OPCIÓN A

EJERCICIO 1_A

(3 puntos) Una fábrica produce dos tipos de relojes: de pulsera, que vende a 90 euros la unidad, y de bolsillo, que vende a 120 euros cada uno. La capacidad máxima diaria de fabricación es de 1000 relojes, pero no puede fabricar más de 800 de pulsera ni más de 600 de bolsillo. ¿Cuántos relojes de cada tipo debe producir para obtener el máximo ingreso? ¿Cuál sería dicho ingreso?

Solución

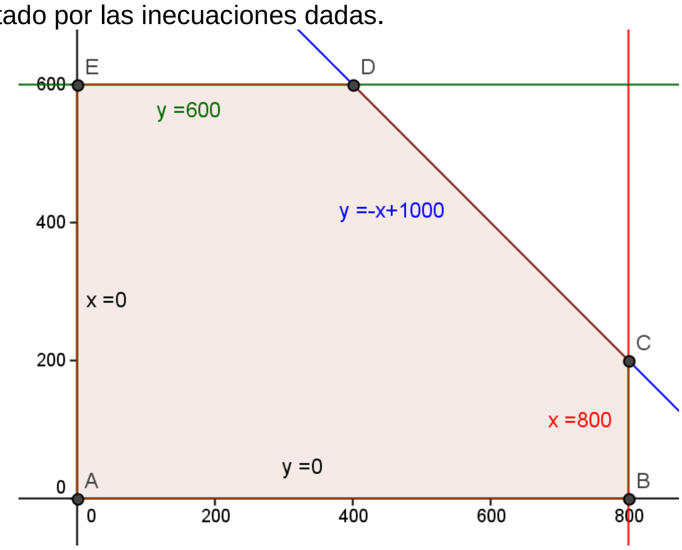
"x" = Número de relojes de pulsera.
"y" = Número de relojes de bolsillo.
Función Objetivo **F(x,y) = 90x + 120y**. (vende a 90€ el de pulsera y a 120€ el de bolsillo)
Restricciones:

Capacidad máxima de fabricación es de 1000 relojes → $x + y \le 1000$.
No puede fabricar más de 800 de pulsera → $x \le 800$.
No puede fabricar más de 800 de bolsillo. → $y \le 600$
Fabricará algún reloj de pulsera y de bolsillo. → $x \ge 0$ e $y \ge 0$

Las desigualdades $x + y \le 1000$; $x \le 800$; $y \le 600$; $x \ge 0$; $y \ge 0$, las transformamos en igualdades, y ya **son rectas,** $x + y = 1000$; $x = 800$; $y = 600$; $x = 0$; $y = 0$.

Para que nos sea más fácil dibujar las rectas (con dos valores es suficiente), despejamos las "y" y tenemos
$y = -x + 1000$; $x = 800$; $y = 600$; $x = 0$; $y = 0$.

Representamos gráficamente las rectas que verifican estas igualdades, y el recinto en el cual estarán los bordes del recinto delimitado por las inecuaciones dadas.



Calculamos los vértices del recinto resolviendo las ecuaciones las rectas de dos en dos.

De $x = 0$ e $y = 0$, tenemos el punto de corte es A(0,0)
De $y = 0$ y $x = 800$, tenemos el punto de corte es B(800,0)
De $x = 800$ e $y = -x+1000$, tenemos $y = 200$, y el punto de corte es C(500,200)
De $y = -x+1000$ e $y = 600$; tenemos $-x+1000 = 600$, es decir $x = 400$, y el punto de corte es D(400,600)
De $x = 0$ e $y = 600$, tenemos el punto de corte es E(0,600)

Vemos que el polígono tiene por vértices los puntos: A(0,0), B(800,0), C(500,200), D(400,600) y E(0,600)**.**

Calculemos el máximo de la función $F(x,y) = 90x + 120y$ en dicha región.

El Teorema Fundamental de la Programación Lineal afirma que su máximo y mínimo absoluto están en la región acotada, y que estos extremos deben estar situados en algún vértice del recinto, por lo que evaluamos F en los puntos anteriores A(0,0), B(800,0), C(500,200), D(400,600) y E(0,600). En el caso de que coincidan en dos vértices consecutivos la solución es todo el segmento que los une.

