OPCIÓN A

EJERCICIO 1_A

(1'5 puntos) Un autobús transporta 90 viajeros con 3 tarifas diferentes:

1ª: Viajeros que pagan el billete entero, que vale 0'70 euros.
2ª: Estudiantes, con descuento del 50%.
3ª: Jubilados, con descuento del 80%.

Se sabe que el número de estudiantes es 10 veces el de jubilados y que la recaudación total ha sido de 46'76 euros. Plantee, sin resolver, el sistema de ecuaciones necesario para determinar el número de viajeros, de cada tarifa, que va en el autobús.

b) (1'5 puntos) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, determine, si existe, la matriz X que verifique $A\cdot X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

Solución

a) (1'5 puntos) Plantee, sin resolver, un sistema de ecuaciones que dé solución al siguiente problema: Un inversor compró acciones de las empresas A, B y C por un valor total de 20000 euros, invirtiendo en C el doble que en A. Al cabo de un año la empresa A le pagó el 6 % de beneficio, la B el 8% y la C el 10%. Si el beneficio total fue de 1720 euros, ¿qué dinero invirtió en cada empresa?

x = Número de viajeros que pagan el billete entero, que vale 0'70 €.
y = Número de estudiantes, con descuento del 50%.
z = Número de jubilados, con descuento del 80%.

De "un autobús transporta 90 viajeros" $\rightarrow$ x + y + z = 90.
De "el número de estudiantes es 10 veces el de jubilados" $\rightarrow$ y = 10z.
De "la recaudación total ha sido de 46'76 euros" $\rightarrow$ 0'70x + (0'70-0'70·0'50)y + (0'70-0'70·0'80)z = 46'76.

El sistema pedido es: $\begin{cases} x + y + z = 90 \\ y = 10z \\ 0'70x + 0'35y + 0'14z = 46'76 \end{cases}$

b)

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, determine, si existe, la matriz X que verifique $A\cdot X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

La matriz A es una matriz triangular, por tanto du determinante det(a) = |A| es el producto de los elementos de la diagonal principal, luego $|A| = 1 \neq 0$, luego tiene matriz inversa A^{-1} de fórmula $A^{-1} = 1/(|A|)\cdot Adj(A^t)$.

Multiplicando la expresión $A\cdot X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, por la izquierda por A^{-1} tenemos $A^{-1}\cdot A\cdot X = A^{-1}\cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $I_2\cdot X = A^{-1}\cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$,

por tanto $X = A^{-1}\cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$. Calculamos $A^{-1} = 1/(|A|)\cdot Adj(A^t)$.; |A| = 1; $A^t = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $Adj(A^t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, por tanto $\mathbf{A^{-1}} = (1/1)\cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{=} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Por tanto $\mathbf{X} = A^{-1}\cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}\cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \mathbf{=} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$**.**

EJERCICIO 2_A

a) (2 puntos) Determine los valores de a y b para que sea derivable la función

$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx - 3 & \text{si } x \leq 1 \\ 2bx - 4 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

b) (1 punto) Represente gráficamente la función f si a =1 y b = 2.

Solución

a)

Determine los valores de a y b para que sea derivable la función

$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx - 3 & \text{si } x \le 1 \\ 2bx - 4 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

Sabemos que si una función es derivable entonces es continua

$ax^2 + bx - 3$ es una función continua y derivable en R, en particular en $x \le 1$.

$2bx - 4$ es una función continua y derivable en R, en particular en $x > 1$.

Veamos la continuidad y la derivabilidad de f en x = 1.

f(x) es continua en x = 1 si $f(1) = \lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^+} f(x)$.

$f(1) = \lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-} (ax^2 + bx - 3) = a(1)^2 + b(1) - 3 = a + b - 3;$

$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+} (2bx - 4) = 2b(1) - 4 = 2b - 4$. Igualando tenemos **a + b - 3 = 2b - 4.**

De $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx - 3 & \text{si } x \le 1 \\ 2bx - 4 & \text{si } x > 1 \end{cases}$, tenemos $f'(x) = \begin{cases} 2ax + b & \text{si } x \le 1 \\ 2b & \text{si } x > 1 \end{cases}$

f(x) es derivable en x = 1 si $\lim_{x\to 1^-} f'(x) = \lim_{x\to 1^+} f'(x)$, estamos viendo la continuidad de la derivada.

