OPCIÓN A

EJERCICIO 1_A

a) (1 punto) Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

De las siguientes operaciones, algunas no se pueden realizar; razone por qué. Efectúe las que se puedan realizar.

$$A + B \;;\; A^t + B \;;\; A\cdot B \;;\; A\cdot B^t$$

b) (2 puntos) Resuelva y clasifique, atendiendo al número de soluciones, el sistema:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Solución

a)

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

De las siguientes operaciones, algunas no se pueden realizar; razone por qué. Efectúe las que se puedan realizar.

$$A + B \;;\; A^t + B \;;\; A\cdot B \;;\; A\cdot B^t$$

A + B no se pueden realizar, porque son de distinto orden.

$A^t + B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$, se pueden realizar, porque tienen el mismo orden.

$A\cdot B$, se puede realizar porque el nº de columnas de A coincide con el nº de filas de B.

$A\cdot B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$.

$A\cdot B^t$, no se puede realizar porque el nº de columnas de A no coincide con el nº de filas de B^t.

b)

Resuelva y clasifique, atendiendo al número de soluciones, el sistema:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \;\rightarrow\; \begin{pmatrix} 2x+y+3z \\ x+2z \\ x+3y+z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$. Igualando miembro a miembro.

$2x + y + 3z = 3$ $(F_1 - 2F_2)$ $\rightarrow$ $y - z = -1$ $\rightarrow$ $y - z = -1$
$x + 2z = 2$ $\rightarrow$ $x + 2z = 2$ $\rightarrow$ $x + 2z = 2$
$x + 3y + z = -1$ $(F_3 - F_2)$ $\rightarrow$ $3y - z = -3$ $(F_3 - F_1)$ $\rightarrow$ $2y = -2$

Como nos ha quedado un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas, es un sistema compatible y determinado y tiene una única solución en R.

De $2y = -2$ tenemos **y = -1**, luego $(-1) - z = -1$, por tanto **z = 0** y **x = 2**.

La solución del sistema es (x,y,z) = (2, -1, 0).

EJERCICIO 2_A

a) (1'5 puntos) Determine *a* y *b* en la ecuación de la parábola $y = ax^2 + bx + 5$ sabiendo que ésta tiene un máximo en el punto (2, 9).

b) (1'5 puntos) Calcule las asíntotas de la función $f(x) = \dfrac{2x-1}{x+3}$

Solución

a)

Determine *a* y *b* en la ecuación de la parábola y = $ax^2 + bx + 5$ sabiendo que ésta tiene un máximo en el punto (2, 9).

Recordamos algunas derivadas y reglas de derivación. También la ecuación de la recta tangente.
(f(x)+g(x))' = f'(x)+g'(x); $(x^k)' = k.x^{k-1}$; (k)' = 0.

La gráfica de f(x) = $ax^2 + bx + 5$ es una parábola con las ramas hacia arriba ($\cap$), puesto que me han dicho que es el máximo (2,9), luego el nº que multiplica a x^2 tiene que ser negativo (a < 0).
Sabemos que los extremos relativos anulan la 1ª derivada f '(x).
Por punto (2,9) tenemos f(2) = 9.
Por ser (2,9) máximo f '(2) = 0.

f(x) = $ax^2 + bx + 5$; f '(x) = 2ax + b.
De f '(2) = 0 $\rightarrow$ 2a(2) + b = 0 $\rightarrow$ 4a + b = 0
De f(2) = 9 $\rightarrow$ $a(2)^2 + b(2) + 5 = 9$ $\rightarrow$ 4a + 2b = 4

Restándole a la 2ª ecuación la 1ª nos queda **b = 4**, de donde **a =** -b/4 = -4/4 = **-1.**
b)
Calcule las asíntotas de la función f (x) = $\dfrac{2x-1}{x+3}$
Sabemos que los cocientes de funciones polinómicas tienen una asíntota horizontal (A.H.) si coincide el grado del numerador con el del denominador, que es nuestro caso, y además dicha A.H. es la misma en $\pm\infty$.

También sabemos que los números que anulan el denominador son asíntotas verticales (A.V.), si el límite en dicho número es ∞, que también es nuestro caso.

Tenemos g(x) = $\dfrac{2x-1}{x+3}$, cuya grafica es una hipérbola y sabemos tiene una A.V. y una A.H.

