OPCIÓN A

EJERCICIO 1_A

Sea el sistema de inecuaciones $\begin{cases} x+y & \leq & 6 \\ 3x-2y & \leq & 13 \\ x+3y & \geq & -3 \\ x & \geq & 0 \end{cases}$.

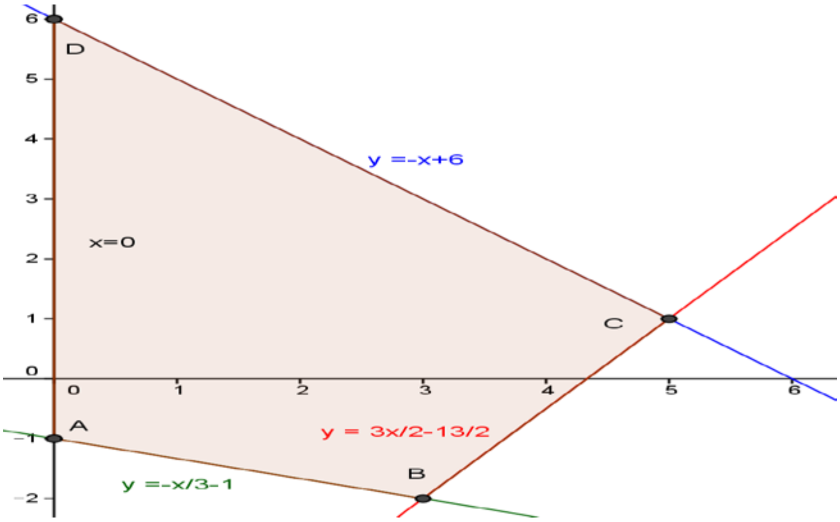
a) (2 puntos) Dibuje el recinto cuyos puntos son las soluciones del sistema y obtenga sus vértices.
b) (1 punto) Halle los puntos del recinto en los que la función F(x,y) = x – 2y toma los valores máximo y mínimo, y determine éstos.

Solución

Sea el sistema de inecuaciones $\begin{cases} x+y & \leq & 6 \\ 3x-2y & \leq & 13 \\ x+3y & \geq & -3 \\ x & \geq & 0 \end{cases}$.

a) Dibuje el recinto cuyos puntos son las soluciones del sistema y obtenga sus vértices.
b) Halle los puntos del recinto en los que la función F(x,y) = x – 2y toma los valores máximo y mínimo, y determine éstos.

(a) y (b)
Las desigualdades x + y ≤ 6; 3x - 2y ≤ 13; x + 3y ≥ - 3; x ≥ 0, las transformamos en igualdades, y ya son rectas, x + y = 6; 3x - 2y = 13; x + 3y = - 3; x = 0.
Para que nos sea más fácil dibujar las rectas (con dos valores es suficiente), despejamos las "y" y tenemos
y = -x + 6; y = 3x/2 - 13/2; y = -x/3 - 1; x = 0.
Representamos gráficamente las rectas que verifican estas igualdades, entre las que estarán los bordes del recinto delimitado por las inecuaciones dadas.



Calculamos los vértices del recinto resolviendo las ecuaciones las rectas de dos en dos.
De x = 0 e y = -x/3-1, tenemos y = -1 y el vértice es A(0,-1).
De y = -x/3-1 e y = 3x/2 – 13/2, tenemos -x/3 – 1 = 3x/2 - 13/2, es decir -2x - 6 = 9x - 39, luego 33 = 11x por tanto x = 3 e y = -2, y el vértice es B(3,-2).
De y = 3x/2 - 13/2 e y = -x + 6, tenemos 3x/2 - 13/2 = -x + 6 → 3x - 13 = -2x + 12 → 5x = 25 → x = 5, de donde y = 1, y el vértice es C(5,1).
De y = -x + 6 y x = 0, tenemos y = 6, y el vértice es D(0,6).

Vemos que la región factible es el polígono convexo limitado por los vértices del recinto, que son: A(0,-1), B(3,-2), C(5,1) y D(0,6).

El Teorema Fundamental de la Programación Lineal afirma que su máximo y mínimo absoluto están en la región convexa acotada, y que estos extremos deben estar situados en algún vértice del recinto, por lo que evaluamos F en los puntos anteriores A(0,-1), B(3,-2), C(5,1) y D(0,6). En el caso de que coincidan en dos vértices consecutivos la solución es todo el segmento que los une.