$\lim_{x\to 1^-} f'(x) = \lim_{x\to 1^-} (2ax + b) = 2a(1) + b = 2a + b$; $\lim_{x\to 1^+} f'(x) = \lim_{x\to 1^+} 2b = 2b$. Igualando tenemos **2a + b = 2b**.

Resolvemos el sistema:

a - 3 = b – 4

2a = b, de donde a - 3 = 2a – 4, luego **1 = a** y **b = 2.**

b)

Represente gráficamente la función f si a = 1 y b = 2.

La función es $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x - 3 & \text{si } x \le 1 \\ 4x - 4 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

La gráfica de $x^2 + 2x - 3$ es una parábola con las ramas hacia arriba (∪), porque el nº que multiplica a x^2 es positivo, con abscisa del vértice V en la solución de f'(x) = 0 = 2x + 2, es decir x = -1 y el vértice es el punto V(-1,f(-1)) = V(-1,-4).

Puntos de corte:

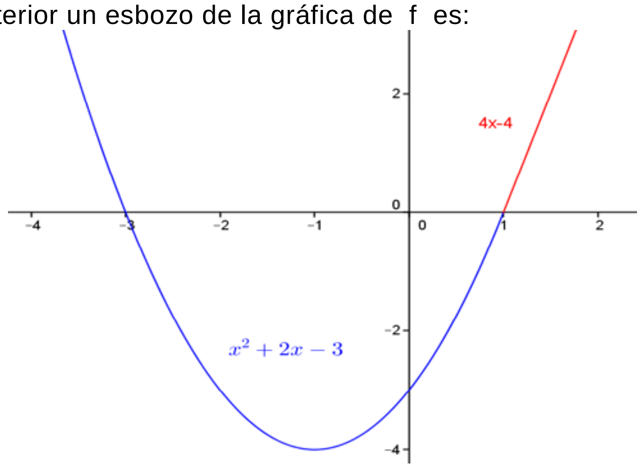
Para x = 0 punto (0,-3)

Para f(x) = 0 $\rightarrow$ $x^2 + 2x - 3 = 0$ $\rightarrow$ $x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{2^2 + 4\cdot 3}}{2} = \dfrac{-2 \pm 4}{2}$, es decir x = 1 y x = -3 es decir los puntos (1,0) y (-3,0). Sólo la dibujamos en x ≤1.

y. Sólo la dibujamos en -1 < x < 1 y vemos que en x = 1 vale 1.

La gráfica de 4x - 4 es una recta que no pasa por el origen, pero sólo la dibujamos a partir de x > 1, es decir una semirrecta. En $x = 1^+$ vale 0.

Teniendo en cuenta lo anterior un esbozo de la gráfica de f es:



EJERCICIO 3_A

Parte I

Se dispone de una baraja española de 40 cartas (10 de oros, 10 de copas, 10 de espadas y 10 de bastos). Se saca una carta, al azar, y, sin devolverla, se saca otra, al azar.

a) (1 punto) Calcule la probabilidad de que ninguna de las dos cartas sea de oros.

b) (1punto) Sabiendo que la 2ª carta extraída ha sido de copas, calcule la probabilidad de que también lo fuera la primera.