El número que anula el denominador (x+3=0) es x = -3, y como $\lim_{x\to -3^-} \dfrac{2x-1}{x+3} = -7/0^- = +\infty$, **la recta x = -3 es una A.V. de f**. Además la gráfica de f a la izquierda del -3 está en + ∞.
De $\lim_{x\to -3^+} \dfrac{2x-1}{x+3} = -7/0^+ = -\infty$, la gráfica de f a la derecha del -3, está en - ∞.

Como $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{2x-1}{x+3} = \lim_{x\to+\infty} (2x/x) = \lim_{x\to+\infty} (2) = 2$, la **recta y = 2 es una A.H. en $\pm\infty$**.
De $\lim_{x\to+\infty} (f(x) - A.H.) = \lim_{x\to+\infty} \left(\dfrac{2x-1}{x+3} - (2)\right) = 0^-$, tenemos que f está por debajo de la A.H. en + ∞.
De $\lim_{x\to-\infty} (f(x) - A.H.) = \lim_{x\to+\infty} \left(\dfrac{2x-1}{x+3} - (2)\right) = 0^+$, (c) tenemos que f está por encima de la A.H. en - ∞.

EJERCICIO 3_A

Parte I

En una urna hay 1 bola blanca, 3 rojas y 4 verdes. Se considera el experimento que consiste en sacar primero una bola, si es blanca se deja fuera, y si no lo es se vuelve a introducir en la urna; a continuación se extrae una segunda bola y se observa su color.
a) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que salgan 2 bolas del mismo color?
b) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que la bola blanca salga en la 2ª extracción?

Solución

En una urna hay 1 bola blanca, 3 rojas y 4 verdes. Se considera el experimento que consiste en sacar primero una bola, si es blanca se deja fuera, y si no lo es se vuelve a introducir en la urna; a continuación se extrae una segunda bola y se observa su color.
a)
¿Cuál es la probabilidad de que salgan 2 bolas del mismo color?

Llamemos B_1, R_1, V_1, B_1^C, R_1^C, V_1^C, B_2, R_2, V_2, B_2^C, R_2^C y V_2^C, a los sucesos siguientes, "sacar bola blanca en la 1ª extracción", "sacar bola roja en la 1ª extracción", "sacar bola verde en la 1ª extracción", "no sacar bola blanca en la 1ª extracción", "no sacar bola roja en la 1ª extracción", "no sacar bola verde en la 1ª extracción", "sacar bola blanca en la 2ª extracción", "sacar bola roja en la 2ª extracción", "sacar bola verde en la 2ª extracción", "no sacar bola blanca en la 2ª extracción", "no sacar bola roja en la 2ª extracción" y "no sacar bola verde en la 2ª extracción", respectivamente.

Del problema tenemos $p(B_1) = 1/8$, $p(R_1) = 3/8$, $p(V_1) = 4/8$,

$p(B_2/B_1)$ = (la bola no se devuelve) = 0/7 = 0, $p(R_2/B_1)$ = (la bola no se devuelve) = 2/7, $p(R_2/B_1)$ = (la bola no se devuelve) = 3/7.
$p(B_2/R_1)$ = (la bola se devuelve) = 1/8, $p(R_2/R_1)$ = (la bola se devuelve) = 3/8, $p(R_2/R_1)$ = (la bola se devuelve) = 4/8.
$p(B_2/V_1)$ = (la bola se devuelve) = 1/8, $p(R_2/V_1)$ = (la bola se devuelve) = 3/8, $p(R_2/V_1)$ = (la bola se devuelve) = 4/8.

p(2 bolas del mismo color) = $p(B_1)\cdot p(B_2/B_1) + p(R_1)\cdot p(R_2/R_1) + p(V_1)\cdot p(V_2/V_1)$ =
= $(1/8)\cdot 0 + (3/8)\cdot(3/8) + (4/8)\cdot(4/8) = 25/64$ **= 0'39065**.
b)
¿Cuál es la probabilidad de que la bola blanca salga en la 2ª extracción?

p(bola blanca en la 2ª extracción) = $p(B_1)\cdot p(B_2/B_1) + p(R_1)\cdot p(B_2/R_1) + p(V_1)\cdot p(B_2/V_1)$ =
= $(1/8)\cdot 0 + (3/8)\cdot(1/8) + (4/8)\cdot(1/8) = 7/64$ **= 0'109375**.

