OPCIÓN A

EJERCICIO 1_A

a) (1'5 puntos) Represente gráficamente el recinto definido por el siguiente sistema de inecuaciones:

$$x \geq 3(y - 3); \quad 2x + 3y \leq 36; \quad x \leq 15; \quad x \geq 0; \quad y \geq 0.$$

b) (1 punto) Calcule los vértices del recinto.

c) (0'5 puntos) Obtenga el valor máximo de la función F(x, y) = 8x + 12y en este recinto e indique dónde se alcanza.

Solución

Función Objetivo **F(x,y) = 8x + 12y**.

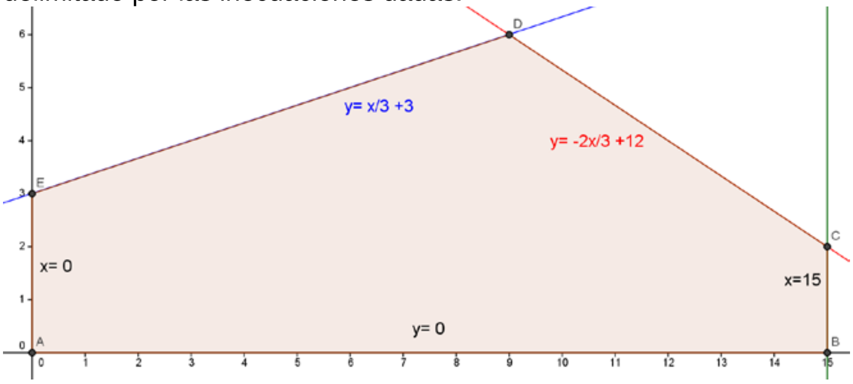
Restricciones:

Que son las desigualdades $x \geq 3(y - 3)$; $2x + 3y \leq 36$; $x \leq 15$; $x \geq 0$; $y \geq 0$; y las transformamos en igualdades, y ya son rectas, $x = 3(y - 3)$; $2x + 3y = 36$; $x = 15$; $x = 0$; $y = 0$.

Para que nos sea más fácil dibujar las rectas (con dos valores es suficiente), despejamos las "y" y tenemos

$$y = x/3 + 3; \quad y = -2x/3 + 12; \quad x = 15; \quad x = 0; \quad y = 0;$$

Representamos gráficamente las rectas que verifican estas igualdades, y el recinto en el cual estarán los bordes del recinto delimitado por las inecuaciones dadas.



Calculamos los vértices del recinto resolviendo las ecuaciones de las rectas de dos en dos.

De x = 0 e y = 0. El punto de corte es A(0,0)
De x = 15 e y = 0. El punto de corte es B(15,0)
De x = 15 e y = -2x/3 + 12; tenemos y = 2. El punto de corte es C(15,2)
De y = -2x/3 + 12 e y = x/3 + 3; tenemos -2x/3 + 12 = x/3 + 3, es decir -2x + 36 = x + 9, luego 27 = 3x, luego x = 9 e y = 6, y el punto de corte es D(9,6)
De x = 0 e y = x/3 + 3, tenemos y = 3, y el punto de corte es E(0,3)

Vemos que los vértices del recinto son: A(0;0), B(15,0), C(15;2), D(9,6) y E (0;3).

Calculemos el máximo de la función F(x,y) = 8x + 12y en dicha región.

El Teorema Fundamental de la Programación Lineal afirma que su máximo y mínimo absoluto están en la región acotada, y que estos extremos deben estar situados en algún vértice del recinto, por lo que evaluamos F en los puntos anteriores A(0;0), B(15,0), C(15;2), D(9,6) y E (0;3). En el caso de que coincidan en dos vértices consecutivos la solución es todo el segmento que los une.

F(0,0) = 8(0)+12(0) = 0; F(15,0) = 8(15)+12(0) = 120; **F(15,2)** = 8(15)+12(2) = **144**;
F(9,6) = 8(9)+12(6) = **144**; F(0,3) = 8(0)+12(3) = 36.

