OPCIÓN A

EJERCICIO 1_A

(3 puntos) Una empresa fabrica sofás de dos tipos, A y B, por los que obtiene un beneficio, por unidad, de 1500 y 2000 euros, respectivamente.
Al menos se deben fabricar 6 sofás del tipo A y 10 del tipo B, por semana, y además, el número de los del tipo A no debe superar en más de 6 unidades al número de los del B.
¿Cuántas unidades de cada tipo se deben fabricar semanalmente para obtener beneficio máximo, si no se pueden fabricar más de 30 sofás semanalmente?

Solución

"x" = Número de sofás del tipo A.
"y" = Número de t sofás del tipo B.
Función Objetivo **F(x,y) = 1500x + 2000y**. (Beneficio, por unidad, de 1500 y 2000 €, respectivamente).

Restricciones:

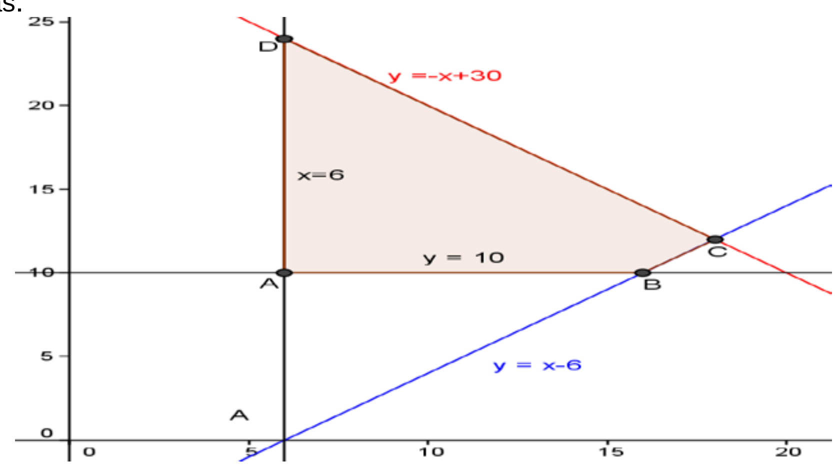
Al menos se deben fabricar 6 sofás del tipo A y 10 del tipo B → $x \geq 6$; $y \geq 10$
El número del tipo A no debe superar en más de 6 unidades a los del B → $x \leq y + 6$.
No se pueden fabricar más de 30 sofás semanalmente. → $x + y \leq 30$

Las desigualdades $x \geq 6$; $y \geq 10$; $x \leq y + 6$; $x + y \leq 30$, las transformamos en igualdades, y ya sus gráficas son rectas, $x = 6$; $y = 10$; $x = y + 6$; $x + y = 30$.

Para que nos sea más fácil dibujar las rectas (con dos valores es suficiente), despejamos las "y" y tenemos

$x = 6$; $y = 10$; $y = x - 6$; $y = -x + 30$

Representamos gráficamente las rectas que verifican estas igualdades, y el recinto convexo limitado por las inecuaciones, que será la región factible; en el cual estarán los bordes del recinto delimitado por las inecuaciones dadas.



Calculamos los vértices del recinto convexo, resolviendo las ecuaciones las rectas de dos en dos.

De $x = 6$ e $y = 10$, tenemos el punto de corte es A(6,10)
De $y = 10$ e $y = x - 6$, tenemos $x = 16$, y el punto de corte es B(16,10)
De $x = x - 6$ e $y = -x + 30$, tenemos $x-6 = -x+30$, es decir $2x = 36$, luego $x = 18$ e $y = 12$, y el punto de corte es C(18,12)
De $y = -x+30$ y $x = 6$; tenemos $y = 24$, y el punto de corte es D(6,24)

Vemos que el polígono tiene por vértices los puntos: A(6,10), B(16,10), C(18,12) y D(6,24).

Calculemos el máximo de la función F(x,y) = 1500x + 2000y en dicha región.

El Teorema Fundamental de la Programación Lineal afirma que su máximo y mínimo absoluto están en la región acotada, y que estos extremos deben estar situados en algún vértice del recinto, por lo que evaluamos F en los puntos anteriores A(6,10), B(16,10), C(18,12) y D(6,24). En el caso de que coincidan en dos vértices consecutivos la solución es todo el segmento que los une.