EJERCICIO 3_A

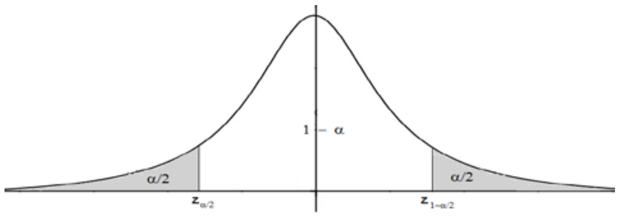
Parte II

La estatura de los soldados de un cuartel sigue una distribución Normal con desviación típica 12 cm.
a) (0'5 puntos) Indique la distribución que sigue la media de la estatura de las muestras de soldados de ese cuartel, de tamaño 81.
b) (1'5 puntos) Si se desea estimar la estatura media de los soldados de ese cuartel de forma que el error no sobrepase los 3 cm, ¿cuántos soldados deberán escogerse para formar parte de la muestra si se utiliza un nivel de confianza del 97%?

Solución

Sabemos que para la media poblacional **μ**, el *estimador* MEDIA MUESTRAL $\overline{X}$, sigue una $N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$, y

generalmente escribimos $\overline{X} \approx N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ o $\overline{X} \rightarrow N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$



También sabemos que el intervalo de confianza para estimar la media es:

$$I.C.(\mu) = \left(\overline{x} - z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = (a,b)$$

donde $z_{1-\alpha/2}$ y $z_{\alpha/2} = -z_{1-\alpha/2}$ *es el punto crítico* de la variable aleatoria Normal tipificada $Z \approx N(0,1)$ que verifica $p(Z \le z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2$

También sabemos que la <u>media</u> es $\overline{x} = (a + b)/2$, el <u>error máximo</u> de la estimación es $E = z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, para el intervalo de la media. Pero la amplitud del intervalo es $b - a = 2\cdot z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2\cdot E$, de donde $E = (b - a)/2$, por tanto el <u>tamaño mínimo</u> de la muestra es $n = \left(\frac{z_{1-\alpha/2}.\sigma}{E}\right)^2 = \left(\frac{2\cdot z_{1-\alpha/2}.\sigma}{b - a}\right)^2$.

La estatura de los soldados de un cuartel sigue una distribución Normal con desviación típica 12 cm.
a)
Indique la distribución que sigue la media de la estatura de las muestras de soldados de ese cuartel, de tamaño 81.

Datos del problema: $\sigma = 12$, $n = 81$.

La distribución muestral de las medias es $\overline{X} \rightarrow N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) = N(\mu, \frac{12}{\sqrt{81}}) = N(\mu, \frac{4}{3})$

b)
Si se desea estimar la estatura media de los soldados de ese cuartel de forma que el error no sobrepase los 3 cm, ¿cuántos soldados deberán escogerse para formar parte de la muestra si se utiliza un nivel de confianza del 97%?

Datos del problema: $\sigma = 12$, $n = 81$, $E \le 3$, nivel de confianza = 97% = 0'97 = $1 - \alpha$, de donde α = 0'03, es decir $\alpha/2$ = 0'03/2 = 0'015.

De $p(Z \le z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2$ = 1 - 0'015 = 0'985. Mirando en las tablas de la N(0,1) vemos que la probabilidad 0'985 viene, y que corresponde a $z_{1-\alpha/2}$ = 2'17, por tanto el tamaño de la muestra es:

De $n \ge \left(\frac{z_{1-\alpha/2}\cdot\sigma}{E}\right)^2 = \left(\frac{2'17\cdot 12}{3}\right)^2$ = 75'3424, tenemos que **el tamaño mínimo es n = 76**.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1_B

(3 puntos) El estadio del Mediterráneo, construido para la celebración de los "Juegos Mediterráneos Almería 2005", tiene una capacidad de 20000 espectadores.
Para la asistencia a estos juegos se han establecido las siguientes normas:
El número de adultos no debe superar al doble del número de niños; el número de adultos menos el número de niños no será superior a 5000.
Si el precio de la entrada de niño es de 10 euros y la de adulto 15 euros ¿cuál es la composición de espectadores que proporciona mayores ingresos? ¿A cuánto ascenderán esos ingresos?