Teniendo en cuenta lo anterior vemos que **el máximo absoluto de la función F en la región es 144** (el valor mayor en los vértices) y **se alcanza en los vértices C(15,2) y D(9,6), es decir <u>en todo el segmento</u> que une el vértice C con el vértice D**.

EJERCICIO 2_A

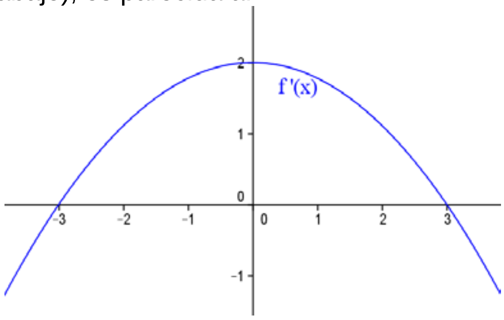
a) (1'5 puntos) La gráfica de la función derivada de una función *f* es la parábola de vértice (0,2) que corta al eje de abscisas en los puntos (-3,0) y (3,0). A partir de dicha gráfica, determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función *f*.

b) (1'5 puntos) Calcule los extremos relativos de la función $g(x) = x^3 - 3x$.

Solución

a)
La gráfica de la función derivada de una función *f* es la parábola de vértice (0,2) que corta al eje de abscisas en los puntos (-3,0) y (3,0). A partir de dicha gráfica, determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función *f*.

Con los datos anteriores la gráfica de f' (es una parábola, que tiene el vértice encima de los cortes con el eje OX, luego tiene las ramas hacia abajo), es parecida a:



Observando la gráfica de f'(x) vemos que f'(x) > 0 (encima del eje OX) en el intervalo (-3,3), es decir *f* *estrictamente creciente* $(\nearrow)$ en el intervalo (-3,3).

Observando la gráfica de f'(x) vemos que f'(x) < 0 (debajo del eje OX) en el intervalo $(-\infty,-3)\cup(3,+\infty)$, es decir *f estrictamente decreciente* $(\searrow)$ en el intervalo $(-\infty,-3)\cup(3,+\infty)$.

Por definición x = -3 es un mínimo relativo.
Por definición x = 3 es un máximo relativo.
b)
Calcule los extremos relativos de la función $g(x) = x^3 - 3x$.

Estudiamos su primera derivada g'(x).
$g(x) = x^3 - 3x$, $g'(x) = 3x^2 - 3$.
De g'(x) = 0, tenemos $3x^2 - 3 = 0$, de donde $x = \pm 1$. Que serán los posibles extremos relativos.

De $g'(-2) = 3(-2)^2 - 3 = 9 > 0$, vemos que g'(x) > 0 en el intervalo $(-\infty,-1)$, es decir g(x) es *estrictamente creciente* $(\nearrow)$ en el intervalo $(-\infty,-1)$
De $g'(0) = 3(0)^2 - 3 = -3 < 0$, vemos que g'(x) < 0 en el intervalo (-1,+1), es decir g(x) es *estrictamente decreciente* $(\searrow)$ en el intervalo $(-1,+1)$
De $g'(2) = 3(2)^2 - 3 = 9 > 0$, vemos que g'(x) > 0 en el intervalo $(-\infty,-1)$, es decir g(x) es *estrictamente creciente* $(\nearrow)$ en el intervalo $(1,+\infty)$

Por definición x = -1 es un máximo relativo.
Por definición x = 1 es un mínimo relativo.

También podíamos haber visto que g''(-1) < 0. (g''(x) = 6x, luego g''(-1) = -6 < 0); y que g''(1) > 0.
(g''(x) = 6x, luego g''(1) = 6 > 0)

EJERCICIO 3_A

Parte I
Laura tiene un dado con tres caras pintadas de azul y las otras tres de rojo. María tiene otro dado con tres caras pintadas de rojo, dos de verde y una de azul. Cada una tira su dado y observan el color.
a) (1 punto) Describa el espacio muestral asociado y las probabilidades de los sucesos elementales.
b) (1 punto) Si salen los dos colores iguales gana Laura; y si sale el color verde, gana María. Calcule la probabilidad que tiene cada una de ganar.