F(0,-1) = (0) - 2(-1) = 2; **F(3,-2)** = (3) - 2(-2) **= 7**;
F(5,1) = (5) - 2(1) = 3; **F(0,6)** = (0) - 2(6) = **-12**.

Teniendo en cuenta lo anterior vemos que **el máximo absoluto de la función F en la región es 7** (el mayor valor en los vértices) y **se alcanza en el vértice B(3,-2), y el mínimo absoluto de la función F en la región es -12** (el menor valor en los vértices) y **se alcanza en el vértice D(0,6).**

EJERCICIO 2_A

La temperatura *T*, en grados centígrados, que adquiere una pieza sometida a un proceso viene dada en función del tiempo *t*, en horas, por la expresión:

$$T(t) = 40t - 10t^2 \text{ con } 0 \le t \le 4.$$

a) (1'5 puntos) Represente gráficamente la función *T* y determine la temperatura máxima que alcanza la pieza.
b) (1'5 puntos) ¿Qué temperatura tendrá la pieza transcurrida 1 hora? ¿Volverá a tener esa misma temperatura en algún otro instante?

Solución

La temperatura *T*, en grados centígrados, que adquiere una pieza sometida a un proceso viene dada en función del tiempo *t*, en horas, por la expresión:

$$T(t) = 40t - 10t^2 \text{ con } 0 \le t \le 4.$$

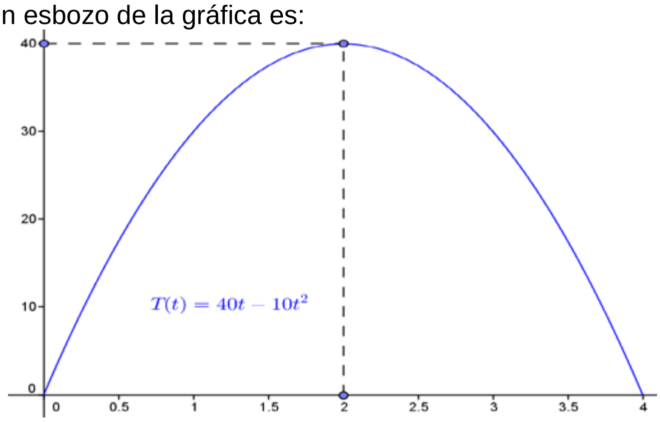
a)
Represente gráficamente la función *T* y determine la temperatura máxima que alcanza la pieza.

Como la gráfica de la función $T(t) = 40t - 10t^2$ con $0 \le t \le 4$, es un trozo de parábola con las ramas hacia abajo ($\cap$) el valor máximo se puede alcanzar en su vértice (abscisa solución de T '(t) = 0), o en los extremos del intervalo [0,4], es decir x = 0 y x = 4.

$T(t) = 40t - 10t^2 \rightarrow T'(t) = 40 - 20t$.
De T '(t) = 0 tenemos 40 – 20t = 0, es decir t = 40/20 = 2.

$T(0) = 40(0) - 10(0)^2 = 0$.
T(2) = $40(2) - 10(2)^2 =$ **40**.
$T(4) = 40(4) - 10(4)^2 = 0$.

Teniendo en cuenta lo anterior **la temperatura máxima de la pieza es de 40º y se alcanza en 2 horas** (t = 2).
Con los datos anteriores un esbozo de la gráfica es:



b)
¿Qué temperatura tendrá la pieza transcurrida 1 hora? ¿Volverá a tener esa misma temperatura en algún otro instante?

Me están pidiendo que $T(1) = 40(1) - 10(1)^2 = 30$º, es decir **al cabo de 1 hora la temperatura es de 30º.**
Como la gráfica de la función es simétrica respecto del vértice, **la temperatura de 30º se volverá a alcanzar a las 3 horas.**
También se podría ver resolviendo la ecuación $T(t) = 40t - 10t^2 = 30$, es decir $10t^2 - 40t + 30 = 0$, o bien

$t^2 - 4t + 3 = 0 \rightarrow t = \dfrac{-(-4) \pm \sqrt{4^2 - 4(3)}}{2} = \dfrac{4 \pm 2}{2}$, es decir las soluciones son t = 3 y t = 1.

EJERCICIO 3_A

Parte I

María y Laura idean el siguiente juego: cada una lanza un dado, si en los dos dados sale el mismo número, gana Laura; si la suma de ambos es 7, gana María; y en cualquier otro caso hay empate.
a) (1 punto) Calcule la probabilidad de que gane Laura.
b) (1 punto) Calcule la probabilidad de que gane María.