Solución

Se dispone de una baraja española de 40 cartas (10 de oros, 10 de copas, 10 de espadas y 10 de bastos). Se saca una carta, al azar, y, sin devolverla, se saca otra, al azar.

a)

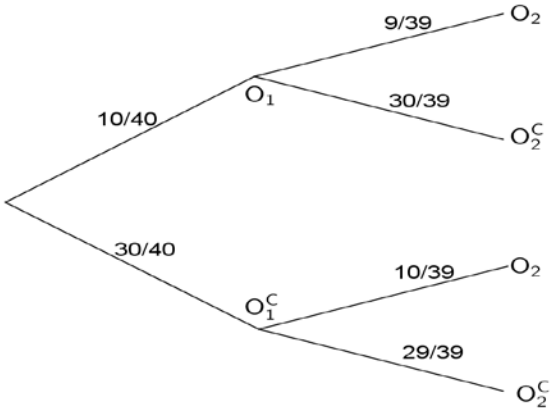
Calcule la probabilidad de que ninguna de las dos cartas sea de oros.

Recordamos que extraer dos cartas es lo mismo que extraer primero una carta y después la otra.

Llamemos O_1, O_2, O_1^C, O_2^C, a los sucesos siguientes, “sacar oros 1ª extracción”, “sacar oros en la 2ª extracción”, “no sacar oros 1ª extracción” y “no sacar oros en la 2ª extracción”, respectivamente.

Datos del problema $p(O_1) = 10/40$; $p(O_2/O_1) = 9/39$.

Todo esto se ve mejor en el siguiente diagrama de árbol (completamos las probabilidades sabiendo que la suma de las que parten de un mismo nodo vale 1).



p(ninguna carta sea de oros) = $p(O_1^C \cap O_2^C) = p(O_1^C) \cdot p(O_2^C/O_1^C) = (3/4) \cdot (29/39)$ **= 29’52 ≅ 0’5577.**

b)

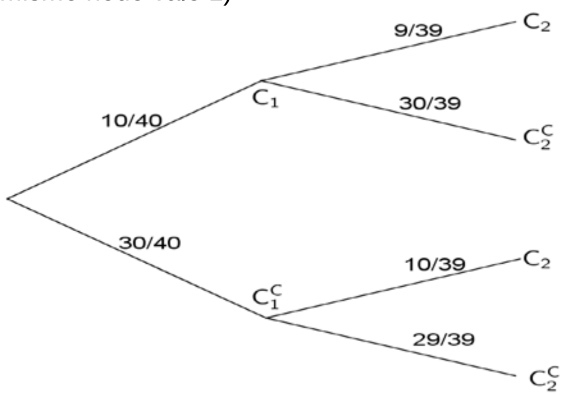
Sabiendo que la 2ª carta extraída ha sido de copas, calcule la probabilidad de que también lo fuera la primera.

Recordamos que extraer dos cartas es lo mismo que extraer primero una carta y después la otra.

Llamemos C_1, C_2, C_1^C, C_2^C, a los sucesos siguientes, “sacar copas 1ª extracción”, “sacar copas en la 2ª extracción”, “no sacar copas 1ª extracción” y “no sacar copas en la 2ª extracción”, respectivamente.

Datos del problema $p(C_1) = 10/40$; $p(C_2/C_1) = 9/39$.

Todo esto se ve mejor en el siguiente diagrama de árbol (completamos las probabilidades sabiendo que la suma de las que parten de un mismo nodo vale 1).



Utilizando la fórmula de Bayes y el Teorema de la probabilidad Total

p(1ª carta copas sabiendo que la 2ª carta extraída ha sido de copas) = $p(C_1/C_2) = \dfrac{p(C_1 \cap C_2)}{p(C_2)} =$

$$= \frac{p(C_1)\cdot p(C_2/C_1)}{p(C_1)\cdot p(C_2/C_1) + p(C_1^C)\cdot p(C_2/C_1^C)} = \frac{(1/4)\cdot(9/39)}{(1/4)\cdot(9/39) + (3/4)\cdot(10/39)}$$ **= 3/13 ≅ 0’2308.**

EJERCICIO 3_A

Parte II

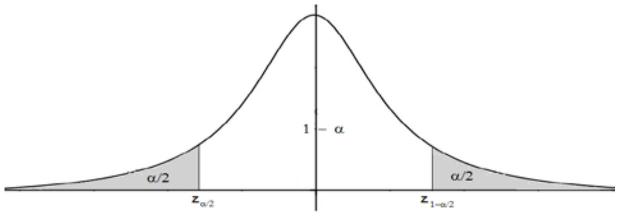
(2 puntos) Para estudiar el gasto mensual en teléfono móvil de los jóvenes de una ciudad se ha elegido una muestra aleatoria de 16 estudiantes, con los resultados siguientes, expresados en euros:

4, 6, 30, 14, 16, 14, 15, 16, 22, 8, 3, 56, 42, 26, 30, 18.