Solución

Laura tiene un dado con tres caras pintadas de azul y las otras tres de rojo. María tiene otro dado con tres caras pintadas de rojo, dos de verde y una de azul. Cada una tira su dado y observan el color.
a)

Describa el espacio muestral asociado y las probabilidades de los sucesos elementales.

Sean los sucesos A_L, R_L, A_M, R_M, V_M los sucesos "salir color azul al lanzar Laura su dado", "salir color rojo al lanzar Laura su dado", "salir color azul al lanzar María su dado", "salir color rojo al lanzar María su dado" y "salir color verde al lanzar María su dado".

El espacio muestral es R = { A_L- A_M ; A_L- R_M ; A_L- V_M ;R_L - A_M, ; R_L- R_M y R_L- V_M }

Al lanzar cada uno su dado los sucesos generados son independientes, es decir $p(A\cap B) = p(A)\cdot p(B)$.

Tenemos $p(A_L) = 3/6 = 1/2$, $p(R_L) = 3/6 = 1/2$, $p(A_M) = 1/6$, $p(R_M) = 3/6 = 1/2$ y $p(V_M) = 2/6 = 1/3$.
Todo esto se puede hacer por un diagrama de árbol poniendo 1º los resultados de Laura y después los de María.

Veamos ya las probabilidades de los sucesos elementales del espacio muestral:
$p(A_L\text{- } A_M) = p(A_L\cap A_M) = p(A_L)\cdot p(A_M) = (1/2)\cdot(1/6) = 1/12$.
$p(A_L\text{- } R_M) = p(A_L\cap R_M) = p(A_L)\cdot p(R_M) = (1/2)\cdot(1/2) = 1/4$.
$p(A_L\text{- } V_M) = p(A_L\cap V_M) = p(A_L)\cdot p(V_M) = (1/2)\cdot(1/3) = 1/6$.
$p(R_L\text{- } A_M) = p(R_L\cap A_M) = p(R_L)\cdot p(A_M) = (1/2)\cdot(1/6) = 1/12$.
$p(R_L\text{- } R_M) = p(R_L\cap R_M) = p(R_L)\cdot p(R_M) = (1/2)\cdot(1/2) = 1/4$.
$p(R_L\text{- } V_M) = p(R_L\cap V_M) = p(R_L)\cdot p(V_M) = (1/2)\cdot(1/3) = 1/6$.
b)
Si salen los dos colores iguales gana Laura; y si sale el color verde, gana María. Calcule la probabilidad que tiene cada una de ganar.

p(gana Laura) = p(salen dos colores iguales) = $p(A_L\cap A_M) + p(R_L\cap R_M) = (1/12) + (1/4) =$ **1/3**.
p(gana María) = p(sale color verde) = $p(A_L\cap V_M) + p(R_L\cap V_M) = (1/6) + (1/6) =$ **1/3**.

Vemos que **tienen la misma probabilidad de ganar.**

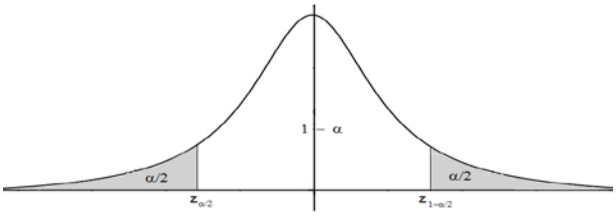
EJERCICIO 3_A

Parte II

a) (1 punto) Los valores: " 52, 61, 58, 49, 53, 60, 68, 50, 53 " constituyen una muestra aleatoria de una variable aleatoria Normal, con desviación típica 6. Obtenga un intervalo de confianza para la media de la población, con un nivel de confianza del 92%.
b) (1 punto) Se desea estimar la media poblacional de otra variable aleatoria Normal, con varianza 49, mediante la media de una muestra aleatoria. Obtenga el tamaño mínimo de la muestra para que el error máximo de la estimación, mediante un intervalo de confianza al 97%, sea menor o igual que 2.