F(6,10) = 1500(6) + 2000(10) = 29000; F(16,10) = 1500(16) + 2000(10) = 44000;
F(18,12) = 1500(18) + 2000(12) = 51000; **F(6,24)** = 1500(6) + 2000(24) **= 57000**;

Teniendo en cuenta lo anterior vemos que **el máximo absoluto de la función F en la región es 57000** (el valor mayor en los vértices) y **se alcanza en el vértice D(6,24), es decir el máximo ingreso es de 57000 € y se alcanza fabricando 6 sofás del tipo A de escayola y 24 sofás del tipo B**.

EJERCICIO 2_A

Los beneficios esperados de una inmobiliaria en los próximos 5 años vienen dados por la función

$$B(t) = t^3 - 9t^2 + 24t. \ (\text{ t indica el tiempo, en años, } 0 \le t \le 5 \text{ }).$$

a) (2 puntos) Represente la evolución del beneficio esperado en función del tiempo.
b) (1 punto) En ese periodo, ¿cuándo será máximo el beneficio esperado?

Solución

Los beneficios esperados de una inmobiliaria en los próximos 5 años vienen dados por la función

$$B(t) = t^3 - 9t^2 + 24t. \ (\text{ t indica el tiempo, en años, } 0 \le t \le 5 \text{ }).$$

a)
Represente la evolución del beneficio esperado en función del tiempo.

Sabemos que los extremos relativos anulan la 1ª derivada, pero como nos piden la gráfica vamos a estudiar la monotonía de B, es decir su 1ª derivada entre 0 y 5.

$B(t) = t^3 - 9t^2 + 24t$; $B'(t) = 3t^2 - 18t + 24$

De $B'(t) = 0 \rightarrow 3t^2 - 18x + 24 = 0 \rightarrow t^2 - 6t + 8 = 0 \rightarrow t = \dfrac{6 \pm \sqrt{6^2 - 4\cdot 8}}{2} = \dfrac{6 \pm 2}{2}$, de donde las soluciones son $x_1 = 4$ y $x_2 = 2$, que son los posibles extremos relativos.

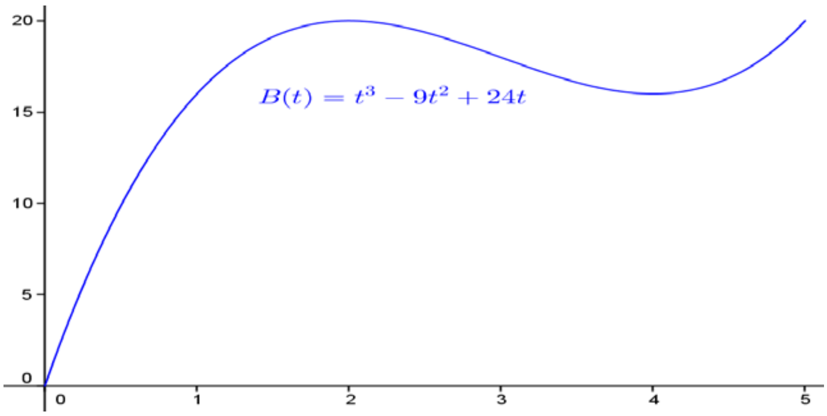
Como $B'(1) = 3(1)^2 - 18(1) + 24 = 9 > 0$, **f es estrictamente creciente** $(\nearrow)$ **en (0,2).**

Como $B'(3) = 3(3)^2 - 18(3) + 24 = -3 < 0$, **f es estrictamente decreciente** $(\searrow)$ **en (2,4).**

Como $B'(4'5) = 3(4'5)^2 - 18(4'5) + 24 = 3'75 > 0$, **f es estrictamente creciente** $(\nearrow)$ **en (4,5).**

Por definición **en t = 2 hay un máximo relativo** que vale **B(2)** $= (2)^3 - 9(2)^2 + 24(2)$ **= 20.**
Por definición **en t = 4 hay un mínimo relativo** que vale **B(4)** $= (4)^3 - 9(4)^2 + 24(4)$ **= 16.**

Para representar la función calculamos sus valores en t = 0 y t = 5.
$B(0) = (0)^3 - 9(0)^2 + 24(0) = 00$ y $B(5) = (5)^3 - 9(5)^2 + 24(5) = 20$.
Un esbozo del trozo de cúbica es:



b)
En ese periodo, ¿cuándo será máximo el beneficio esperado?

