

Instrucciones:

- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
- b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
- c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
- d) Puede usar una calculadora no programable y no gráfica.
- e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

- a) (1 punto) Dibuje la región del plano definida por las siguientes inecuaciones:

$$2x - 3y \geq -13; \quad 2x + 3y \geq 17, \quad x + y \leq 11; \quad y \geq 0.$$
- b) (1 punto) Determine los vértices de este recinto.
- c) (1 punto) Calcule los valores máximo y mínimo de la función $F(x,y) = 5x + 6y$ en la región anterior e indique en qué puntos se alcanzan.

EJERCICIO 2

- a) (1'5 puntos) Dada la función $f(x) = ax^2 + bx$, calcule a y b para que la función tenga un extremo relativo en el punto (1,4).
- b) (1'5 puntos) Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $g(x) = \frac{2}{x} + Lx$ en el punto de abscisa $x = 1$.

EJERCICIO 3

Parte I

En una universidad española el 30% de los estudiantes son extranjeros y, de éstos, el 15% están becados. De los estudiantes españoles, sólo el 8% tienen beca. Si se elige, al azar, un alumno de esa universidad:

- a) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que sea español y no tenga beca?
- b) (1 punto) Calcule la probabilidad de que sea extranjero, sabiendo que tiene beca.

Parte II

La duración de un cierto tipo de bombillas eléctricas se distribuye según una ley Normal con desviación típica 1500 horas.

- a) (1 punto) Si en una muestra de tamaño 100, tomada al azar, se ha observado que la vida media es de 9900 horas, determine un intervalo, con el 95% de confianza, para la vida media de esta clase de bombillas.
- b) (1 punto) Con un nivel de confianza del 99% se ha construido un intervalo para la media con un error máximo de 772'5 horas, ¿qué tamaño de la muestra se ha tomado en este caso?

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

- a) (1'5 puntos) Plantee, sin resolver, un sistema de ecuaciones asociado al siguiente problema: "Un monedero contiene 1 euro en monedas de 2, 5 y 10 céntimos; en total hay 22 monedas. Sabiendo que el número de monedas de 5 y 10 céntimos juntas excede en 2 unidades al número de monedas de 2 céntimos, obtenga el número de monedas de cada tipo que hay en el monedero".

- b) (1'5 puntos) Resuelva el sistema formado por las ecuaciones

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 2x - y + 2z = 3 \\ 3x + 2y - 3z = 3 \end{cases}$$

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = \begin{cases} 9 - x^2 & \text{si } x \leq 3 \\ -2x^2 + 16x - 30 & \text{si } x > 3 \end{cases}$.

- a) (1 punto) Estudie su continuidad y derivabilidad.
- b) (1 punto) Estudie su monotonía y calcule sus extremos relativos.
- c) (1 punto) Representéla gráficamente.

EJERCICIO 3

Parte I

En un centro de Bachillerato, los alumnos de 1º son el 60% del total, y los de 2º el 40% restante. De todos ellos, el 46% posee móvil y el 18% son de 1º y tienen móvil.

- a) (1 punto) Calcule la probabilidad de que un alumno de 1º, elegido al azar, posea móvil.
- b) (1 punto) Elegido un alumno, al azar, resulta que tiene móvil, ¿cuál es la probabilidad de que sea de 2º?

Parte II

Una variable aleatoria puede tomar los valores 20, 24 y 30. Mediante muestreo aleatorio simple se forman todas las muestras posibles de tamaño 2.

- a) (0'75 puntos) Escriba todas las muestras posibles.
- b) (1'25 puntos) Calcule la media y varianza de las medias muestrales.