Admitiendo que este gasto mensual sigue una ley Normal con desviación típica 13'78 euros, determine un intervalo de confianza, al 95%, para la media del gasto mensual.

Solución

Sabemos que para la media poblacional **μ**, el *estimador* MEDIA MUESTRAL $\overline{X}$, sigue una N(μ, $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$), y generalmente escribimos $\overline{X} \approx N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ o $\overline{X} \to N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$



También sabemos que el intervalo de confianza para estimar la media es:

$$\text{I.C.}(\mu) = \left(\overline{x} - z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = (a,b)$$

donde $z_{1-\alpha/2}$ y $z_{\alpha/2} = - z_{1-\alpha/2}$ *es el punto crítico* de la variable aleatoria Normal tipificada $Z \approx N(0,1)$ que verifica $p(Z \le z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2$

También sabemos que la <u>media</u> es $\overline{x} = (a + b)/2$, el <u>error máximo</u> de la estimación es E = $z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, para el intervalo de la media. Pero la amplitud del intervalo es b – a = 2· $z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ = 2·E, de donde E = (b – a)/2, por tanto el <u>tamaño mínimo</u> de la muestra es n = $\left(\frac{z_{1-\alpha/2}.\sigma}{E}\right)^2 = \left(\frac{2\cdot z_{1-\alpha/2}.\sigma}{b-a}\right)^2$.

Para estudiar el gasto mensual en teléfono móvil de los jóvenes de una ciudad se ha elegido una muestra aleatoria de 16 estudiantes, con los resultados siguientes, expresados en euros:

4, 6, 30, 14, 16, 14, 15, 16, 22, 8, 3, 56, 42, 26, 30, 18.

Admitiendo que este gasto mensual sigue una ley Normal con desviación típica 13'78 euros, determine un intervalo de confianza, al 95%, para la media del gasto mensual.

Datos del problema: σ = 13'78, n = 16, $\overline{x}$ = (4+6+30+14+16+14+15+16+22+8+3+56+42+26+30+18)/9 = 20, nivel de confianza = 95% = 0'95 = = 1 - α, de donde α = 0'05, es decir $\alpha/2$ = 0'05/2 = 0'025.

De $p(Z \le z_{1-\alpha/2})$ = 1 - $\alpha/2$ = 1 - 0'025 = 0'975. Mirando en las tablas de la N(0,1) vemos que la probabilidad 0'975 viene, y que corresponde a $z_{1-\alpha/2}$ = 1'96, por tanto el intervalo de confianza pedido es:

$$\text{I.C.}(\mu) = \left(\overline{x} - z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(20 - 1'96\cdot\frac{13'78}{\sqrt{16}}, 20 + 1'96\cdot\frac{13'78}{\sqrt{16}}\right)$$ **= (13'2478, 26'7522).**

OPCIÓN B

EJERCICIO 1_B

Una persona desea adelgazar. En la farmacia le ofrecen dos compuestos A y B para que tome una mezcla de ambos en la comida, con las siguientes condiciones:

No debe tomar más de 150 g de la mezcla, ni menos de 50 g.

La cantidad de A debe ser mayor o igual que la de B.

No debe incluir más de 100 g del compuesto A.

Se sabe que cada 100 g de A contienen 30 mg de vitaminas y cada 100 g de B contienen 20 mg de vitaminas.

a) (2 puntos) Formule matemáticamente el conjunto de restricciones, dibuje la región factible y determine sus vértices.

b) (1 punto) ¿Cuántos gramos debe tomar de cada compuesto para obtener el preparado más rico en vitaminas?