Solución

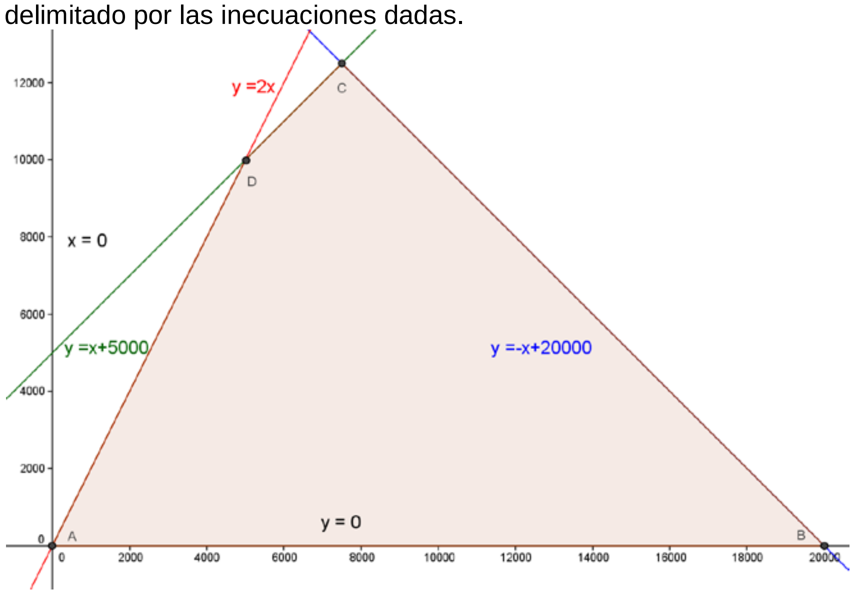
"x" = Número de niños.
"y" = Número de adultos.
Función Objetivo **F(x,y) = 10x + 15y**. (entrada de niño es de 10€ y la de adulto 15€)
Restricciones:

Estadio con una capacidad de 20000 espectadores → $x + y \le 20000$.
Número de adultos no debe superar al doble del número de niños → $y \le 2x$.
Número de adultos menos el número de niños no será superior a 5000. → $y - x \le 5000$
Irá algún niño y algún adulto. → $x \ge 0$ e $y \ge 0$

Las desigualdades $x + y \le 20000$; $y \le 2x$; $y - x \le 5000$; $x \ge 0$; $y \ge 0$, las transformamos en igualdades, y ya **son rectas,** $x + y = 20000$; $y = 2x$; $y - x = 5000$; $x = 0$; $y = 0$.

Para que nos sea más fácil dibujar las rectas (con dos valores es suficiente), despejamos las "y" y tenemos
$y = -x + 20000$; $y = 2x$; $y = x + 5000$; $x = 0$; $y = 0$**;**

Representamos gráficamente las rectas que verifican estas igualdades, y el recinto en el cual estarán los bordes del recinto delimitado por las inecuaciones dadas.



Calculamos los vértices del recinto resolviendo las ecuaciones las rectas de dos en dos.

De $x = 0$ e $y = 0$, tenemos el punto de corte es A(0,0)
De $y = 0$ e $y = -x + 20000$, tenemos $0 = -x+20000$ es decir $x = 20000$. El punto de corte es B(20000,0)
De $y = -x+20000$ e $y = x+5000$, tenemos $-x+20000 = x+5000$ es decir $15000 = 2x$, luego $x = 7500$ e $y = 12500$. El punto de corte es C(7500,12500)
De $y = 2x$ e $y = x + 5000$; tenemos $2x = x + 5000$, es decir $x = 5000$ e $y = 10000$. El punto de corte es D(5000,10000)

Vemos que los vértices del recinto son: A(0,0), B(20000,0), C(7500,12500) y D(5000,10000)**.**

Calculemos el máximo de la función $F(x,y) = 10x + 15y$ en dicha región.

El Teorema Fundamental de la Programación Lineal afirma que su máximo y mínimo absoluto están en la región acotada, y que estos extremos deben estar situados en algún vértice del recinto, por lo que evaluamos F en los puntos anteriores A(0,0), B(20000,0), C(7500,12500) y D(5000,10000). En el caso de que coincidan en dos vértices consecutivos la solución es todo el segmento que los une.