F(0,0) = 90(0) + 120(0) =0; F(800,0) = 90(800) + 120(0) = 72000; F(500,200) = 90(500) + 120(200) =
= 69000; **F(400,600) =** 90(400) + 120(600) = **108000**; F(0,600) = 90(0) + 120(600) = 72000;

Teniendo en cuenta lo anterior vemos que **el máximo absoluto de la función F en la región es 108000** (el valor mayor en los vértices) y **se alcanza en el vértice D(400,600), es decir el máximo ingreso es de 108000€ y se alcanza fabricando 400 relojes de pulsera y 600 relojes de bolsillo**.

EJERCICIO 2_A

a) (1 punto) Halle la función derivada de la función $f(x) = L\left(\frac{x}{x+1}\right)$ y simplifique el resultado.

b) (1 punto) Obtenga las asíntotas de la función $f(x) = \frac{2x+3}{3x-1}$.

c) (1 punto) Obtenga los intervalos de concavidad y convexidad de la función $f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2$.

Solución

a)

Halle la función derivada de la función $f(x) = L\left(\frac{x}{x+1}\right)$ y simplifique el resultado.

Recordamos algunas derivadas y reglas de derivación. También la ecuación de la recta tangente.

$(f(x)+g(x))' = f'(x)+g'(x)$; $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x).g(x) - f(x).g'(x)}{(g(x))^2}$; $(x^k)' = k.x^{k-1}$;$(\ln(f(x)))' = \frac{f'(x)}{f(x)}$; $(k)' = 0$.

$$f(x) = L\left(\frac{x}{x+1}\right);\quad f'(x) = \frac{1}{\frac{x}{x+1}}\cdot\left(\frac{1\cdot(x+1) - x\cdot 1}{(x+1)^2}\right) = \frac{x+1}{x}\cdot\left(\frac{1}{(x+1)^2}\right) = \frac{1}{x\cdot(x+1)}$$

b)

Obtenga las asíntotas de la función $f(x) = \frac{2x+3}{3x-1}$.

Sabemos que los cocientes de funciones polinómicas tienen una asíntota horizontal (A.H.) si coincide el grado del numerador con el del denominador, que es nuestro caso, y además dicha A.H. es la misma en $\pm\infty$.

También sabemos que los números que anulan el denominador son asíntotas verticales (A.V.), si el límite en dicho número es ∞, que también es nuestro caso.

Tenemos $f(x) = \frac{2x+3}{3x-1}$, cuya gráfica es una hipérbola y sabemos tiene una A.V. y una A.H.

El número que anula el denominador (3x-1 = 0) es x = 1/3, y como $\lim_{x\to(1/3)^-} \frac{2x+3}{3x-1} = (11/3)/0^- = -\infty$, **la recta x = 1/3 es una A.V. de f**. Además vemos que a la izquierda de x = 1/3, f está en $-\infty$.

De $\lim_{x\to(1/3)^+} \frac{2x+3}{3x-1} = (11/3)/0^+ = +\infty$, vemos que a la izquierda de x = 1/3, f está en $+\infty$.

Como $\lim_{x\to+\infty} \frac{2x+3}{3x-1} = \lim_{x\to+\infty} (2x/3x) = \lim_{x\to+\infty} (2/3) = 2/3$, **la recta y = 2/3 es una A.H. en $\pm\infty$.**

De $\lim_{x\to+\infty} (f(x) - A.H.) = \lim_{x\to+\infty} \left(\frac{2x+3}{3x-1} - (2/3)\right) = 0^+$, tenemos que f está por encima de la A.H. en $+\infty$.

De $\lim_{x\to-\infty} (f(x) - A.H.) = \lim_{x\to-\infty} \left(\frac{2x+3}{3x-1} - (2/3)\right) = 0^-$, tenemos que f está por debajo de la A.H. en $-\infty$.

c)

Obtenga los intervalos de concavidad y convexidad de la función $f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2$.

Sabemos que la curvatura es el estudio de la segunda derivada f ''(x)

$f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2$; $f'(x) = 3x^2 - 3x$; $f''(x) = 6x - 3$.

De f ''(x) = 0, tenemos 6x – 3 = 0, luego x = 1/2, que es un posible punto de inflexión.

Como f ''(0) = 6(0) – 3 = - 3 < 0, **f(x) es cóncava ($\cap$) en ($-\infty$,1/2)**.

Como f ''(1) = 6(1) – 3 = 3 > 0, **f(x) es convexa (∪) en (1/2, +∞)**.

