $p(1\text{€}/A) = 5/8$, $p(10\text{pts}/A) = 3/8$, $p(1\text{€}/B) = 4/10$, $p(10\text{pts}/B) = 4/10$,... Todo esto lo vemos mejor en un diagrama de árbol (recordamos que las probabilidades que salen desde un mismo nodo suman 1)



Por el Teorema de la Probabilidad Total

$$p(1\text{€}) = p(A) \cdot p(1\text{€}/A) + p(B) \cdot p(1\text{€}/B) = (1/2) \cdot (5/8) + (1/2) \cdot (4/10) = 41/80 = 0'5125.$$

b)

Si la moneda extraída resulta ser de 10 pesetas, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la caja B?

Utilizando el Teorema de la Probabilidad Total y la Fórmula de Bayes tenemos:

$$p(B/10\text{pts}) = \frac{p(B \cap 10\text{pts})}{p(10\text{pts})} = \frac{p(B) \cdot p(10\text{pts}/B)}{p(A) \cdot p(10\text{pts}/A) + p(B) \cdot p(10\text{pts}/B)} = \frac{(1/2) \cdot (4/10)}{(1/2) \cdot (3/8) + (1/2) \cdot (4/10)} = (1/5) / (31/80) = 16/31 \approx 0'51613.$$

EJERCICIO 3_A

Parte II

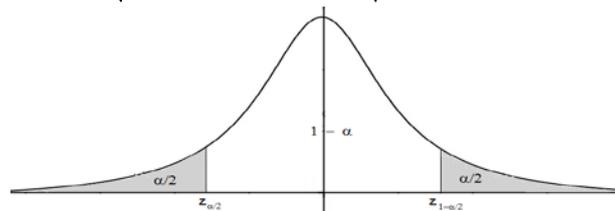
(2 puntos) Se sospecha que el número de unidades que contiene cada dosis de un medicamento no llega a las 10000 que se indican en el envase. Para comprobar que el contenido medio de las dosis es el indicado tomamos, al azar, 100 dosis y determinamos el número de unidades de cada una, obteniendo de media 9940 unidades y de desviación típica 120 unidades.

¿Qué podemos decir sobre la indicación del envase, para un nivel de confianza del 99%?

Solución

Sabemos que para la media poblacional μ , el estimador MEDIA MUESTRAL \bar{X} , sigue una $N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$, y

generalmente escribimos $\bar{X} \approx N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ o $\bar{X} \rightarrow N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$



También sabemos que el intervalo de confianza para estimar la media es:

$$I.C. (\mu) = \left(\bar{x} - z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) = (a, b)$$

donde $z_{1-\alpha/2}$ y $z_{\alpha/2} = -z_{1-\alpha/2}$ es el punto crítico de la variable aleatoria Normal tipificada $Z \approx N(0,1)$ que verifica $p(Z \leq z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2$

También sabemos que la media es $\bar{x} = (a + b)/2$, el error máximo de la estimación es $E = z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, para

el intervalo de la media. Pero la amplitud del intervalo es $b - a = 2 \cdot z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2 \cdot E$, de donde $E = (b - a)/2$,

por tanto el tamaño mínimo de la muestra es $n = \left(\frac{z_{1-\alpha/2} \cdot \sigma}{E} \right)^2 = \left(\frac{2 \cdot z_{1-\alpha/2} \cdot \sigma}{b - a} \right)^2$.

Se sospecha que el número de unidades que contiene cada dosis de un medicamento no llega a las 10000 que se indican en el envase. Para comprobar que el contenido medio de las dosis es el indicado tomamos,

al azar, 100 dosis y determinamos el número de unidades de cada una, obteniendo de media 9940 unidades y de desviación típica 120 unidades.

¿Qué podemos decir sobre la indicación del envase, para un nivel de confianza del 99%?

