

OPCIÓN A**EJERCICIO 1_A**

Sea la región definida por las siguientes inecuaciones: $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} \geq 1$; $-x + 2y \geq 0$; $y \leq 2$.

a) (2 puntos) Represente gráficamente dicha región y calcule sus vértices.

b) (1 punto) Determine en qué puntos la función $F(x,y) = 3x - 6y + 4$ alcanza sus valores extremos y cuáles son éstos.

Solución

(a) y (b)

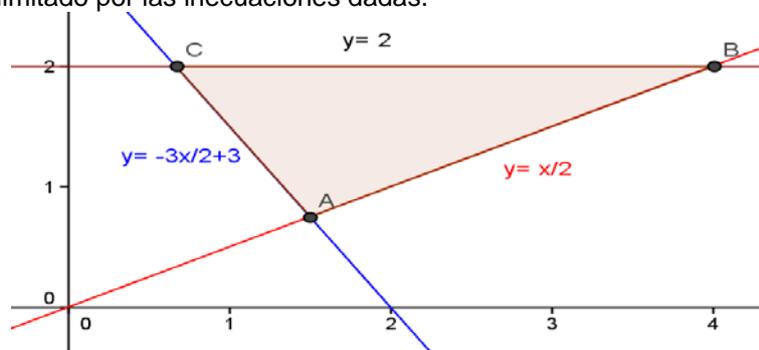
Función Objetivo $F(x,y) = 3x - 6y + 4$.

Restricciones:

Que son las desigualdades $x/2 + y/3 \geq 1$; $-x + 2y \geq 0$; $y \leq 2$; y las transformamos en igualdades, y ya son rectas, $x/2 + y/3 = 1$; $-x + 2y = 0$; $y = 2$.

Para que nos sea más fácil dibujar las rectas (con dos valores es suficiente), despejamos las "y" y tenemos $y = -3x/2 + 3$; $y = x/2$; $y = 2$;

Representamos gráficamente las rectas que verifican estas igualdades, y el recinto en el cual estarán los bordes del recinto delimitado por las inecuaciones dadas.



Calculamos los vértices del recinto resolviendo las ecuaciones de las rectas de dos en dos.

De $y = x/2$ e $y = -3x/2 + 3$, tenemos $x/2 = -3x/2 + 3$, es decir $x = -3x + 6$, luego $4x = 6$, por tanto $x = 6/4 = 3/2$ de donde $y = 3/4$. El punto de corte es $A(3/2, 3/4)$

De $y = x/2$ e $y = 2$, tenemos $x = 4$. El punto de corte es $B(4, 2)$

De $y = 2$ e $y = -3x/2 + 3$; tenemos $2 = -3x/2 + 3$, es decir $4 = -3x + 6$, luego $3x = 2$, por tanto $x = 2/3$. El punto de corte es $C(2/3, 2)$

Vemos que los vértices del recinto son: $A(3/2, 3/4)$, $B(4, 2)$ y $C(2/3, 2)$.

Calculemos el máximo de la función $F(x,y) = 3x - 6y + 4$ en dicha región.

El Teorema Fundamental de la Programación Lineal afirma que su máximo y mínimo absoluto están en la región acotada, y que estos extremos deben estar situados en algún vértice del recinto, por lo que evaluamos F en los puntos anteriores $A(3/2, 3/4)$, $B(4, 2)$ y $C(2/3, 2)$. En el caso de que coincidan en dos vértices consecutivos la solución es todo el segmento que los une.

$F(3/2, 3/4) = 3(3/2) - 6(3/4) + 4 = 4$; $F(4, 2) = 3(4) - 6(2) + 4 = 4$; $F(2/3, 2) = 3(2/3) - 6(2) + 4 = -6$;
 $F(2, 4) = 2(2) + 2(4) + 1 = 13$; $F(0, 3) = 2(0) + 2(3) + 1 = 7$.

Teniendo en cuenta lo anterior vemos que el máximo absoluto de la función F en la región es 4 (el valor mayor en los vértices) y se alcanza en los vértices $A(3/2, 3/4)$ y $B(4, 2)$, es decir en todo el segmento que une el vértice A con el vértice B , y el mínimo absoluto es -6 (el valor menor en los vértices) y se alcanza en el vértice $C(2/3, 2)$.

EJERCICIO 2_A

El beneficio esperado de una empresa, en millones de euros, en los próximos ocho años viene dado por la

función B definida por $B(t) = \begin{cases} -t^2 + 7t & \text{si } 0 \leq t < 5 \\ 10 & \text{si } 5 \leq t \leq 8 \end{cases}$

donde t indica el tiempo transcurrido en años.

- a) (2 puntos) Represente gráficamente la función B y explique cómo es la evolución del beneficio esperado durante esos 8 años.
 b) (1 punto) Calcule cuándo el beneficio esperado es de 11'25 millones de euros.