Por definición **x = 1/2 es un punto de inflexión que vale f(1/2)** = $(1/2)^3 - \frac{3}{2}(1/2)^2$ = 1/8 – 3/8 = -2/8 **= -1/4.**

EJERCICIO 3_A

Parte I

En cierto barrio hay dos panaderías. El 40% de la población compra en la panadería A, el 25% en la B, y el15% en ambas. Se escoge una persona al azar:
a) (0'5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que esta persona compre en A y no compre en B ?
b) (0'5 puntos) Si esta persona es cliente de A, ¿cuál es la probabilidad de que también sea cliente de B?
c) (0'5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que no sea cliente de A ni de B?
d) (0'5 puntos) ¿Son independientes los sucesos "ser cliente de A" y "ser cliente de B"?

Solución

En cierto barrio hay dos panaderías. El 40% de la población compra en la panadería A, el 25% en la B, y el 15% en ambas. Se escoge una persona al azar:
a)
¿Cuál es la probabilidad de que esta persona compre en A y no compre en B ?

Sean los sucesos A y B los sucesos "compra en la panadería A" y "compra en la panadería B" respectivamente.
El problema nos dice que p(A) = 40% = 0'4, p(B) = 25% = 0'25 y p(A y B) = p(A∩B) = 15% = 0'15.

Sabemos que p(A∪B) = p(A) + p(B) - p(A∩B); p(A/B) = $\frac{p(A\cap B)}{p(B)}$; p(A y noB) = $p(A\cap B^C)$ = p(A) - p(A∩B); A y B son independientes si p(A∩B) = p(A)· p(B); $p(A^C\cap B^C)$ = {Ley de Morgan} = $p(A\cup B)^C$ = {suceso contrario} = 1 - p(A∪B).
Me piden **p(A y noB)** = $p(A\cap B^C)$ = p(A) - p(A∩B) = 0'4 – 0'15 **= 0'25.**
b)
Si esta persona es cliente de A, ¿cuál es la probabilidad de que también sea cliente de B?
Me piden **p(B/A)** = $\frac{p(A\cap B)}{p(A)}$ = 0'15/ 0'4 **= 0'375.**
c)
¿Cuál es la probabilidad de que no sea cliente de A ni de B?

Me piden p(noA y noB) = $p(A^C\cap B^C)$ = {Ley de Morgan} = $p(A\cup B)^C$ = {suceso contrario} = 1 - p(A∪B).
De p(A∪B) = p(A) + p(B) - p(A∩B) = 0'4 + 0'25 – 0'15 = 0'5 tenemos:
p(noA y noB) = 1 - p(A∪B) = 1- 1/2 = **0'5.**
d)
¿Son independientes los sucesos "ser cliente de A" y "ser cliente de B"?

Sabemos que A y B son independientes si p(A∩B) = p(A)· p(B).
Como p(A∩B) = 0'15 ≠ 0'4·0'25 = p(A)· p(B), **los sucesos A y B son dependientes.**

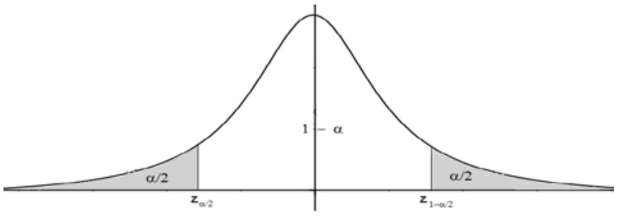
EJERCICIO 3_A

Parte II

Para estimar la media de una variable aleatoria X, que se distribuye según una ley Normal con desviación típica 2'5, se toma una muestra aleatoria cuya media es 4'5. Para un nivel de confianza del 99%:
a) (1 punto) Halle un intervalo de confianza para la media de la población, si el tamaño de esa muestra es 90.
b) (1 punto) Determine el tamaño mínimo que debería tener otra muestra para obtener un intervalo de confianza, con una amplitud máxima de 1 unidad.

Solución

Sabemos que para la media poblacional **μ**, el *estimador* MEDIA MUESTRAL $\overline{X}$, sigue una N(μ, $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$), y generalmente escribimos $\overline{X} \approx N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ o $\overline{X} \to N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$



También sabemos que el intervalo de confianza para estimar la media es:

$$\text{I.C. }(\mu) = \left(\bar{x} - z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = (a,b)$$

donde $z_{1-\alpha/2}$ y $z_{\alpha/2} = - z_{1-\alpha/2}$ *es el punto crítico* de la variable aleatoria Normal tipificada $Z \approx N(0,1)$ que verifica $p(Z \le z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2$

También sabemos que la <u>media</u> es $\bar{x} = (a + b)/2$, el <u>error máximo</u> de la estimación es $E = z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, para el intervalo de la media. Pero la amplitud del intervalo es $b - a = 2\cdot z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2\cdot E$, de donde $E = (b - a)/2$, por tanto el <u>tamaño mínimo</u> de la muestra es $n = \left(\frac{z_{1-\alpha/2}.\sigma}{E}\right)^2 = \left(\frac{2\cdot z_{1-\alpha/2}.\sigma}{b - a}\right)^2$.