Solución

Sabemos que para la media poblacional **μ**, el *estimador* MEDIA MUESTRAL $\overline{X}$, sigue una $N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$, y generalmente escribimos $\overline{X} \approx N(\mu , \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ o $\overline{X} \rightarrow N(\mu , \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$



También sabemos que el intervalo de confianza para estimar la media es:

$$\text{I.C.}(\mu) = \left(\overline{x} - z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = (a,b)$$

donde $z_{1-\alpha/2}$ y $z_{\alpha/2} = - z_{1-\alpha/2}$ *es el punto crítico* de la variable aleatoria Normal tipificada $Z \approx N(0,1)$ que verifica $p(Z \le z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2$

También sabemos que el <u>error máximo</u> de la estimación es E = $z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$*, para el intervalo de la media.*

Pero la amplitud del intervalo es b – a = 2· $z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ *= 2·E, de donde E = (b – a)/2, por tanto el tamaño* *mínimo de la muestra es n =* $\left(\frac{z_{1-\alpha/2}.\sigma}{E}\right)^2$.

a)
Los valores: " 52, 61, 58, 49, 53, 60, 68, 50, 53 " constituyen una muestra aleatoria de una variable aleatoria Normal, con desviación típica 6. Obtenga un intervalo de confianza para la media de la población, con un nivel de confianza del 92%.

Datos del problema: σ = 6, n = 9, $\overline{x}$ = (52+61+58+49+53+60+68+50+53)/9 = 56, nivel de confianza = 92% = 0'92 = 1 - α, de donde α = 0'08.

De 1 – α = 0'92, tenemos α = 1- 0'92 = 0'08, de donde α/2 = 0'08/2 = 0'04
De p(Z ≤ $z_{1-\alpha/2}$) = 1 - α/2 = 1 - 0'04 = 0'96. Mirando en las tablas de la N(0,1) vemos que la probabilidad 0'96 no viene, y la más próxima es 0'9599 que corresponde a $z_{1-\alpha/2}$ = 1'85, por tanto el intervalo de confianza pedido es:

$$\text{I.C. }(\mu) = \left(\overline{x} - z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(56\text{-}1'85\cdot\frac{6}{\sqrt{9}}, 56\text{+}1'85\cdot\frac{6}{\sqrt{9}}\right) = \mathbf{(52'3,59'7)}$$

b)
Se desea estimar la media poblacional de otra variable aleatoria Normal, con varianza 49, mediante la media de una muestra aleatoria. Obtenga el tamaño mínimo de la muestra para que el error máximo de la estimación, mediante un intervalo de confianza al 97%, sea menor o igual que 2.

Datos del problema: σ^2 = 49, luego σ = 7, E ≤ 2, con el nivel de confianza nivel de confianza = 97% = 0'97 = = 1 - α, de donde α = 0'03.

De 1 – α = 0'97, tenemos α = 1- 0'97 = 0'03, de donde α/2 = 0'03/2 = 0'015
De p(Z ≤ $z_{1-\alpha/2}$) = 1 - α/2 = 1 - 0'015 = 0'985. Mirando en las tablas de la N(0,1) vemos que la probabilidad 0'985 viene, y corresponde a $z_{1-\alpha/2}$ = 2'17.