Sabemos que el máximo absoluto se suele encontrar en los valores que anulan la 1ª derivada B'(t) = 0 (t = 2 y t = 4) y los extremos del intervalo (t = 0 y t = 5).
Como B(2) = B(5) = 20, el **máximo absoluto de beneficios es 20 y se alcanza en los años 2 y 5.**

EJERCICIO 3_A

<u>Parte I</u>

En un curso, el porcentaje de aprobados en Lengua es del 65% y en Filosofía del 50%.
Se sabe que la probabilidad p(F/L) = 0'7 , siendo F y L los sucesos "aprobar Filosofía" y "aprobar Lengua", respectivamente.

a) (1 punto) Calcule p(L/F).
b) (1 punto) Halle la probabilidad de no aprobar ninguna de las dos asignaturas.

Solución

En un curso, el porcentaje de aprobados en Lengua es del 65% y en Filosofía del 50%.
Se sabe que la probabilidad p(F/L) = 0'7 , siendo F y L los sucesos "aprobar Filosofía" y "aprobar Lengua", respectivamente.
a)
Calcule p(L/F).

Sabemos que $p(A\cup B) = p(A) + p(B) - p(A\cap B)$; $p(A/B) = \dfrac{p(A\cap B)}{p(B)}$; $p(B) = 1 - p(B^C)$; A y B son independientes si $p(A\cap B) = p(A)\cdot p(B)$; $p(A\cap B^C) = p(A) - p(A\cap B)$, $p(A^C\cap B^C)$ = {ley de Morgan} = $p(A\cup B)^C$ = = {suceso contrario} = $1 - p(A\cup B)$

Datos: p(L) = 65% = 0'65, p(F) = 50% = 0'5 y p(F/L) = 0'7.

De p(F/L) = 0'7 = $\dfrac{p(F\cap L)}{p(L)}$, tenemos $p(F\cap L)$ = 0'7·p(L) = 0'7·0'65 = 0'455.

Luego **p(L/F)** = $\dfrac{p(L\cap F)}{p(F)}$ = (0'455)/(0'5) **= 0'91.**

b)
Halle la probabilidad de no aprobar ninguna de las dos asignaturas.

Calculamos $p(F\cup F)$ = p(L) + p(F) - $p(L\cap F)$ = 0'65 + 0'5 – 0'455 = 0'695;
p(no aprobar ninguna) = p(noL y noF) = $p(L^C\cap F^C)$ = {ley de Morgan} = $p(L\cup F)^C$ = {suceso contrario} = = 1 - $p(L\cup F)$ = 1 – 0'695 **= 0'305.**

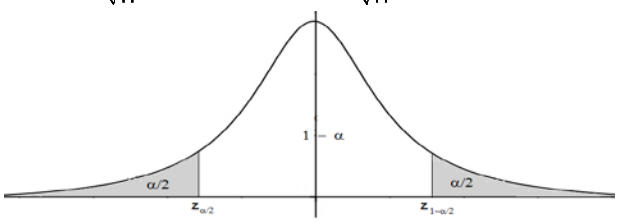
EJERCICIO 3_A

Parte II

a) (1 punto) Se sabe que la desviación típica de los salarios de una población es 205 euros. Determine un intervalo, con el 90% de confianza, para el salario medio de la población, sabiendo que el salario medio correspondiente a una muestra de 2500 personas ha sido de 1215 euros.
b) (1 punto) Elegida otra muestra grande, cuya media ha sido 1210 euros, se ha obtenido, con un 95% de confianza, el intervalo (1199'953, 1220'045). ¿Cuál es el tamaño de esta muestra?