Solución

(a) y (b)

"x" = Número de gramos del compuesto A.
"y" = Número de gramos del compuesto B.

Función Objetivo **F(x,y) = 0'03x + 0'02y**. (100 g de A y de B tienen 30 mg y 20 mg de vitaminas).

Restricciones:

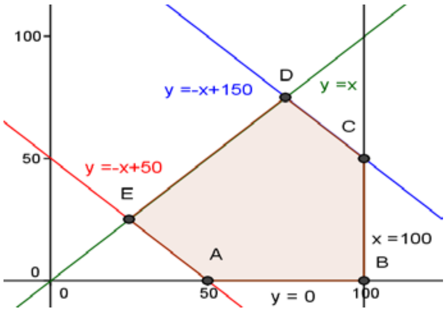
No debe tomar más de 150 g de la mezcla → $x + y \le 150$.
Ni menos de 50 g → $x + y \ge 50$.
La cantidad de A debe ser mayor o igual que la de B. → $x \ge y$.
No debe incluir más de 100 g del compuesto A. → $x \le 100$.
Se supone se fabrica algo del compuesto B. → $y \ge 0$.

Las desigualdades $x + y \le 150$; $x + y \ge 50$; $x \ge y$; $x \le 100$; $y \ge 0$, las transformamos en igualdades, y ya sus gráficas son rectas, $x + y = 150$; $x + y = 50$; $x = y$; $x = 100$; $y = 0$.

Para que nos sea más fácil dibujar las rectas (con dos valores es suficiente), despejamos las "y" y tenemos

$$y = -x + 150; \quad y = -x + 50; \quad y = x; \quad x = 100; \quad y = 0.$$

Representamos gráficamente las rectas que verifican estas igualdades, y el recinto convexo limitado por las inecuaciones, que será la región factible; en el cual estarán los bordes del recinto delimitado por las inecuaciones dadas.



Calculamos los vértices del recinto convexo, resolviendo las ecuaciones las rectas de dos en dos.

De $y = 0$ e $y = -x+50$, tenemos $x = 50$, y el punto de corte es A(50,0)
De $y = 0$ y $x = 100$, tenemos el punto de corte es B(100,0)
De $x = 100$ e $y = -x+150$, tenemos $y = 50$, y el punto de corte es C(100,50)
De $y = x$ e $y = -x+150$, tenemos $x = -x+150 \rightarrow 2x = 150$, luego $x = 75$, y el punto de corte es D(75,75)
De $y = x$ e $y = -x+50$, tenemos $x = -x+50 \rightarrow 2x = 50$, luego $x = 25$, y el punto de corte es E(25,25)

Vemos que el polígono tiene por vértices los puntos: A(50,0), B(100,0), C(100,50), D(75,75) y E(25,25).

Calculemos el máximo de la función F(x,y) = 0'03x + 0'02y en dicha región.

El Teorema Fundamental de la Programación Lineal afirma que su máximo y mínimo absoluto están en la región acotada, y que estos extremos deben estar situados en algún vértice del recinto, por lo que evaluamos F en los puntos anteriores A(50,0), B(100,0), C(100,50), D(75,75) y E(25,25). En el caso de que coincidan en dos vértices consecutivos la solución es todo el segmento que los une.

F(50,0)=0'03(50)+0'02(0)=1'5; F(100,0) = 0'03(100) + 0'02(0) = 3; **F(100,50)** = 0'03(100) + 0'02(50) **= 4**;
F(75,75) = 0'03(75) + 0'02(75) = 3'75; F(25,25) = 0'03(25) + 0'02(25) = 1'25;

Teniendo en cuenta lo anterior vemos que **el máximo absoluto de la función F en la región es 4** (el valor mayor en los vértices) y **se alcanza en el vértice C(100,50), es decir el máximo para tomar el preparado más rico en vitaminas, que es 4, tiene que tener 100 mg del compuesto A y 50 mg del compuesto B**.