Solución

María y Laura idean el siguiente juego: cada una lanza un dado, si en los dos dados sale el mismo número, gana Laura; si la suma de ambos es 7, gana María; y en cualquier otro caso hay empate.

Sabemos que al lanzar dos dados hay 6·6 = 36 casos posibles.
Llamamos i-j al suceso salir nº i en un dado y nº j en el otro dado.
A = gana Laura = salir el mismo nº = {1-1, 2-2, 3-3, 4-4, 5-5, 6-6}. Hay 6 casos.
B = gana María = la suma de ambos es 7 = {1-6, 6-1, 2-5, 5-2, 3-4, 4-3}. Hay 6 casos.

a)
Calcule la probabilidad de que gane Laura.

p(gana Laura) = p(A) = 6/36 = **1/6**.
b)
Calcule la probabilidad de que gane María.

p(gana María) = p(B) = 6/36 = **1/6**.

EJERCICIO 3_A

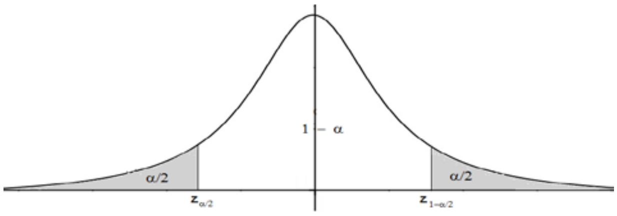
Parte II

Un fabricante de pilas alcalinas sabe que el tiempo de duración, en horas, de las pilas que fabrica sigue una distribución Normal de media desconocida y varianza 3600. Con una muestra de su producción, elegida al azar, y un nivel de confianza del 95% ha obtenido para la media el intervalo de confianza (372'6, 392'2).
a) (1 punto) Calcule el valor que obtuvo para la media de la muestra y el tamaño muestral utilizado.
b) (1 punto) ¿Cuál sería el error de su estimación, si hubiese utilizado una muestra de tamaño 225 y un nivel de confianza del 86'9%?

Solución

Sabemos que para la media poblacional **μ**, el *estimador* MEDIA MUESTRAL $\overline{X}$, sigue una N(μ, $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$), y

generalmente escribimos $\overline{X} \approx N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ o $\overline{X} \rightarrow N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$



También sabemos que el intervalo de confianza para estimar la media es:

$$\text{I.C. } (\mu) = \left(\overline{x} - z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = (a,b)$$

donde $z_{1-\alpha/2}$ y $z_{\alpha/2} = - z_{1-\alpha/2}$ *es el punto crítico* de la variable aleatoria Normal tipificada $Z \approx N(0,1)$ que verifica $p(Z \le z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2$

También sabemos que la <u>media</u> es $\overline{x}$ = (a + b)/2, el <u>error máximo</u> de la estimación es E = $z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, para el intervalo de la media. Pero la amplitud del intervalo es b – a = 2· $z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ = 2·E, de donde E = (b – a)/2, por tanto el <u>tamaño mínimo</u> de la muestra es n = $\left(\frac{z_{1-\alpha/2}.\sigma}{E}\right)^2 = \left(\frac{2 \cdot z_{1-\alpha/2}.\sigma}{b - a}\right)^2$.

Un fabricante de pilas alcalinas sabe que el tiempo de duración, en horas, de las pilas que fabrica sigue una distribución Normal de media desconocida y varianza 3600. Con una muestra de su producción, elegida al azar, y un nivel de confianza del 95% ha obtenido para la media el intervalo de confianza (372'6, 392'2).
a)
Calcule el valor que obtuvo para la media de la muestra y el tamaño muestral utilizado.

Datos del problema: La distribución de las medias muestrales es $\overline{X} \rightarrow N(\mu\ ; \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$, con $\sigma^2 = 3600$, luego $\sigma = 60$, nivel de confianza = 95% = 0'95 = 1 - α, de donde α = 0'05, es decir $\alpha/2$ = 0'05/2 = 0'025.

De $p(Z \le z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2$ = 1 - 0'025 = 0'975. Mirando en las tablas de la N(0,1) vemos que la probabilidad 0'975 viene, y que corresponde a $z_{1-\alpha/2}$ = 1'96, también sabemos que el intervalo de confianza para estimar la media es: I.C. (μ) = $\left(\overline{x} - z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$ = (a,b) = (372'6, 392'2).