Solución

Sabemos que para la media poblacional **μ**, el *estimador* MEDIA MUESTRAL $\overline{X}$, sigue una $N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$, y generalmente escribimos $\overline{X} \approx N(\mu , \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ o $\overline{X} \to N(\mu , \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$



También sabemos que el intervalo de confianza para estimar la media es:

$$I.C.\ (\mu) = \left(\overline{x} - z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = (a,b)$$

donde $z_{1-\alpha/2}$ y $z_{\alpha/2} = - z_{1-\alpha/2}$ *es el punto crítico* de la variable aleatoria Normal tipificada $Z \approx N(0,1)$ que verifica $p(Z \le z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2$

También sabemos que la *<u>media</u>* *es* $\overline{x}$ *= (a + b)/2, el* *<u>error máximo</u>* *de la estimación es E =* $z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$*, para el intervalo de la media. Pero la amplitud del intervalo es b – a = 2·* $z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ *= 2·E, de donde E = (b – a)/2, por tanto el* *<u>tamaño mínimo</u>* *de la muestra es n =* $\left(\frac{z_{1-\alpha/2}.\sigma}{E}\right)^2 = \left(\frac{2\cdot z_{1-\alpha/2}.\sigma}{b - a}\right)^2$.

a)
Se sabe que la desviación típica de los salarios de una población es 205 euros. Determine un intervalo, con el 90% de confianza, para el salario medio de la población, sabiendo que el salario medio correspondiente a una muestra de 2500 personas ha sido de 1215 euros.

Datos del problema: σ = 205; n = 2500, $\overline{x}$ = 1215, nivel de confianza = 90% = 0’90 = 1 - α, de donde α = = 0’10, es decir α/2 = 0’10/2 = 0’05.

De p(Z ≤ $z_{1-\alpha/2}$) = 1 - α/2 = 1 - 0’05 = 0’95. Mirando en las tablas de la N(0,1) vemos que la probabilidad 0’95 no viene, y que una de las más próximas es 0’9495 que corresponde a $z_{1-\alpha/2}$ = 1’64, por tanto el intervalo de confianza pedido es:

$$\text{I.C.}(\mu) = \left(\overline{x} - z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(1215 - 1'64\cdot\frac{205}{\sqrt{2500}}, 1215 + 1'64\cdot\frac{205}{\sqrt{2500}}\right) =$$

$$\mathbf{= (1208'276,\ 1221'724).}$$

b)
Elegida otra muestra grande, cuya media ha sido 1210 euros, se ha obtenido, con un 95% de confianza, el intervalo (1199’953, 1220’045). ¿Cuál es el tamaño de esta muestra?

Datos del problema: σ = 205, E ≤ b – a = 1220’045 - 1199’953 = 20’092, nivel de confianza = 95% = 0’95 = = 1 - α, de donde α = 0’05, es decir α/2 = 0’05/2 = 0’025.

De p(Z ≤ $z_{1-\alpha/2}$) = 1 - α/2 = 1 - 0’025 = 0’975. Mirando en las tablas de la N(0,1) vemos que la probabilidad 0’975 viene, y que corresponde a $z_{1-\alpha/2}$ = 1’96.

De $n \geq \left(\frac{z_{1-\alpha/2}.\sigma}{E}\right)^2 = \left(\frac{2\cdot z_{1-\alpha/2}.\sigma}{b - a}\right)^2 = \left(\frac{2\cdot 1'96\cdot 205}{20'092}\right)^2$ = 1599’9815, tenemos que **el tamaño mínimo es n = 1600**.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1_B

a) (1’5 puntos) Plantee, sin resolver, un sistema de ecuaciones que dé solución al siguiente problema: Un inversor compró acciones de las empresas A, B y C por un valor total de 20000 euros, invirtiendo en C el doble que en A. Al cabo de un año la empresa A le pagó el 6 % de beneficio, la B el 8% y la C el 10%. Si el beneficio total fue de 1720 euros, ¿qué dinero invirtió en cada empresa?

b) (1’5 puntos) Resuelva la ecuación $\begin{vmatrix} 1 & 3 & -5 \\ 4 & 2+x & x \\ -1 & 1 & -3 \end{vmatrix} = 0.$

Solución

a) (1’5 puntos) Plantee, sin resolver, un sistema de ecuaciones que dé solución al siguiente problema: Un inversor compró acciones de las empresas A, B y C por un valor total de 20000 euros, invirtiendo en C el doble que en A. Al cabo de un año la empresa A le pagó el 6 % de beneficio, la B el 8% y la C el 10%. Si el beneficio total fue de 1720 euros, ¿qué dinero invirtió en cada empresa?

x = precio de acciones de la empresa A.
y = precio de acciones de la empresa B.
z = precio de acciones de la empresa C.

