

**Instrucciones:**

- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.  
 b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.  
 c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.  
 d) Puede usar una calculadora no programable y no gráfica.  
 e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

**OPCIÓN A****EJERCICIO 1**

a) (1'5 puntos) Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ . Calcule  $A^{-1} \cdot (B - A^t)$ .

b) (1'5 puntos) Resuelva y clasifique el sistema  $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

**EJERCICIO 2**

Consideremos la función  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x \leq 1 \\ x - 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$ .

- a) (1 punto) Estudie su continuidad y derivabilidad.  
 b) (1 punto) Determine la monotonía de  $f$ .  
 c) (1 punto) Represente gráficamente esta función.

**EJERCICIO 3****Parte I**

Una enfermedad afecta a un 5 % de la población. Se aplica una prueba diagnóstica para detectar dicha enfermedad, obteniéndose el siguiente resultado: Aplicada a personas que padecen la enfermedad se obtiene un 96 % de resultados positivos, y aplicada a personas que no la padecen se obtiene un 2 % de resultados positivos. Elegida una persona, al azar, y aplicada la prueba:

- a) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que se obtenga un resultado positivo?  
 b) (1 punto) Si se obtiene un resultado positivo, ¿cuál es la probabilidad de que esta persona no padezca la enfermedad?

**Parte II**

- a) (1'25 puntos) Sea la población  $\{1, 5, 7\}$ . Escriba todas las muestras de tamaño 2, mediante muestreo aleatorio simple, y calcule la varianza de las medias muestrales.  
 b) (0'75 puntos) De una población de 300 hombres y 200 mujeres se desea seleccionar, mediante muestreo aleatorio estratificado con afijación proporcional, una muestra de tamaño 30 distribuida en los dos estratos, ¿cuál será la composición de la muestra?

**OPCIÓN B****EJERCICIO 1**

(3 puntos) Un laboratorio farmacéutico vende dos preparados,  $A$  y  $B$ , a razón de 40 y 20 euros el kg, respectivamente. Su producción máxima es de 1000 kg de cada preparado. Si su producción total no puede superar los 1700 kg, ¿cuál es la producción que maximiza sus ingresos? Calcule dichos ingresos máximos.

**EJERCICIO 2**

a) (1'5 puntos) Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $g(x) = \frac{3x - 2}{x + 1}$  en el punto de abscisa  $x = 1$ .

b) (1'5 puntos) Se considera la función  $f(x) = ax^2 - bx + 4$ . Calcule los valores de los parámetros  $a$  y  $b$  para que  $f$  tenga un extremo relativo en el punto  $(1, 10)$ .

**EJERCICIO 3****Parte I**

Una urna  $A$  contiene diez bolas numeradas del 1 al 10, y otra urna  $B$  contiene ocho bolas numeradas del 1 al 8.

Se escoge una urna al azar y se saca una bola.

- a) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída tenga el número 2?  
 b) (1 punto) Si el número de la bola extraída es impar, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la urna  $B$ .

**Parte II**

Se han tomado las tallas de 16 bebés, elegidos al azar, de entre los nacidos en un cierto hospital, y se han obtenido los siguientes resultados, en centímetros:

51, 50, 53, 48, 49, 50, 51, 48, 50, 51, 50, 47, 51, 51, 49, 51.

La talla de los bebés sigue una ley Normal de desviación típica 2 centímetros y media desconocida.

- a) (0'75 puntos) ¿Cuál es la distribución de las medias de las muestras de tamaño 16?  
 b) (1'25 puntos) Determine un intervalo de confianza, al 97%, para la media poblacional.