Tenemos que **la media de la nuestra es** $\overline{x}$ **=** (a + b)/2 = (372'6 + 392'2)/2 = 764'8/2 **= 382'4.**

De la amplitud del intervalo es b – a = $2\cdot z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, tenemos $n \ge \left(\frac{2\cdot z_{1-\alpha/2}\cdot\sigma}{b - a}\right)^2 = \left(\frac{2\cdot 1'96.60}{392'2 - 372'6}\right)^2$ = 144, tenemos que **el tamaño de la muestra es n = 144**.

b)
¿Cuál sería el error de su estimación, si hubiese utilizado una muestra de tamaño 225 y un nivel de confianza del 86'9%?

Datos del problema: n = 225, σ = 60, nivel de confianza = 86'9% = 0'869 = 1 - α, de donde α = 0'131, es decir $\alpha/2$ = 0'131/2 = 0'0655.

De $p(Z \le z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2$ = 1 - 0'0655 = 0'9345. Mirando en las tablas de la N(0,1) vemos que la probabilidad 0'9345 viene, y que corresponde a $z_{1-\alpha/2}$ = 1'51.

Como **el error máximo de la estimación es E ≤** $z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ = 1'51·60/√(225) = 6'04, **luego el error es menor o igual que 6'04.**

OPCIÓN B

EJERCICIO 1_B

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$.

a) (2 puntos) Calcule la matriz *P* que verifica $B\cdot P - A = C^t$. (C^t, indica la transpuesta de C)
b) (0'5 puntos) Determine la dimensión de la matriz *M* para que pueda efectuarse el producto A·M·C.
c) (0'5 puntos) Determine la dimensión de la matriz *N* para que $C^t\cdot N$ sea una matriz cuadrada.

Solución

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$.

a)
Calcule la matriz *P* que verifica $B.P - A = C^t$. (C^t, indica la transpuesta de C) .

De $B.P - A = C^t$, tenemos $B\cdot P = A + C^t$.
Si la matriz B tiene matriz inversa B^{-1}, (podemos pasar de $(B|I_2)$ mediante transformaciones elementales a la matriz $(I_2| B^{-1})$), podemos multiplicar la expresión matricial $B\cdot P = A + C^t$ por la izquierda por la matriz B^{-1}.

$(B|I_2) = \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 1 \end{array}\right)_{F_2 - F_1} \approx \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{array}\right)^{F_1 - F_2} \approx \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{array}\right)^{F_1/2} \approx \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 1 & -1/2 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{array}\right) = (I_2|B^{-1})$, por tanto

$B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1/2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

También la podíamos ver por la fórmula $B^{-1} = 1/(|B|)\cdot Adj(B^t)$.

$|B| = \det(B) = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 4 - 2 = 2 \neq 0$, luego existe B^{-1}; $B^t = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $Adj(B^t) = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$, luego

$B^{-1} = (1/2)\cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1/2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

De $B\cdot P = A + C^t$, tenemos $B^{-1}\cdot B\cdot P = B^{-1}\cdot(A + C^t) \rightarrow I_2\cdot P = B^{-1}\cdot(A + C^t) \rightarrow P = B^{-1}\cdot(A + C^t)$.

Luego $\mathbf{P} = B^{-1}\cdot(A + C^t) = (1/2)\cdot\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}\cdot\left(\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix}\right) = (1/2)\cdot\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 3 & -1 & -2 \\ -2 & 4 & -1 \end{pmatrix} =$

$= (1/2)\cdot\begin{pmatrix} 8 & -6 & -3 \\ -10 & 10 & 2 \end{pmatrix} \mathbf{=} \begin{pmatrix} 4 & -3 & -3/2 \\ -5 & 5 & 1 \end{pmatrix}$.

b)
Determine la dimensión de la matriz *M* para que pueda efectuarse el producto A·M·C.

Para poder efectuar el producto de matrices el nº de columnas de la 1ª debe coincidir con el nº de filas de la 2ª, como tenemos $A_{2x\mathbf{3}}\cdot M\cdot C_{\mathbf{3}x2}$, vemos que **M tiene que ser de orden 3x3.**

c)
Determine la dimensión de la matriz *N* para que $C^t\cdot N$ sea una matriz cuadrada.