De “compró acciones de las empresas A, B y C por un valor total de 20000 euros” $\rightarrow$ x + y + z = 20000.
De “invirtiendo en C el doble que en A” $\rightarrow$ z = 2x.
De “la empresa A le pagó el 6 % de beneficio, la B el 8% y la C el 10%. Si el beneficio total fue de 1720 euros” $\rightarrow$ 0’06x + 0’08y + 0’1z =1720.

El sistema pedido es: $\left\{\begin{array}{ccc} x + y + z & = & 20000 \\ z & = & 2x \\ 0'06x + 0'08y + 0'1z & = & 1720 \end{array}\right.$

b)
Resuelva la ecuación $\begin{vmatrix} 1 & 3 & -5 \\ 4 & 2+x & x \\ -1 & 1 & -3 \end{vmatrix} = 0.$

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & -5 \\ 4 & 2+x & x \\ -1 & 1 & -3 \end{vmatrix} \begin{matrix} \\ F_2 - 4\cdot F_1 \\ F_3 + F_1 \end{matrix} = \begin{vmatrix} 1 & 3 & -5 \\ 0 & -10+x & 20+x \\ 0 & 4 & -8 \end{vmatrix} \begin{matrix} \\ \\ C_3 + 2\cdot C_1 \end{matrix} = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & -10+x & 3x \\ 0 & 4 & 0 \end{vmatrix} \begin{matrix} \text{Adjuntos} \\ \text{primera} \\ \text{Columna} \end{matrix} = 1\cdot(0 - 12x) = -12x = 0,$$ de donde **x = 0.**

EJERCICIO 2_B

Sea la función $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x-3} & \text{si } x \le 4 \\ x^2 - 9x + 21 & \text{si } x > 4 \end{cases}$

a) (1'5 puntos) Estudie su continuidad y derivabilidad.
b) (1'5 puntos) Represente gráficamente la función y determine máximos y mínimos relativos, si los hubiere, así como el crecimiento y decrecimiento.

Solución

Sea la función $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x-3} & \text{si } x \le 4 \\ x^2 - 9x + 21 & \text{si } x > 4 \end{cases}$

a)
Estudie su continuidad y derivabilidad.

Sabemos que si una función es derivables es continua, pero si no es continua tampoco es derivable.

$\dfrac{1}{x-3}$ es continua y derivable en R – {3}, en particular en $(-\infty,4) - \{3\}$.

$x^2 - 9x + 21$ es continua y derivable en R, en particular en $(4,+\infty)$.

Veamos la continuidad y la derivabilidad de f en x = 4.
f(x) es continua en x = 4 si $f(4) = \lim_{x\to 4^-} f(x) = \lim_{x\to 4^+} f(x)$.

$f(4) = \lim_{x\to 4^-} f(x) = \lim_{x\to 4^-} \dfrac{1}{x-3} = 1$;

$\lim_{x\to 4^+} f(x) = \lim_{x\to 4^+} (x^2 - 9x + 21) = (4)^2 - 9(4) + 21 = 1$, por tanto **f(x) es continua en x = 1**.

Recapitulando **f es continua en R – {3}**.

De $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x-3} & \text{si } x \le 4 \\ x^2 - 9x + 21 & \text{si } x > 4 \end{cases}$, tenemos $f'(x) = \begin{cases} \dfrac{-1}{(x-3)^2} & \text{si } x < 4 \\ 2x - 9 & \text{si } x > 4 \end{cases}$

f(x) es derivable en x = 4 si $\lim_{x\to 4^-} f'(x) = \lim_{x\to 4^+} f'(x)$, estamos viendo la continuidad de la derivada.