Datos del problema: $n = 100$, $\bar{x} = 9940$, $\sigma = 120$, nivel de confianza = 99% = 0'99 = $1 - \alpha$, de donde $\alpha = 0'01$, es decir $\alpha/2 = 0'01/2 = 0'005$.

De $p(Z \leq z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2 = 1 - 0'05 = 0'995$. Mirando en las tablas de la $N(0,1)$ vemos que la probabilidad 0'995 no viene, y una de las mas próximas es 0'9951 que corresponde a $z_{1-\alpha/2} = 2'58$, por tanto el intervalo de confianza de la media poblacional es:

$$\text{I.C.}(\mu) = \left(\bar{x} - z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) = \left(9940 - 2'58 \cdot \frac{120}{\sqrt{100}}, 9940 + 2'58 \cdot \frac{120}{\sqrt{100}} \right) \\ = (9909'04, 9970'96).$$

Como el valor 10000 no pertenece al intervalo, el número de unidades que contiene cada dosis de un medicamento no llega a las 10000 que se indican en el envase.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1_B

Sea el conjunto de restricciones siguiente:

$$\left. \begin{array}{l} x + y \leq 9 \\ x - y \leq 0 \\ x + 2y \leq 16 \\ x \geq 0 \end{array} \right\}.$$

- (1 punto) Dibuje la región factible determinada por dichas restricciones.
- (1 punto) Calcule los vértices de dicha región.
- (1 punto) Obtenga los puntos en los que la función objetivo $F(x,y) = x + 2y$ presenta el máximo y el mínimo.

Solución

a) b) y c)

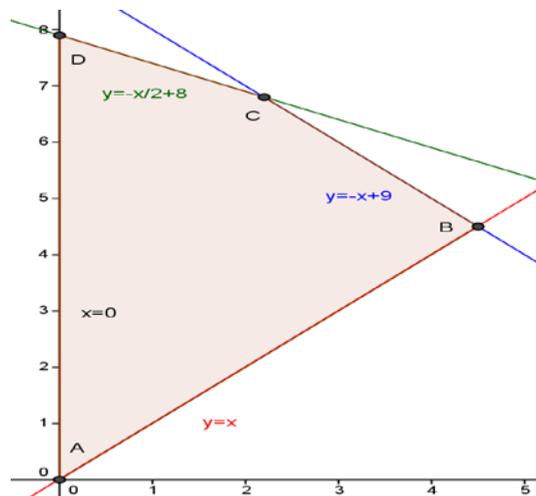
Dibuje la región factible determinada por dichas restricciones $x + y \leq 9$; $x - y \leq 0$; $x + 2y \leq 16$ y $x \geq 0$. Calcule los vértices de dicha región. Obtenga los puntos en los que la función objetivo $F(x,y) = x + 2y$ presenta el máximo y el mínimo.

Función Objetivo **$F(x,y) = x + 2y$** .

Las desigualdades $x + y \leq 9$; $x - y \leq 0$; $x + 2y \leq 16$ y $x \geq 0$, las transformamos en igualdades, y ya sus gráficas son rectas, $x + y = 9$; $x - y = 0$; $x + 2y = 16$ y $x = 0$.

Para que nos sea más fácil dibujar las rectas (con dos valores es suficiente), despejamos las "y" y tenemos $y = -x + 9$; $y = x$; $y = -x/2 + 8$ y $x = 0$.

Representamos gráficamente las rectas que verifican estas igualdades, y el recinto convexo limitado por las inecuaciones, que será la región factible; en el cual estarán los bordes del recinto delimitado por las inecuaciones dadas.



Calculamos los vértices del recinto convexo, resolviendo las ecuaciones las rectas de dos en dos.

De $x = 0$ e $y = x$, tenemos $y = 0$, y el punto de corte es $A(0,0)$

De $y = x$ e $y = -x+9$, tenemos $x = -x+9$, luego $2x = 9$, $x = y = 4'5$, y el punto de corte es $B(4'5,4'5)$

De $y = -x+9$ e $y = -x/2+8$, tenemos $-x+9 = -x/2+8 \rightarrow -2x+18 = -x+16 \rightarrow 2 = x$, luego $y = 7$, y el punto de corte es $C(2,7)$.