De $n \geq \left(\frac{z_{1-\alpha/2}.\sigma}{E}\right)^2 = \left(\frac{2'17\cdot 7}{2}\right)^2 \cong$ 57'684, es decir **el tamaño mínimo es n = 58**.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1_B

(3 puntos) El cajero de un banco sólo dispone de billetes de 10, 20 y 50 euros. Hemos sacado 290 euros del banco y el cajero nos ha entregado exactamente 8 billetes. El número de billetes de 10 euros que nos ha dado es el doble del de 20 euros.
Plantee y resuelva el sistema de ecuaciones lineales asociado a este problema para obtener el número de billetes de cada tipo que nos ha entregado el cajero.

Solución

El cajero de un banco sólo dispone de billetes de 10, 20 y 50 euros. Hemos sacado 290 euros del banco y el cajero nos ha entregado exactamente 8 billetes. El número de billetes de 10 euros que nos ha dado es el doble del de 20 euros.

Plantee y resuelva el sistema de ecuaciones lineales asociado a este problema para obtener el número de billetes de cada tipo que nos ha entregado el cajero.

"x" = nº billetes de 10€
"y" = nº billetes de 20€
"z" = nº billetes de 50€

De, "Hemos sacado 290 euros del banco", tenemos: 10x + 20y + 50z = 290.
De, "el cajero nos ha entregado 8 billetes", tenemos: x + y + z = 8.
De, "El número de billetes de 10 euros es el doble del de 20 euros", tenemos: x = 2y.

El sistema de ecuaciones pedido es:

$$\begin{aligned} 10x + 20y + 50z &= 290 \\ x + y + z &= 8 \\ x &= 2y \end{aligned}$$

Sustituimos la 3ª ecuación $x = 2y$ en las dos primeras, quedándonos:
$10(2y) + 20y + 50z = 290 \rightarrow 40y + 50z = 290 \rightarrow 4y + 5z = 29$
$(2y) + y + z = 8 \rightarrow 3y + z = 8 \rightarrow z = 8 - 3y$. Sustituyendo en la anterior tenemos:

$4y + 5(8-3y) = 29 \rightarrow 4y + 40 -15y = 29 \rightarrow 11 = y$, luego $x = 2(1) = 2$ y $z = 8 - 3(1) = 5$.
El cajero nos ha dado <u>dos</u> billetes de 10€, <u>un</u> billete de 20€ y <u>cinco</u> billetes de 50€.

EJERCICIO 2_B

Se considera la función $f(x) = \dfrac{3 - x}{2 - x}$.
a) (1 punto) Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de esa función en el punto de abscisa $x = 1$.
b) (1 punto) Estudie su monotonía.
c) (1 punto) Calcule sus asíntotas.

Solución

Se considera la función $f(x) = \dfrac{3 - x}{2 - x}$.
a)
Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de esa función en el punto de abscisa $x = 1$.

Antes de empezar vemos que la gráfica de f es una hipérbola y que no está definida en el nº que anula el denominador, en este caso $x = 2$, es decir f está definida en $R - \{2\}$.

La recta tangente en $x = 1$ es $y - f(1) = f'(1)(x - 1)$
$f(x) = \dfrac{3 - x}{2 - x}$. $f'(x) = \dfrac{(-1)\cdot(2 - x) - (3 - x)\cdot(-1)}{(2 - x)^2} = \dfrac{1}{(2 - x)^2}$.
Luego $f(1) = 3/1 = 3$ y $f'(1) = 1/1^2 = 1$, por tanto **la recta tangente es $y - 3 = (1)(x - 1)$.**
b)
Estudie su monotonía.

No están pidiendo el estudio de la 1ª derivada, y nos saldrá crecimiento, decrecimiento, etc..
Sabemos que $f'(x) = \dfrac{1}{(2 - x)^2}$

De $f'(x) = 0$, tenemos $1 = 0$, lo cual es absurdo, por tanto **f no tiene extremos relativos** (también lo sabíamos pues su gráfica es una hipérbola, la cual no tiene extremos), por tanto dandole un solo valor del dominio de f a f' veremos su monotonía.