$F(0,0) = 10(0) + 15(0) = 0$; $F(20000,0) = 10(20000) + 15(0) = 200000$;
$F(7500,12500) = 10(7500) + 15(12500) = 262500$; $F(5000,10000) = 10(5000) + 15(10000) = 200000$;

Teniendo en cuenta lo anterior vemos que **el máximo absoluto de la función F en la región es 262500** (el valor mayor en los vértices) y **se alcanza en el vértice C(7500,12500), es decir el número beneficio máximo es de 275000€ y se alcanza asistiendo 7500 niños y 12500 adultos**.

EJERCICIO 2_B

(3 puntos) Halle $f'(2)$, $g'(4)$ y $h'(0)$ para las funciones definidas de la siguiente forma

$$f(x) = x^2 + \frac{16}{x^2}; \quad g(x) = (x^2+9)^3; \quad h(x) = L(x^2+1).$$

Solución

Halle $f'(2)$, $g'(4)$ y $h'(0)$ para las funciones definidas de la siguiente forma

$$f(x) = x^2 + \frac{16}{x^2}; \quad g(x) = (x^2+9)^3; \quad h(x) = L(x^2+1).$$

Recordamos algunas derivadas y reglas de derivación. También la ecuación de la recta tangente.

$(f(x)+g(x))' = f'(x)+g'(x)$; $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x).g(x) - f(x).g'(x)}{(g(x))^2}$; $((f(x)^k)' = k.f(x)^{k-1}\cdot f'(x)$; $(x^k)' = k.x^{k-1}$;$(\ln(f(x)))' = \frac{f'(x)}{f(x)}$; $(k)' = 0$.

$f(x) = x^2 + \frac{16}{x^2} \rightarrow f'(x) = 2x + \frac{0-16(2x)}{x^4} = 2x - 32/x^3 \rightarrow$ **$f'(2)$** $= 2(2) - 32/(2)^3$ **$= 0$**
$g(x) = (x^2 + 9)^3 \rightarrow g'(x) = 3\cdot(x^2 + 9)\cdot 2x \rightarrow$ **$g'(4)$** $= 3\cdot((4)^2 + 9)\cdot 2(4)$ **$= 600$**
$h(x) = L(x^2+1) \rightarrow h'(x) = 2x/(x^2+1) \rightarrow$ **$h'(0)$** $= 2(0)/((0)^2+1) = 0/1$ **$= 0$**

EJERCICIO 3_B

Parte I

Sean A y B dos sucesos independientes tales que $p(A) = 0'4$ y $p(A\cap B) = 0'05$.
a) (0'5 puntos) Calcule p(B).
b) (0'75 puntos) Calcule $p(A\cap B^C)$.
c) (0'75 puntos) Sabiendo que no ha sucedido B, calcule la probabilidad de que suceda A.

Solución

Sean A y B dos sucesos independientes tales que $p(A) = 0'4$ y $p(A\cap B) = 0'05$.
a)
Calcule p(B).

Sabemos que $p(A\cup B) = p(A) + p(B) - p(A\cap B)$; A y B son independientes si $p(A\cap B) = p(A)\cdot p(B)$;
$p(A/B) = \frac{p(A\cap B)}{p(B)}$; $p(A\cap B^C) = p(A) - p(A\cap B)$; $p(A^C) = 1 - p(A)$.

Del problema tenemos: $p(A) = 0'4$ y $p(A\cap B) = 0'05$.

Como son independientes si $p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B) \rightarrow 0'05 = 0'4 \cdot p(B) \rightarrow$ **p(B)** = 0'05/0'4 **= 0'125.**
b)
Calcule $p(A \cap B^C)$.

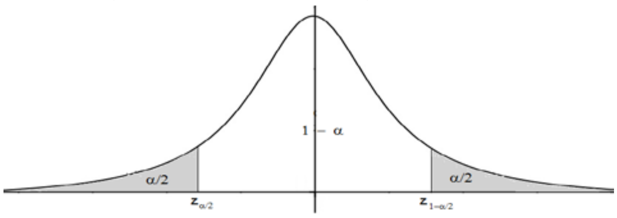
$p(A \cap B^C)$ = p(A) - $p(A \cap B)$ = 0'4 – 0'05 **= 0'35.**
c)
Sabiendo que no ha sucedido B, calcule la probabilidad de que suceda A.