$\lim_{x\to 4^-} f'(x) = \lim_{x\to 4^-} \dfrac{-1}{(x-3)^2} = -1$; $\lim_{x\to 4^+} f'(x) = \lim_{x\to 4^+} (2x - 9) = -1$. Como los resultados coinciden, **f(x) es derivable en x = 4.**

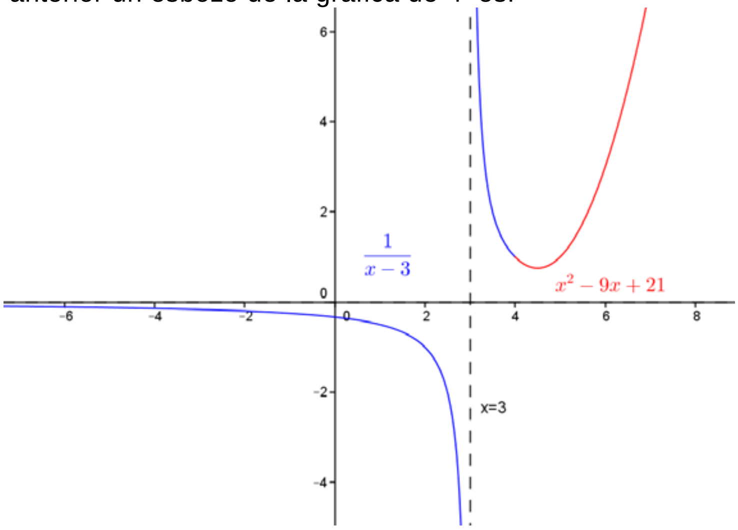
Recapitulando **f es derivable en R – {3}.**

b)
Represente gráficamente la función y determine máximos y mínimos relativos, si los hubiere, así como el crecimiento y decrecimiento.

La gráfica de $\dfrac{1}{x-3}$ es una hipérbola que tiene por asíntota vertical x = 3, porque $\lim_{x\to 3^-} \dfrac{1}{x-3} = 1/0^- = -\infty$, además $\lim_{x\to 3^+} \dfrac{1}{x-3} = 1/0^+ = +\infty$, y como asíntota horizontal y = 0, porque $\lim_{x\to\infty} \dfrac{1}{x-3} = 1/\infty = 0$. También sabemos que pasa por el punto (4,1). Con los datos anteriores y sabiendo la posición relativa de la hipérbola respecto a la asíntota vertical podemos esbozar su gráfica. Sólo la dibujaremos en $(-\infty,4)$

La gráfica de $x^2 - 9x + 21$ es una parábola con vértice de abscisa $f'(x) = 0 = 2x-9 \to x = 4'5$, es decir vértice en V(4'5, f(4'5)) = V(4'5,0'75), las ramas hacia arriba (∪), porque el nº que multiplica a x^2 es positivo, por tanto no corta al eje OX. Sólo la dibujamos en x > 4.

Teniendo en cuenta lo anterior un esbozo de la gráfica de f es:



Viendo la gráfica observamos que:

f(x) es estrictamente decreciente $(\searrow)$ en (-∞,4'5) – {3}.

f(x) es estrictamente creciente $(\nearrow)$ en (4'5,∞).

Por definición **x = 4'5 es un mínimo relativo que vale f(4'5) = 0'75**.

EJERCICIO 3_B

Parte I

Sea el experimento aleatorio consistente en lanzar 3 veces una moneda y observar el resultado.
a) (0'8 puntos) Escriba el espacio muestral asociado y las probabilidades de los sucesos elementales.
b) (1'2 puntos) Sean los sucesos A: "obtener al menos una cara", B: "obtener cara en solo uno de los tres lanzamientos". Calcule p(A) y p(B). ¿Son independientes A y B?

Solución

Sea el experimento aleatorio consistente en lanzar 3 veces una moneda y observar el resultado.
a)
Escriba el espacio muestral asociado y las probabilidades de los sucesos elementales.

Sabemos que al lanzar 3 vec es una moneda hay 2·2·2 = 8 casos posibles.
Llamamos "C" y "X" a los sucesos "salir cara" y "salir cruz".
Espacio muestral = E = {CCC, CCX, CXC, XCC, CXX, XCX, XXC, XXX }. Hay 8 casos.

Las probabilidades de los sucesos elementales son:
p(CCC) = p(CCX) = p(CXC) = p(XCC) = p(CXX) = p(XCX) = p(XXC) = p(XXX) = 1/8
b)
Sean los sucesos A: "obtener al menos una cara", B: "obtener cara en solo uno de los tres lanzamientos". Calcule p(A) y p(B). ¿Son independientes A y B?