Para poder efectuar el producto de matrices el nº de columnas de la 1ª debe coincidir con el nº de filas de la 2ª, como tenemos $C^t_{2x\mathbf{3}}\cdot N$, vemos que **N tiene que ser de orden 3x2, porque me han dicho que es cuadrada la matriz $C^t\cdot N$.**

EJERCICIO 2_B

a) (1'5 puntos) Halle los valores de *a* y *b* para que la función $f(x) = x^3 + ax^2 + b$ tenga un extremo relativo en el punto (- 2,3).
b) (1'5 puntos) Halle la ecuación de la recta tangente a la curva $y = x^3 - 4x + 2$ en su punto de inflexión.

Solución

a)
Halle los valores de *a* y *b* para que la función $f(x) = x^3 + ax^2 + b$ tenga un extremo relativo en el punto (- 2,3).

Como (- 2,3) es un punto de la gráfica tenemos que **f(-2) = 3**.
Como (- 2,3) es un extremo relativo, sabemos que anula la primera derivada, luego **f '(-2) = 0.**
$f(x) = x^3 + ax^2 + b$; $f'(x) = 3x^2 + 2ax$.

De $f'(-2) = 0 \rightarrow 3(-2)^2 + 2a(-2) = 0 \rightarrow 12 - 4a = 0$, de donde **a = 3.**
De $f(-2) = 3 \rightarrow (-2)^3 + (3)(-2)^2 + b = 3 \rightarrow -8 + 12 + b = 0$, de donde **b = -1.**

b)
Halle la ecuación de la recta tangente a la curva $y = x^3 - 4x + 2$ en su punto de inflexión.
Sabemos que los puntos de inflexión anulan la segunda derivada.

$y = x^3 - 4x + 2 = g(x)$; $g'(x) = 3x^2 - 4$; $g''(x) = 6x$.
De $g''(x) = 0$, tenemos $6x = 0$, de donde $x = 0$.
Me piden la ecuación de la recta tangente a $y = x^3 - 4x + 2 = g(x)$, en el punto de abscisa $x = 0$.

La recta tangente en x = 0 es "$y - g(0) = g'(0)\cdot(x - 0)$".
$g(x) = x^3 - 4x + 2$; $g'(x) = 3x^2 - 4 \rightarrow g(0) = (0)^3 - 4(0) + 2 = 2$ y $g'(2) = 3(0)^2 - 4 = -4$, y **la recta tangente pedida es $y - 2 = -4\cdot(x - 0) = -4x$, es decir $y = -4x + 2$.**

EJERCICIO 3_B

<u>*Parte I*</u>
Dados dos sucesos aleatorios *A* y *B*, se sabe que: $p(B^C) = 3/4$ y $p(A) = p(A/B) = 1/3$ (B^C indica el complementario del suceso *B*).
a) (0'75 puntos) Razone si los sucesos *A* y *B* son independientes.
b) (1'25 puntos) Calcule p(AUB).

Solución

Dados dos sucesos aleatorios *A* y *B*, se sabe que: $p(B^C) = 3/4$ y $p(A) = p(A/B) = 1/3$ (B^C indica el complementario del suceso *B*).

a)

Razone si los sucesos *A* y *B* son independientes.

Sabemos que $p(A\cup B) = p(A) + p(B) - p(A\cap B)$; $p(A/B) = \dfrac{p(A\cap B)}{p(B)}$; $p(B) = 1 - p(B^C)$; A y B son independientes si $p(A\cap B) = p(A)\cdot p(B)$; $p(A\cap B^C) = p(A) - p(A\cap B)$.

Me piden ver si A y B son independientes, es decir si $p(A\cap B) = p(A)\cdot p(B)$

De $p(B^C) = 3/4 \rightarrow 1 - p(B) = 3/4$, de donde $p(B) = 1/4$.

De $p(A) = p(A/B) = 1/3 = \dfrac{p(A\cap B)}{p(B)}$, **tenemos que $p(A\cap B) = p(A)\cdot p(B)$, por tanto los sucesos son independientes.**

b)

Calcule p(AUB).

Como $p(A\cap B) = p(A)\cdot p(B) = (1/3)(1/4) = 1/12$, tenemos $\mathbf{p(A\cup B)} = p(A) + p(B) - p(A\cap B) = 1/3+1/4-1/12$ **= 1/2**.