Para estimar la media de una variable aleatoria *X*, que se distribuye según una ley Normal con desviación típica 2'5, se toma una muestra aleatoria cuya media es 4'5. Para un nivel de confianza del 99%:

a)
Halle un intervalo de confianza para la media de la población, si el tamaño de esa muestra es 90.

Datos del problema: σ = 2'5, n = 90, $\bar{x}$ = 4'5, nivel de confianza = 99% = 0'99 = 1 - α, de donde α = 0'01, es decir $\alpha/2$ = 0'01/2 = 0'005.

De $p(Z \le z_{1-\alpha/2})$ = 1 - $\alpha/2$ = 1 - 0'005 = 0'995. Mirando en las tablas de la N(0,1) vemos que la probabilidad 0'995 no viene, y que una de las más próximas es 0'9949 que corresponde a $z_{1-\alpha/2}$ = 2'57, por tanto el intervalo de confianza pedido es:

$$\text{I.C. }(\mu) = \left(\bar{x} - z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(4'5 - 2'57\cdot\frac{2'5}{\sqrt{90}}, 4'5 + 2'57\cdot\frac{2'5}{\sqrt{90}}\right) \cong \mathbf{(3'823,\ 8'177).}$$

b)
Determine el tamaño mínimo que debería tener otra muestra para obtener un intervalo de confianza, con una amplitud máxima de 1 unidad.

Datos del problema: σ = 3, amplitud del intervalo = 1 = 2·E, de donde E $\le$ 1/2, $z_{1-\alpha/2}$ = 2'57, pues suponemos el mismo nivel de confianza.

De $n \ge \left(\frac{z_{1-\alpha/2}.\sigma}{E}\right)^2 = \left(\frac{2'57\cdot 2'5}{1/2}\right)^2$ = 165'1225, tenemos que **el tamaño mínimo es n = 166**.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1_B

Sea el sistema de ecuaciones lineales $\left\{\begin{array}{l} x - y - z = -2 \\ 2x + 3y - z = 2 \\ 4x + y - 3z = -2 \end{array}\right.$.

a) (2 puntos) Clasifique y resuelva el sistema.
b) (1 punto) Escriba la matriz de coeficientes de este sistema y, si es posible, calcule su matriz inversa.

Solución

a)
Resuélvalo y clasifíquelo en cuanto a sus soluciones:

$$\begin{array}{lcccc} x + y - z = -2 & \rightarrow & x + y - z = -2 & \rightarrow & x + y - z = -2 \\ 2x \quad - z = 0 \ (F_2 - 2F_1) & \rightarrow & -2y + z = 4 & \rightarrow & -2y + z = 4 \\ -2y + z = 4 & \rightarrow & -2y + z = 4 \ (F_3 - F_2) & \rightarrow & 0 = 0 \end{array}$$

Como nos han quedado un sistema de dos ecuaciones con tres incógnitas, es un sistema compatible e indeterminado y tiene infinitas soluciones en R, y hemos visto al desaparecer la tercera ecuación que la tercera es combinación lineal de la primera y la segunda ecuación, por tanto podemos eliminarla para resolver el sistema.

Tomando $y = \lambda \in R$, tenemos $z = 4 + 2\lambda$, y de $x + (\lambda) - (4 + 2\lambda) = 0$ tenemos $x = 4 + \lambda$.
La solución del sistema es $(x,y,z) = (4 + \lambda, \lambda, 4 + 2\lambda)$ con $\lambda \in R$.
b)
Escriba la matriz de coeficientes de este sistema y, si es posible, calcule su matriz inversa.

La matriz de las coeficientes es $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & -3 \end{pmatrix}$. Como ya hemos visto que el sistema es compatible e indeterminado **la matriz de los coeficientes no tiene inversa**, no obstante vamos a calcular su determinante y veremos que sale cero.

$$\det(A) = |A| = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & -3 \end{vmatrix} \begin{matrix} \\ F_2 + 3\cdot F_1 \\ F_2 + F_1 \end{matrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 5 & 0 & -4 \\ 5 & 1 & -4 \end{vmatrix} = 0,$$ por tener dos filas iguales, **luego no tiene inversa**.