EJERCICIO 2_B

Sea la función $f(x) = -x^3 + 3x$.
a) (0'75 puntos) Determine sus puntos de corte con los ejes de coordenadas.
b) (1'5 puntos) Represéntela gráficamente.
c) (0'75 puntos) Obtenga las ecuaciones de las dos rectas tangentes a la gráfica de la función que tienen pendiente cero y diga cuáles son los puntos de tangencia.

Solución

Sea la función $f(x) = -x^3 + 3x$.

a)

Determine sus puntos de corte con los ejes de coordenadas.

Cortes con los ejes:

Para $x = 0$, $f(0) = -(0)^3 + 3(0) = 0$. Punto (0,0)

Para $f(x) = 0$, $-x^3 + 3x = 0 = x(-x^2 + 3)$, de donde $x = 0$ y $x^2 = 3$, es decir $x = 0$, $x = +\sqrt{3}$ y $x = -\sqrt{3}$. Puntos de corte (0,0), $(+\sqrt{3}, 0)$ y $(-\sqrt{3}, 0)$.

b)

Represéntela gráficamente.

$f(x) = -x^3 + 3x$ es un cúbica, como ya tenemos los puntos de corte estudiamos su monotonía y ya podemos dibujarla

$f(x) = -x^3 + 3x$; $f'(x) = -3x^2 + 3$

De $f'(x) = 0 \rightarrow -3x^2 + 3 = 0 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$, de donde las soluciones son $x_1 = -1$ y $x_2 = 1$, que son los posibles extremos relativos.

Como $f'(-2) = -3(-2)^2 + 3 = -9 < 0$, **f es estrictamente decreciente** $(\searrow)$ **en $(-\infty,1)$.**

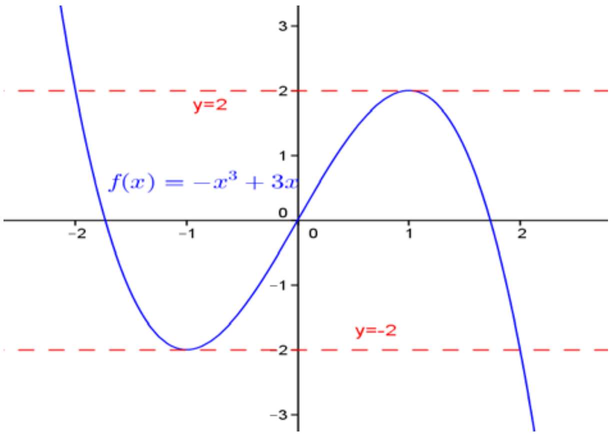
Como $f'(0) = -3(0)^2 + 3 = 3 > 0$, **f es estrictamente creciente** $(\nearrow)$ **en $(-1,1)$.**

Como $f'(2) = -3(2)^2 + 3 = -9 < 0$, **f es estrictamente decreciente** $(\searrow)$ **en $(1,+\infty)$.**

Por definición **en x = -1 hay un mínimo relativo** que vale **f(-1)** $= -(-1)^3 + 3(-1)$ **= -2.**

Por definición **en x = 1 hay un máximo relativo** que vale **f(1)** $= -(1)^3 + 3(1)$ **= 2.**

Un esbozo del trozo de cúbica es:



c)

Obtenga las ecuaciones de las dos rectas tangentes a la gráfica de la función que tienen pendiente cero y diga cuáles son los puntos de tangencia.

Si la pendiente es cero, las rectas son horizontales de la forma y = nº. En nuestro caso estas rectas se encuentran en el máximo y el mínimo relativo de la función, es decir **las rectas tangentes con pendiente nula son y = 2 e y = -2, y se encuentran en los puntos (-1,-2) y (1,2)**; respectivamente mínimo y máximo relativo de la función.