EJERCICIO 3_B

Parte II

El peso de los paquetes enviados por una determinada empresa de transportes se distribuye según una ley Normal, con una desviación típica de 0'9 kg. En un estudio realizado con una muestra aleatoria de 9 paquetes, se obtuvieron los siguientes pesos en kilos:

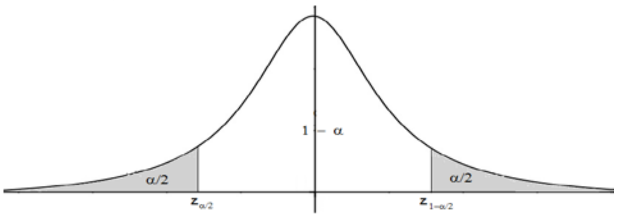
9'5, 10, 8'5, 10'5, 12'5, 10'5, 12'5, 13, 12.

a) (1 punto) Halle un intervalo de confianza, al 99%, para el peso medio de los paquetes enviados por esa empresa.

b) (1 punto) Calcule el tamaño mínimo que debería tener una muestra, en el caso de admitir un error máximo de 0'3 kg, con un nivel de confianza del 90%.

Solución

Sabemos que para la media poblacional **μ**, el *estimador* MEDIA MUESTRAL $\overline{X}$, sigue una $N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$, y generalmente escribimos $\overline{X} \approx N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ o $\overline{X} \rightarrow N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$



También sabemos que el intervalo de confianza para estimar la media es:

$$I.C.(\mu) = \left(\overline{x} - z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = (a,b)$$

donde $z_{1-\alpha/2}$ y $z_{\alpha/2} = - z_{1-\alpha/2}$ *es el punto crítico* de la variable aleatoria Normal tipificada $Z \approx N(0,1)$ que verifica $p(Z \le z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2$

También sabemos que la <u>media</u> es $\overline{x} = (a + b)/2$, el <u>error máximo</u> de la estimación es $E = z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, para el intervalo de la media. Pero la amplitud del intervalo es $b - a = 2\cdot z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2\cdot E$, de donde $E = (b - a)/2$, por tanto el <u>tamaño mínimo</u> de la muestra es $n = \left(\frac{z_{1-\alpha/2}.\sigma}{E}\right)^2 = \left(\frac{2\cdot z_{1-\alpha/2}.\sigma}{b - a}\right)^2$.

El peso de los paquetes enviados por una determinada empresa de transportes se distribuye según una ley Normal, con una desviación típica de 0'9 kg. En un estudio realizado con una muestra aleatoria de 9 paquetes, se obtuvieron los siguientes pesos en kilos:

9'5, 10, 8'5, 10'5, 12'5, 10'5, 12'5, 13, 12.

a)
Halle un intervalo de confianza, al 99%, para el peso medio de los paquetes enviados por esa empresa.

Datos del problema: σ = 0'9, n = 9, $\overline{x}$ = (9'5+10+8'5+10'5+12'5+10'5+12'5+13+12)/9 = 11, nivel de confianza = 99% = 0'99 = 1 - α, de donde α = 0'01, es decir $\alpha/2$ = 0'01/2 = 0'005.

De p(Z ≤ $z_{1-\alpha/2}$) = 1 - $\alpha/2$ = 1 - 0'005 = 0'995. Mirando en las tablas de la N(0,1) vemos que la probabilidad 0'995 no viene, y que una de las más próximas es 0'9949 que corresponde a $z_{1-\alpha/2}$ = 2'57, por tanto el intervalo de confianza pedido es:

$$\text{I.C. }(\mu) = \left(\overline{x} - z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(11 - 2'57\cdot\frac{0'9}{\sqrt{9}}, 11 + 2'57\cdot\frac{0'9}{\sqrt{9}}\right) \mathbf{= (10'229, 11'771).}$$

b)
Calcule el tamaño mínimo que debería tener una muestra, en el caso de admitir un error máximo de 0'3 kg, con un nivel de confianza del 90%.

Datos del problema: σ = 0'9, E ≤ 0'3, nivel de confianza = 90% = 0'90 = 1 - α, de donde α = 0'10, es decir $\alpha/2$ = 0'10/2 = 0'05.

De p(Z ≤ $z_{1-\alpha/2}$) = 1 - $\alpha/2$ = 1 - 0'05 = 0'95. Mirando en las tablas de la N(0,1) vemos que la probabilidad 0'95 no viene, y que una de las más próximas es 0'9505 que corresponde a $z_{1-\alpha/2}$ = 1'65.

De $n \geq \left(\frac{z_{1-\alpha/2}\cdot\sigma}{E}\right)^2 = \left(\frac{1'65\cdot 0'9}{0'3}\right)^2$ = 24'5025, tenemos que **el tamaño mínimo es n = 25**.