A = "obtener al menos una cara" = { CCC, CCX, CXC, XCC, CXX, XCX, XXC}, luego **p(A) = 7/8.**

B = "obtener cara en solo uno de los tres lanzamientos" = {CXX, XCX, XXC}, luego **p(B) = 3/8.**
A y B son independientes si p(A∩B) = p(A)·p(B).
A∩B = {CXX, XCX, XXC}, luego p(A∩B) = 3/8 ≠ (7/8)·(3/8), por tanto **no son independientes.**

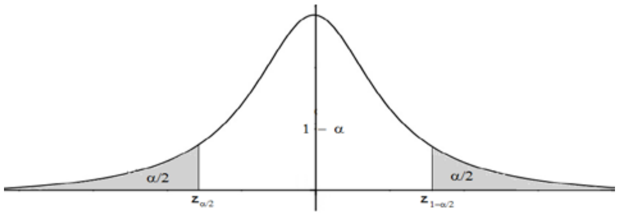
EJERCICIO 3_B

Parte II

El perímetro craneal de una población de varones adultos sigue una ley Normal con desviación típica 4 cm.
a) (1'5 puntos) Obtenga un intervalo de confianza, al 95%, para el perímetro craneal medio, sabiendo que una muestra aleatoria de 100 individuos de esa población tiene una media de 57 cm.
b) (0'5 puntos) Con el mismo nivel de confianza, si se aumenta el tamaño de la muestra, razone si aumenta, disminuye o no varía la amplitud del intervalo.

Solución

Sabemos que para la media poblacional **μ**, el *estimador* MEDIA MUESTRAL $\overline{X}$, sigue una N(μ, $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$), y generalmente escribimos $\overline{X} \approx N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ o $\overline{X} \to N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$



También sabemos que el intervalo de confianza para estimar la media es:

$$\text{I.C. }(\mu) = \left(\overline{x} - z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = (a,b)$$

donde $z_{1-\alpha/2}$ y $z_{\alpha/2} = - z_{1-\alpha/2}$ *es el punto crítico* de la variable aleatoria Normal tipificada $Z \approx N(0,1)$ que verifica $p(Z \leq z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2$

También sabemos que la media es $\overline{x} = (a + b)/2$*, el error máximo de la estimación es* $E = z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$*, para el intervalo de la media. Pero la amplitud del intervalo es* $b - a = 2 \cdot z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2 \cdot E$*, de donde* $E = (b - a)/2$*, por tanto el tamaño mínimo de la muestra es* $n = \left(\frac{z_{1-\alpha/2} \cdot \sigma}{E}\right)^2 = \left(\frac{2 \cdot z_{1-\alpha/2} \cdot \sigma}{b - a}\right)^2$.

El perímetro craneal de una población de varones adultos sigue una ley Normal con desviación típica 4 cm.

a)

Obtenga un intervalo de confianza, al 95%, para el perímetro craneal medio, sabiendo que una muestra aleatoria de 100 individuos de esa población tiene una media de 57 cm.

Datos del problema: $\sigma = 4$; $n = 100$, $\overline{x} = 57$, nivel de confianza = 95% = 0'95 = 1 - α, de donde α = 0'05, es decir $\alpha/2$ = 0'05/2 = 0'025.

De $p(Z \leq z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2$ = 1 - 0'025 = 0'975. Mirando en las tablas de la N(0,1) vemos que la probabilidad 0'975 viene, y que corresponde a $z_{1-\alpha/2}$ = 1'96, por tanto el intervalo de confianza pedido es:

$$\text{I.C.}(\mu) = \left(\overline{x} - z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(57 - 1'96 \cdot \frac{4}{\sqrt{100}}, 57 - 1'96 \cdot \frac{4}{\sqrt{100}}\right)$$ **= (56'215, 57'784).**

b)

Con el mismo nivel de confianza, si se aumenta el tamaño de la muestra, razone si aumenta, disminuye o no varía la amplitud del intervalo.

La amplitud del intervalo es $b - a = 2 \cdot z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, y sabemos que una división disminuye si aumenta el denominador (tocan a menos), **como el tamaño de la muestra n está en el denominador, y es mayor de 1, a medida que aumenta n disminuye la amplitud.**