De $f'(0) = 1/2^2 = 1/4 > 0$, vemos que $f'(x) > 0$ en su dominio $R - \{2\}$, es decir $f(x)$ es *estrictamente creciente* $(\nearrow)$ en $R - \{2\}$.
c)
Calcule sus asíntotas.

Sabemos que los cocientes de funciones polinómicas tienen una asíntota horizontal (A.H.) si coincide el grado del numerador con el del denominador, que es nuestro caso, y además dicha A.H. es la misma en $\pm\infty$.
También sabemos que los números que anulan el denominador son asíntotas verticales (A.V.) si el límite en dicho número es ∞, que también es nuestro caso.

Tenemos $f(x) = \dfrac{3 - x}{2 - x}$, cuya grafica es una hipérbola y sabemos tiene una A.V. y una A.H.

El número que anula el denominador (2-x=0) es $x = 2$, y como $\lim_{x\to 2^-} \dfrac{3 - x}{2 - x} = 5/0^+ = +\infty$, **la recta $x = 2$ es una A.V. de f.**

Como $\lim_{x\to +\infty} \dfrac{3 - x}{2 - x} = \lim_{x\to +\infty} (-x/-x) = \lim_{x\to +\infty} (1) = 1$, **la recta $y = 1$ es una A.H. en $\pm\infty$.**

EJERCICIO 3_B

Parte I

De un estudio sobre accidentes de tráfico se dedujeron los siguientes datos: En el 23% de los casos no se llevaba puesto el cinturón de seguridad, en el 65% no se respetaron los límites de velocidad permitidos y en el 30% de los casos se cumplían ambas normas, es decir, llevaban puesto el cinturón y respetaban los límites de velocidad.

a) (1 punto) Calcule la probabilidad de que, en un accidente de tráfico, no se haya cumplido alguna de las dos normas.

b) (1 punto) Razone si son independientes los sucesos "llevar puesto el cinturón" y "respetar los límites de velocidad".

Solución

De un estudio sobre accidentes de tráfico se dedujeron los siguientes datos: En el 23% de los casos no se llevaba puesto el cinturón de seguridad, en el 65% no se respetaron los límites de velocidad permitidos y en el 30% de los casos se cumplían ambas normas, es decir, llevaban puesto el cinturón y respetaban los límites de velocidad.

a)

Calcule la probabilidad de que, en un accidente de tráfico, no se haya cumplido alguna de las dos normas.

Sean A y B los sucesos "llevar puestos cinturón" y "respetar límites velocidad".

Del problema tenemos $p(A^C) = 23\% = 0'23$, $p(B^C) = 65\% = 0'65$ y $p(A\cap B) = 30\% = 0'3$.

Sabemos que $p(A\cup B) = p(A) + p(B) - p(A\cap B)$; A y B son independientes si $p(A\cap B) = p(A)\cdot p(B)$;
$p(A^C) = 1 - p(A)$; $p(A^C\cup B^C) = \{\text{Ley de Morgan}\} = p(A\cap B)^C = \{\text{suceso contrario}\} = 1 - p(A\cap B)$.

De $p(A^C) = 1 - p(A)$, tenemos $p(A) = 1 – 0'23 = 0'77$.
De $p(B^C) = 1 - p(B)$, tenemos $p(B) = 1 – 0'65 = 0'35$.

Me piden **p(no cinturón ó no respetar velocidad)** $= p(A^C\cup B^C) = p(A\cap B)^C = 1 - p(A\cap B) = 1 – 0'3 =$ **0'7**.

b)

Razone si son independientes los sucesos "llevar puesto el cinturón" y "respetar los límites de velocidad".