Solución

El beneficio esperado de una empresa, en millones de euros, en los próximos ocho años viene dado por la

función B definida por $B(t) = \begin{cases} -t^2 + 7t & \text{si } 0 \leq t < 5 \\ 10 & \text{si } 5 \leq t \leq 8 \end{cases}$, donde t indica el tiempo transcurrido en años.

a)

Represente gráficamente la función B y explique cómo es la evolución del beneficio esperado durante esos 8 años.

Para $0 \leq t < 5$, $B(t) = -t^2 + 7t$

Su gráfica es trozo de parábola con las ramas hacia abajo (\cap), porque el n° que multiplica a t^2 es negativo (-), luego es cóncava (en Andalucía). La abscisa del vértice es el número que anula la 1ª derivada $B'(t)$.

$B(t) = -t^2 + 7t$, $B'(t) = -2t + 7$, de $B'(t) = 0$ tenemos $-2t + 7 = 0$, luego $t = 7/2$ y el vértice es $V(7/2, B(7/2)) = V(3'5, 12'25)$, que es un máximo relativo.

Como conocemos el vértice V , B crece (\nearrow) en $(0, 3'5)$ y decrece (\searrow) en $(3'5, 5)$

Los puntos de corte son:

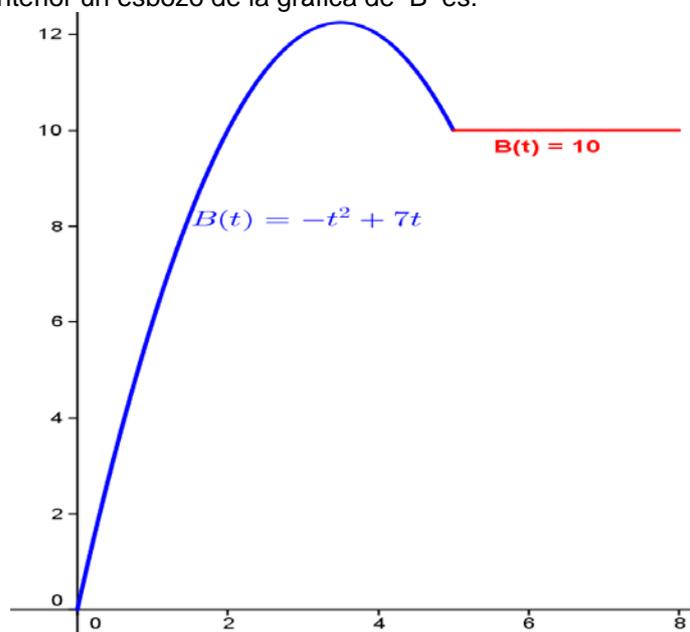
Para $t = 0$, punto $(0, B(0)) = (0, 0)$.

Para $B(t) = 0$, tenemos $-t^2 + 7t = 0 = t(-t + 7)$, de donde $t = 0$ y $t = 7$ (fuera del dominio de la parábola). Punto $(0, 0)$.

Como estamos en un segmento tenemos que darle el valor del otro extremo (por la izquierda), es decir $B(5) = -(5)^2 + 7(5) = 10$

Si $5 \leq t \leq 8$, $B(t) = 10$, cuya gráfica es la recta (en este caso segmento) paralela al eje de abscisas OX de ecuación $y = 10$. Por otro lado hemos observado que la función coincide en $x = 5$, es decir es continua en $x = 5$.

Teniendo en cuenta lo anterior un esbozo de la gráfica de B es:



Observando la gráfica vemos que el beneficio **crece, desde 0 millones de euros, el año 0 hasta 12'25 millones de euros, el año 3'5 (vértice), decrece desde 12'25 millones de euros, el año 3'5 (vértice) hasta 10 millones de euros, el año 5 y desde el año 5 al año 8 se mantiene constante en 10 millones de euros.**

b)

Calcule cuándo el beneficio esperado es de 11'25 millones de euros.

Vemos que el beneficio 11'25 pertenece al intervalo $0 \leq t < 5$, donde la función es $B(t) = -t^2 + 7t$, luego tenemos que resolver la ecuación $-t^2 + 7t = 11'25$, y tomar sólo las soluciones en $0 \leq t < 5$.

De $-t^2 + 7t = 11'25$, tenemos $t^2 - 7t + 11'25 = 0$.

$t = \frac{-(-7) \pm \sqrt{49 - 45}}{2} = \frac{7 \pm 2}{2}$, de donde $t = 9/2 = 4'5$ años y $t = 5/2 = 2'5$ años, vemos que el beneficio esperado de 11'25 años se da en el año 2'5 y en el año 4'5

EJERCICIO 3_A

Parte I

Se dispone de dos urnas A y B. En la urna A hay diez bolas, numeradas del 1 al 10 y en la urna B hay 3 bolas, numeradas del 1 al 3. Se lanza una moneda, si sale cara se extrae una bola de la urna A y si sale cruz se extrae de la B.