De $x = 0$ e $y = -x/2+8$, tenemos $y = 8$, y el punto de corte es $D(0,8)$

Vemos que el polígono convexo cerrado tiene por vértices los puntos: $A(0,0)$, $B(4'5,4'5)$, $C(2,7)$ y $D(0,8)$.

Calculemos el máximo y el mínimo de la función $F(x,y) = x + 2y$ en dicha región convexa.

El Teorema Fundamental de la Programación Lineal afirma que su máximo y mínimo absoluto están en la región acotada convexa, y que estos extremos deben estar situados en algún vértice del recinto, por lo que evaluamos F en los puntos anteriores $A(0,0)$, $B(4'5,4'5)$, $C(2,7)$ y $D(0,8)$. En el caso de que coincidan en dos vértices consecutivos la solución es todo el segmento que los une.

$$F(0,0) = (0) + 2(0) = 0; \quad F(4'5,4'5) = (4'5) + 2(4'5) = 13'5;$$

$$F(2,7) = (2) + 2(7) = 16; \quad F(0,8) = (0) + 2(8) = 16.$$

Teniendo en cuenta lo anterior vemos que **el máximo absoluto de la función F en la región es 16** (el valor mayor en los vértices) y **se alcanza en los vértices $B(2,7)$ y $C(0,8)$, es decir en todo el segmento BC , y el mínimo absoluto de la función F en la región es 0** (el menor mayor en los vértices) y **se alcanza en el vértice $A(0,0)$.**

EJERCICIO 2_B

El consumo de luz (en miles de pesetas) de una vivienda, en función del tiempo transcurrido, nos viene dado por la expresión: $f(t) = -t^2/5 + 2t + 10$; $0 \leq t \leq 12$.

a) (1 punto) ¿En qué periodo de tiempo aumenta el consumo? ¿En cuál disminuye?

b) (1 punto) ¿En qué instante se produce el consumo máximo? ¿Y el mínimo?

c) (1 punto) Represente gráficamente la función.

Solución

El consumo de luz (en miles de pesetas) de una vivienda, en función del tiempo transcurrido, nos viene dado por la expresión: $f(t) = -t^2/5 + 2t + 10$; $0 \leq t \leq 12$.

a)

¿En qué periodo de tiempo aumenta el consumo? ¿En cuál disminuye?

Sabemos que la monotonía nos la dá el estudio de la 1ª derivada

$$f(t) = -t^2/5 + 2t + 10; \quad f'(t) = -2t/5 + 2.$$

De $f'(t) = 0$, tenemos $-2t/5 + 2 = 0$, es decir $t = 5$.

Como $f'(4) = -2(4)/5 + 2 = 2/5 > 0$, $f(t)$ es estrictamente creciente (\nearrow) en $(-\infty, 5)$, en particular en $0 \leq t < 5$.

Como $f'(6) = -2(6)/5 + 2 = -2/5 < 0$, $f(t)$ es estrictamente decreciente en $(5, \infty)$, en particular en $5 < t \leq 12$.

Por definición en $x = 5$ hay un máximo relativo que vale $f(5) = -(5)^2/5 + 2(5) + 10 = 15$.

Luego **el consumo aumenta en el periodo $0 \leq t < 5$, y disminuye en el periodo $5 < t \leq 12$.**

b)

¿En qué instante se produce el consumo máximo? ¿Y el mínimo?