Me piden **$p(A/B^C)$** = $\frac{p(A \cap B^C)}{p(B^C)} = \frac{p(A) - p(A \cap B)}{1 - p(B)}$ = 0'35/(1 - 0'125) = 0'35/0'875 **= 0'4.**

EJERCICIO 3_B
Parte II
El índice de resistencia a la rotura, expresado en kg, de un determinado tipo de cuerda sigue una distribución Normal con desviación típica 15'6 kg. Con una muestra de 5 de estas cuerdas, seleccionadas al azar, se obtuvieron los siguientes índices: 280, 240, 270, 285, 270.
a) (1 punto) Obtenga un intervalo de confianza para la media del índice de resistencia a la rotura de este tipo de cuerdas, utilizando un nivel de confianza del 95%.
b) (1 punto) Si, con el mismo nivel de confianza, se desea obtener un error máximo en la estimación de la media de 5 kg, ¿será suficiente con elegir una muestra de 30 cuerdas?

Solución

Sabemos que para la media poblacional **μ**, el *estimador* MEDIA MUESTRAL $\overline{X}$, sigue una $N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$, y generalmente escribimos $\overline{X} \approx N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ o $\overline{X} \rightarrow N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$



También sabemos que el intervalo de confianza para estimar la media es:

$$I.C.(\mu) = \left(\overline{x} - z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = (a,b)$$

donde $z_{1-\alpha/2}$ y $z_{\alpha/2} = - z_{1-\alpha/2}$ *es el punto crítico* de la variable aleatoria Normal tipificada $Z \approx N(0,1)$ que verifica $p(Z \le z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2$

También sabemos que la media es $\overline{x}$ = (a + b)/2, el error máximo de la estimación es E = $z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$*, para el intervalo de la media. Pero la amplitud del intervalo es b – a = 2·* $z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ *= 2·E, de donde E = (b – a)/2,*

por tanto el tamaño mínimo de la muestra es n = $\left(\frac{z_{1-\alpha/2} \cdot \sigma}{E}\right)^2 = \left(\frac{2 \cdot z_{1-\alpha/2} \cdot \sigma}{b - a}\right)^2$.

El índice de resistencia a la rotura, expresado en kg, de un determinado tipo de cuerda sigue una distribución Normal con desviación típica 15'6 kg. Con una muestra de 5 de estas cuerdas, seleccionadas al azar, se obtuvieron los siguientes índices: 280, 240, 270, 285, 270.
a)
Obtenga un intervalo de confianza para la media del índice de resistencia a la rotura de este tipo de cuerdas, utilizando un nivel de confianza del 95%.

Datos del problema: σ = 15'6, n = 5, $\overline{x}$ = (280+240+270+285+270)/5 = 269, nivel de confianza = 95% = 0'96 = 1 - α, de donde α = 0'05, es decir $\alpha/2$ = 0'05/2 = 0'025.

De $p(Z \le z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2$ = 1 - 0'025 = 0'975. Mirando en las tablas de la N(0,1) vemos que la probabilidad 0'975 viene, y que corresponde a $z_{1-\alpha/2}$ = 1'96, por tanto el intervalo de confianza pedido es:

I.C. (μ) = $\left(\overline{x} - z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(269 - 1'96\cdot\frac{15'6}{\sqrt{5}}, 269 + 1'96\cdot\frac{15'6}{\sqrt{5}}\right) \cong$ **(255’326, 282’674).**

b)
Si, con el mismo nivel de confianza, se desea obtener un error máximo en la estimación de la media de 5 kg, ¿será suficiente con elegir una muestra de 30 cuerdas?

Datos del problema: σ = 15’6, E $\leq$ 5, $z_{1-\alpha/2}$ = 1’96 (es el mismo nivel de confianza) .

De $n \geq \left(\frac{z_{1-\alpha/2}\cdot\sigma}{E}\right)^2 = \left(\frac{1'96\cdot 15'6}{5}\right)^2 \cong$ 37’39, tenemos que **el tamaño mínimo es n = 38, luego no es suficiente una muestra de 30 cuerdas**.