$g(x) = \frac{2}{x} + L(x)$; $g(x) = \frac{-2}{x^2} + \frac{1}{x} \rightarrow g(1) = 2/1 + L(1) = 2$ y $g'(1) = -2/1 + 1/1 = -1$,

y **la recta tangente pedida es $y - 2 = -1\cdot(x - 1) = -x + 1$, es decir $y = -x + 3$.**

EJERCICIO 3_B

Parte I

Juan y Pedro juegan a obtener la puntuación más alta lanzando sus dados. El dado de Juan tiene cuatro caras con la puntuación 5 y las otras dos caras con el 1.

El dado de Pedro tiene dos caras con el 6, otras dos con el 4 y las otras dos con el 1.

a) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que gane Pedro?
b) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de empatar?

Solución

Juan y Pedro juegan a obtener la puntuación más alta lanzando sus dados. El dado de Juan tiene cuatro caras con la puntuación 5 y las otras dos caras con el 1.
El dado de Pedro tiene dos caras con el 6, otras dos con el 4 y las otras dos con el 1.

a)
¿Cuál es la probabilidad de que gane Pedro?

Llamamos j_J y j_P al suceso salir nº j_J y j_P en el dado de Juan y en el dado de Pedro.
Dado de Juan = $\{5_J, 5_J, 5_J, 5_J, 1_J, 1_J\}$. Vemos que $p(5_J) = 4/6$ y $p(1_J) = 2/6$
Dado de Pedro = $\{6_P, 6_P, 4_P, 4_P, 1_P, 1_P\}$. Vemos que $p(6_P) = 2/6$, $p(4_P) = 2/6$ y $p(1_P) = 2/6$

Los experimentos lanzar el dado Juan y Pedro son independientes el uno del otro.
A = gana Pedro = puntuación más alta en Pedro = $\{6_P - 5_J, 6_P - 1_J, 4_P - 1_J\}$.
P(A) = $p(6_P - 5_J) + p(6_P - 1_J) + p(4_P - 1_J) = p(6_P)\cdot p(5_J) + p(6_P)\cdot p(1_J) + p(4_P)\cdot p(1_j) =$
$= (2/6)\cdot(4/6) + (2/6)\cdot(2/6) + (2/6)\cdot(2/6)$ **= 4/9.**

b)
¿Cuál es la probabilidad de empatar?

Empatan si ambos sacan un uno.
p(empatar) = $p(1_P - 1_J) = p(1_P)\cdot p(1_j) = (2/6)\cdot(2/6)$ **= 1/9**.

EJERCICIO 3_B

Parte II

(2 puntos) La edad de los niños que van a un parque sigue una ley Normal de media 8 años y desviación típica 2’1 años. En un momento determinado hay 25 niños en ese parque. ¿Cuál es la probabilidad de que la edad media de ese grupo esté entre 8’5 y 9 años?

Solución

Sabemos que para la media poblacional **μ**, el *estimador* MEDIA MUESTRAL $\overline{X}$, sigue una $N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$, y

generalmente escribimos $\overline{X} \approx N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ o $\overline{X} \to N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$

Trabajamos en una normal N(0,1), para lo cual tenemos que tipificar la variable en la distribución muestral de medias, es decir $Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$

La edad de los niños que van a un parque sigue una ley Normal de media 8 años y desviación típica 2’1 años. En un momento determinado hay 25 niños en ese parque. ¿Cuál es la probabilidad de que la edad media de ese grupo esté entre 8’5 y 9 años?

Datos del problema: Distribución de la población $\to$ N(μ;σ) = N(8; 2’1); **μ = 8**; **σ = 2’1**; n = 25.

La distribución de las medias muestrales es $\overline{X} \to N(\mu; \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) = N(8; \frac{2'1}{\sqrt{25}})$ **= N(8;0’42).**

Me están pidiendo la probabilidad “$p(8'5 \le \overline{X} \le 9)$”

Luego $p(8'5 \le \overline{X} \le 8)$ = {tipificamos} = $p(\frac{8'5 - 8}{0'42} \le Z \le \frac{9 - 8}{0'42}) \cong p(1'19 \le Z \le 2'38) =$

$= p(Z \le 2'38) - p(Z \le 1'19)$ = {Mirando en la tabla} = 0’9913 – 0’8830 **= 0’1083**.