La gráfica de la función $-t^2/5 + 2t + 10$ es un parábola (\cap) con las ramas hacia abajo, pues el n° que multiplica a t^2 es negativo, por tanto el máximo está en el vértice, y la abscisa es la solución de $h'(t) = 0$, que ya lo hemos calculado $V(5,15)$, es decir **el máximo consumo es de 15000 pesetas, y se obtiene en el tiempo $t = 5$.**

Para calcular el mínimo absoluto vemos el valor de la función $f(t)$ en los extremos del intervalo, es decir en $t = 0$ y $t = 12$.

$$f(0) = -(0)^2/5 + 2(0) + 10 = 10.$$

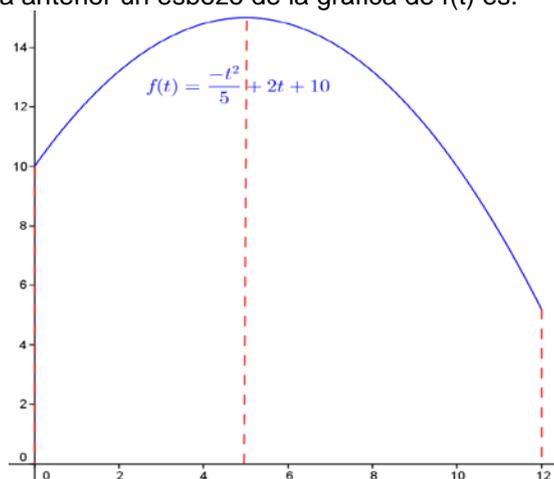
$f(12) = -(12)^2/5 + 2(12) + 10 = 5'2$, es decir **el mínimo consumo es de 5200 pesetas y se obtiene en el tiempo $t = 12$.**

c)

Represente gráficamente la función.

La gráfica de $-t^2/5 + 2t + 10$ es un parábola (\cap) con las ramas hacia abajo, pues el n° que multiplica a t^2

es negativo, hemos visto que el vértice V era $V(5,15)$, y además tenemos los puntos $(0,10)$ y $(12,5'2)$, por tanto teniendo en cuenta la anterior un esbozo de la gráfica de $f(t)$ es:



EJERCICIO 3_B

Parte I

La probabilidad de que un jugador A marque un gol de penalti es de $5/6$, mientras que la de otro jugador B es $4/5$. Si cada uno lanza un penalti,

- (1 punto) Halle la probabilidad de que marque gol uno solo de los dos jugadores.
- (1 punto) Halle la probabilidad de que al menos uno marque gol.

Solución

La probabilidad de que un jugador A marque un gol de penalti es de $5/6$, mientras que la de otro jugador B es $4/5$. Si cada uno lanza un penalti,

- Halle la probabilidad de que marque gol uno solo de los dos jugadores.

Sean A y B los sucesos "el jugador A marca gol de penalti" y "el jugador B marca gol de penalti".

Datos que $p(A) = 5/6$, $p(B) = 4/5$, y como ambos sucesos son independientes $p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B) = (5/6) \cdot (4/5) = 2/3$.

Sabemos que $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$; $p(A/B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)}$; $p(B) = 1 - p(B^c)$; $p(A^c) = 1 - p(A)$

$p(A^c \cap B^c) = \{\text{Ley de Morgan}\} = p(A \cup B)^c = \{\text{suceso contrario}\} = 1 - p(A \cup B)$; $p(A \cap B^c) = p(A) - p(A \cap B)$.

Me piden **$p(\text{marque gol uno solo de los dos jugadores}) = p(A \cap B^c) + p(A^c \cap B) =$**
 $= p(A) - p(A \cap B) + p(B) - p(A \cap B) = 5/6 - 2/3 + 4/5 - 2/3 = 3/10 = 0'3$.

- Halle la probabilidad de que al menos uno marque gol.

Me piden **$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 5/6 + 4/5 - 2/3 = 29/30 \cong 0'96667$** .

EJERCICIO 3_B

Parte II

Una muestra aleatoria de 36 cigarrillos de una marca determinada dio un contenido medio de nicotina de 3 miligramos.