EJERCICIO 2_B

Sea la función $f(x) = \dfrac{4x - 1}{2x - 2}$.
a) (2 puntos) Determine su dominio, los puntos de corte con los ejes, sus asíntotas, y represéntela gráficamente.
b) (1 punto) Calcule la ecuación de la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en el punto de abscisa $x = 0$.

Solución

Sea la función $f(x) = \dfrac{4x - 1}{2x - 2}$.
a)
Determine su dominio, los puntos de corte con los ejes, sus asíntotas, y represéntela gráficamente.

Como es un cociente de funciones polinómicas su **dominio** es R – {soluciones de $2x – 2 = 0$} = **R – {1}.**

Puntos de corte:
Para $x = 0$, $f(0) = 1/2$. Punto $(0,1/2)$.
Para $f(x) = 0$, tenemos $4x – 1 = 0$, de donde $x = 1/4$. Punto $(1/4,0)$.

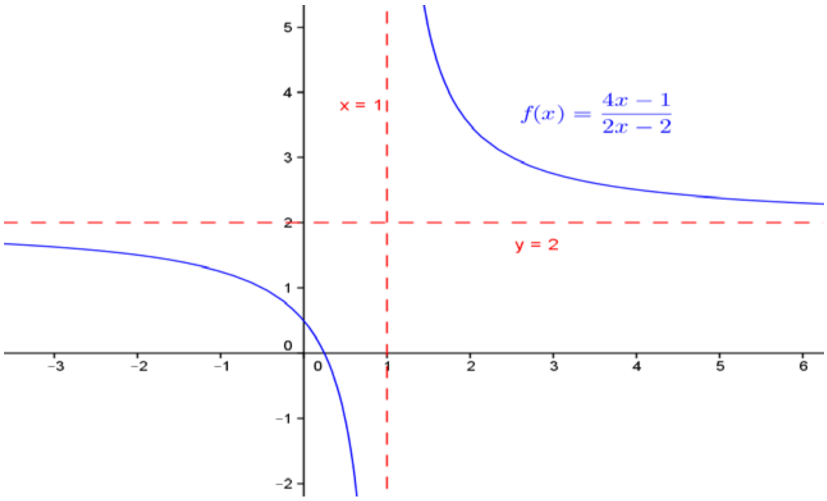
Sabemos que los cocientes de funciones polinómicas tienen una asíntota horizontal (A.H.) si coincide el grado del numerador con el del denominador, que es nuestro caso, y además dicha A.H. es la misma en $\pm\infty$.

También sabemos que los números que anulan el denominador son asíntotas verticales (A.V.), si el límite en dicho número es ∞, que también es nuestro caso.

Tenemos $f(x) = \dfrac{4x - 1}{2x - 2}$, cuya grafica es una hipérbola y sabemos tiene una A.V. y una A.H.

El número que anula el denominador ($2x – 2 = 0$) es $x = 1$, y como $\lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{4x - 1}{2x - 2} = 3/0^- = -\infty$, **la recta $x = 1$ es una A.V. de f**. Además a la izquierda del 1, la gráfica de f está en $-\infty$.
De $\lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{4x - 1}{2x - 2} = 3/0^+ = +\infty$, a la derecha del 1, la gráfica de f está en $+\infty$.

Como $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{4x - 1}{2x - 2} = \lim\limits_{x\to +\infty} (4x/2x) = \lim\limits_{x\to +\infty} (2) = 2$, **la recta $y = 2$ es una A.H. de f en $\pm\infty$.**
De $\lim\limits_{x\to +\infty} (f(x) - A.H.) = \lim\limits_{x\to +\infty} \left(\dfrac{4x - 1}{2x - 2} - (2)\right) = 0^+$, la gráfica de f está por encima de la A.H. en $+\infty$.
De $\lim\limits_{x\to -\infty} (f(x) - A.H.) = \lim\limits_{x\to -\infty} \left(\dfrac{4x - 1}{2x - 2} - (2)\right) = 0^-$, la gráfica de f está por debajo de la A.H. en $-\infty$.
Con los datos anteriores, un esbozo de la gráfica de f es:



b)
Calcule la ecuación de la recta tangente a la curva y = f(x) en el punto de abscisa x = 0.