De $0'3 \neq 0'77\cdot 0'35$, tenemos que $p(A\cap B) \neq p(A)\cdot p(B)$ y **los sucesos A y B no son independientes, es decir dependen el llevar puesto el cinturón y respetar los límites de velocidad.**

EJERCICIO 3_B

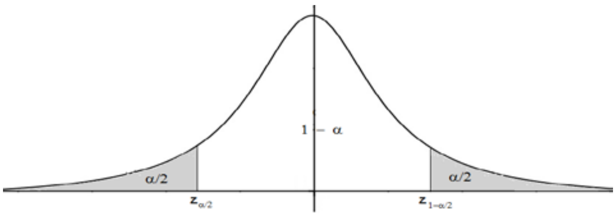
Parte II

(2 puntos) En una muestra aleatoria de 1000 personas de una ciudad, 400 votan a un determinado partido político.

Calcule un intervalo de confianza al 96% para la proporción de votantes de ese partido en la ciudad.

Solución

*Sabemos que si n ≥ 30 para la proporción muestral **p**, el estimador PROPORCIÓN MUESTRAL* $\hat{p}$ *sigue una normal* $N(\hat{p}, \sqrt{\frac{\hat{p}\cdot\hat{q}}{n}})$ *que es la distribución muestral de proporciones, donde* $\hat{q} = 1 - \hat{p}$, *y generalmente escribimos* $\mathbf{p} \approx N(\hat{p}, \sqrt{\frac{\hat{p}\cdot\hat{q}}{n}})$ *o* $\mathbf{p} \rightarrow N(\hat{p}, \sqrt{\frac{\hat{p}\cdot\hat{q}}{n}})$.



*Sabemos que el intervalo de confianza para estimar la proporción **p** de las muestras es:*

$$I.C.(\mathbf{p}) = \left(\hat{p} - z_{1-\alpha/2}\cdot\sqrt{\frac{\hat{p}\cdot\hat{q}}{n}}, \hat{p} + z_{1-\alpha/2}\cdot\sqrt{\frac{\hat{p}\cdot\hat{q}}{n}}\right) = (b-a)$$

donde $z_{1-\alpha/2}$ *es el punto crítico de la variable aleatoria Normal tipificada* $Z \approx N(0,1)$ *que verifica* $p(Z \leq z_{1-\alpha/2}) = 1-\alpha/2$.

El error cometido es E < $z_{1-\alpha/2}\cdot\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$ *= (b-a)/2, de donde el tamaño de la muestra es n >* $\frac{(z_{1-\alpha/2})^2.\hat{p}.\hat{q}}{E^2}$*.*

En una muestra aleatoria de 1000 personas de una ciudad, 400 votan a un determinado partido político. Calcule un intervalo de confianza al 96% para la proporción de votantes de ese partido en la ciudad.

Datos del problema: $\hat{p}$ = 400/1000 = 0'4, $\hat{q}$ = 1 - 0'7 = 0'6, n = 1000, nivel de confianza 1 – α = 96% = = 0'96, de donde α = 0'04 = 4% como *nivel de significación*.
De α = 0'04 tenemos $\alpha/2$ = 0'02

De la igualdad p(Z ≤ $z_{1-\alpha/2}$) = 1 - $\alpha/2$ = 1 - 0'02 = 0'98, que se mira en la tabla de la distribución Normal N(0,1), y nos dará el correspondiente valor crítico $z_{1-\alpha/2}$. Mirando en la tabla de la N(0,1) vemos que el valor 0'98 no viene en la tabla y el valor más próximo es 0'9798, que corresponde a $z_{1-\alpha/2}$ = 2'05. Por tanto el intervalo de confianza pedido es:

I.C.(**p**) = $\left(\hat{p} - z_{1-\alpha/2}\cdot\sqrt{\frac{\hat{p}\cdot\hat{q}}{n}}, \hat{p} + z_{1-\alpha/2}\cdot\sqrt{\frac{\hat{p}\cdot\hat{q}}{n}}\right) = \left(0'4 - 2'05\cdot\sqrt{\frac{0'4\cdot0'6}{1000}}, 0'4 + 2'05\cdot\sqrt{\frac{0'4\cdot0'6}{1000}}\right) \cong$

$\cong$ **(0'36824; 0'43176)**