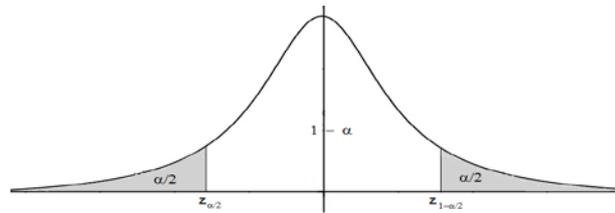
Se sabe que el contenido en nicotina de estos cigarrillos sigue una distribución normal con una desviación típica de 1 miligramo.

- (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que el contenido medio en nicotina de los cigarrillos de esa marca sea superior a 3'2 miligramos?
- (1 punto) Obtenga un intervalo de confianza al 99% para el contenido medio de nicotina de estos cigarrillos.

Solución

Sabemos que para la media poblacional μ , el estimador MEDIA MUESTRAL \bar{X} , sigue una $N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$, y

generalmente escribimos $\bar{X} \approx N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ o $\bar{X} \rightarrow N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$



También sabemos que el intervalo de confianza para estimar la media es:

$$\text{I.C.}(\mu) = \left(\bar{x} - z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) = (a, b)$$

donde $z_{1-\alpha/2}$ y $z_{\alpha/2} = -z_{1-\alpha/2}$ es el punto crítico de la variable aleatoria Normal tipificada $Z \approx N(0,1)$ que verifica $p(Z \leq z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2$

También sabemos que la media es $\bar{x} = (a + b)/2$, el error máximo de la estimación es $E = z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, para

el intervalo de la media. Pero la amplitud del intervalo es $b - a = 2 \cdot z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2 \cdot E$, de donde $E = (b - a)/2$,

por tanto el tamaño mínimo de la muestra es $n = \left(\frac{z_{1-\alpha/2} \cdot \sigma}{E} \right)^2 = \left(\frac{2 \cdot z_{1-\alpha/2} \cdot \sigma}{b - a} \right)^2$.

Una muestra aleatoria de 36 cigarrillos de una marca determinada dio un contenido medio de nicotina de 3 miligramos.

Se sabe que el contenido en nicotina de estos cigarrillos sigue una distribución normal con una desviación típica de 1 miligramo.

a)

¿Cuál es la probabilidad de que el contenido medio en nicotina de los cigarrillos de esa marca sea superior a 3'2 miligramos?

Datos: Datos del problema: $n = 36$, $\bar{x} = 3$, $\sigma = 1$, sabemos que la distribución muestral de medias es

$$\bar{X} \rightarrow N\left(\bar{x}, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(3, \frac{1}{\sqrt{36}}\right) = N\left(3, \frac{1}{6}\right).$$

Me están pidiendo $p(\bar{X} > 3'2) = \{\text{Tipificamos}\} = p\left(Z > \frac{3'2 - 3}{1/6}\right) = p(Z > 1'2) = \{\text{contrario}\} =$

$$= 1 - p(Z \leq 1'2) = 1 - 0'8849 = \mathbf{0'1151}.$$

b)

Obtenga un intervalo de confianza al 99% para el contenido medio de nicotina de estos cigarrillos.

Datos del problema: $\sigma = 1$, $n = 36$, $\bar{x} = 3$, nivel de confianza = 99% = 0'99 = $1 - \alpha$, de donde $\alpha = 0'01$, es decir $\alpha/2 = 0'01/2 = 0'005$.

De $p(Z \leq z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2 = 1 - 0'005 = 0'995$. Mirando en las tablas de la $N(0,1)$ vemos que la probabilidad 0'995 no viene, y que una de las más próximas es 0'9949, que corresponde a $z_{1-\alpha/2} = 2'57$, por tanto el intervalo de confianza pedido es:

$$\text{I.C.}(\mu) = \left(\bar{x} - z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) = \left(3 - 2'57 \cdot \frac{1}{\sqrt{36}}, 3 + 2'57 \cdot \frac{1}{\sqrt{36}} \right) \cong \mathbf{(2'572, 3'428)}.$$