La recta tangente en x = 0 es "y – f(0) = f '(0)·(x – (0))".
$f(x) = \frac{4x-1}{2x-2}$; $f'(x) = \frac{4(2x-2)-(4x-1)2}{(2x-2)^2} = \frac{-6}{(2x-2)^2}$. Luego f(0) = 1/2 y f'(0) = $-6/(2)^2$ = -3/2, y **la recta tangente pedida es y – (1/2) = (-3/2)·(x), es decir y = -3x/2 + 1/2.**

EJERCICIO 3_B
Parte I
Entre las 7 bolas de una máquina de futbolín hay 2 rojas y 5 blancas; en cada partida, la máquina va sacando las bolas de una en una, de forma aleatoria, sin reemplazamiento. Calcule la probabilidad de cada uno de los siguientes sucesos:
a) (0'5 puntos) "La primera bola es roja".
b) (0'5 puntos) "Las dos primeras bolas son blancas".
c) (1 punto) "Las dos primeras bolas son de colores distintos".

Solución

Entre las 7 bolas de una máquina de futbolín hay 2 rojas y 5 blancas; en cada partida, la máquina va sacando las bolas de una en una, de forma aleatoria, sin reemplazamiento. Calcule la probabilidad de cada uno de los siguientes sucesos:
a)
"La primera bola es roja".

Llamemos R_1, B_1, R_2 y B_2, a los sucesos siguientes, "primera bola roja", "primera bola blanca", "segunda bola roja" y " segunda bola blanca ", respectivamente.
Como es sin reemplazamiento los sucesos no son independientes

p(La primera bola es roja) = $p(R_1) = 2/7 \cong$ **0'286**.
b)
"Las dos primeras bolas son blancas".

p(Las dos primeras bolas son blancas) = $p(B_1 \cap B_2) = p(B_1)\cdot p(B_2/B_1) = (5/7)\cdot(4/6) = 10/21 \cong$ **0'476**.
c)
"Las dos primeras bolas son de colores distintos".

p(Las dos primeras bolas son de colores distintos) = $p(B_1 \cap R_2) + p(R_1 \cap B_2) =$
$= p(B_1)\cdot p(R_2/B_1) + p(R_1)\cdot p(B_2/R_1) = (5/7)\cdot(2/6) + (2/7)\cdot(5/6) = 10/21 \cong$ **0'476.**

EJERCICIO 3_B
Parte II
La resistencia a la rotura, de un tipo de hilos de pesca, es una variable aleatoria Normal, con media 4 kg y desviación típica 1'4 kg. Se toman muestras aleatorias de 25 hilos de este tipo y se obtiene la resistencia media a la rotura.
a) (0'75 puntos) ¿Cómo se distribuye la resistencia media a la rotura?

b) (1'25 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que la resistencia media a la rotura no pertenezca al intervalo de extremos 3'90 kg y 4'15 kg ?

Solución

Sabemos que para la media poblacional **μ**, el *estimador* MEDIA MUESTRAL $\overline{X}$, sigue una N(μ, $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$), y generalmente escribimos $\overline{X} \approx N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ o $\overline{X} \rightarrow N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$

Trabajamos en una normal N(0,1), para lo cual tenemos que tipificar la variable en la distribución muestral de medias, es decir $Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$

La resistencia a la rotura, de un tipo de hilos de pesca, es una variable aleatoria Normal, con media 4 kg y desviación típica 1'4 kg. Se toman muestras aleatorias de 25 hilos de este tipo y se obtiene la resistencia media a la rotura.

a)

¿Cómo se distribuye la resistencia media a la rotura?

Datos del problema: Distribución de la población $\rightarrow N(\mu, \sigma) = N(4, 1'4)$; $\mu = 4$; $\sigma = 1'4$; n = 25;

La distribución muestral de las medias es $\overline{X} \rightarrow \mathbf{N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) = N(4, \frac{1'4}{\sqrt{25}}) = N(9, \frac{1'4}{5}) = N(9, 0'28)}$

b)

¿Cuál es la probabilidad de que la resistencia media a la rotura no pertenezca al intervalo de extremos 3'90 kg y 4'15 kg ?

Me están pidiendo la probabilidad "p(3'90 ≤ $\overline{X}$ ≤ 4'1)"

Luego p(3'90 ≤ $\overline{X}$ ≤ 4'15) = {tipificamos} = $p(\frac{3'90 - 4}{0'28} \le Z \le \frac{4'15 - 4}{0'28}) \cong p(-0'36 \le Z \le 0'54)$ =

= p(Z ≤ 0'54) - p(Z ≤ - 0'36) = p(Z ≤ 0'54) – [1 - p(Z ≤ 0'36)] = {Mirando en la tabla} =
= 0'7054 – (1 – 0'6406) **= 0'346**.