- (0'5 puntos) Calcule la probabilidad de obtener cara y un 5.
- (0'5 puntos) Halle la probabilidad de obtener un 6.
- (1 punto) Calcule la probabilidad de obtener un 3.

Solución

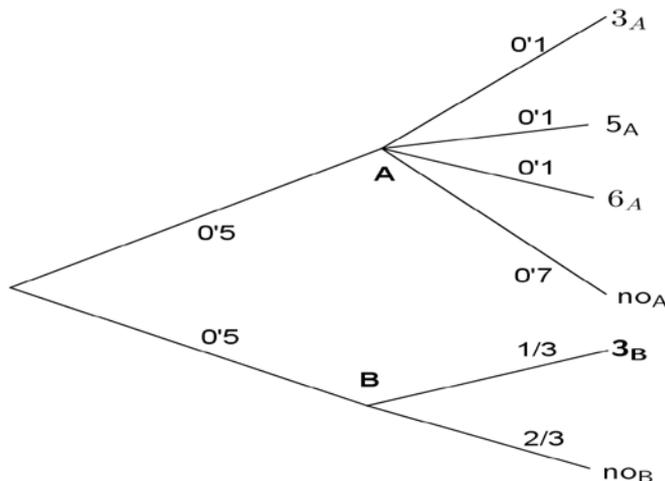
Se dispone de dos urnas A y B. En la urna A hay diez bolas, numeradas del 1 al 10 y en la urna B hay 3 bolas, numeradas del 1 al 3. Se lanza una moneda, si sale cara se extrae una bola de la urna A y si sale cruz se extrae de la B.

Lo vamos a realizar mediante un diagrama de árbol y también utilizaremos la Regla de Laplace (nº de casos favorables entre nº de casos posibles).

Llamemos A, B, i_A , no_A , i_B y no_B a los sucesos siguientes, "sacar bola de la urna A", "sacar bola de la urna B", "sacar el nº "i" de la urna A", "no sacar las bolas 5 y 6 de la urna A", "sacar el nº "i" de la urna B", "no sacar el nº 3 de la urna B".

Además tenemos $p(A) = 1/2 = 0'5$, $p(B) = 1/2 = 0'5$, $p(i_A) = 1/10 = 0'1$, $p(no_A) = 8/10 = 0'8$, $p(3_B) = 1/3$, $p(no_B) = 2/3$.

Todo esto se ve mejor en el siguiente diagrama de árbol (completamos las probabilidades sabiendo que la suma de ellas que parten de un mismo nodo vale 1).



- Calcule la probabilidad de obtener cara y un 5.

$$p(\text{cara y 5}) = p(A \cap 5_A) = p(A) \cdot p(5_A/A) = (0'5) \cdot (0'1) = 0'05$$

- Halle la probabilidad de obtener un 6.

El 6 sólo está en la urna A

$$p(6) = p(\text{cara y 6}) = p(A \cap 6_A) = p(A) \cdot p(6_A/A) = (0'5) \cdot (0'1) = 0'05$$

- Calcule la probabilidad de obtener un 3.

El 3 está en la urna A y en la urna B.

$$p(3) = p(A) \cdot p(3_A/A) + p(B) \cdot p(3_B/B) = (0'5) \cdot (0'1) + (0'5) \cdot (1/3) \cong 0'21667$$

EJERCICIO 3_A**Parte II**

Un fabricante produce tabletas de chocolate cuyo peso en gramos sigue una ley Normal de media 125 g y desviación típica 4 g.

a) (1 punto) Si las tabletas se empaquetan en lotes de 25, ¿cuál es la probabilidad de que el peso medio de las tabletas de un lote se encuentre entre 124 y 126 gramos?

b) (1 punto) Si los lotes fuesen de 64 tabletas, ¿cuál sería la probabilidad de que el peso medio de las tabletas del lote superase los 124 gramos?

Solución

Sabemos que para la media poblacional μ , el *estimador* MEDIA MUESTRAL \bar{X} , sigue una $N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$, y

generalmente escribimos $\bar{X} \approx N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ o $\bar{X} \rightarrow N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$

Trabajamos en una normal $N(0,1)$, para lo cual tenemos que tipificar la variable en la distribución muestral

de medias, es decir $Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$

Un fabricante produce tabletas de chocolate cuyo peso en gramos sigue una ley Normal de media 125 g y desviación típica 4 g.

a)

Si las tabletas se empaquetan en lotes de 25, ¿cuál es la probabilidad de que el peso medio de las tabletas de un lote se encuentre entre 124 y 126 gramos?

Datos del problema: Tabletadas $\rightarrow N(\mu, \sigma) = N(125, 4)$; $\mu = 125$; $\sigma = 4$; $n = 25$;

$\bar{X} \rightarrow N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) = N(125, \frac{4}{\sqrt{25}}) = N(125, 4/5) = N(125, 0'8)$

Me están pidiendo el porcentaje de la probabilidad "p($124 \leq \bar{X} \leq 126$)"

Luego $p(124 \leq \bar{X} \leq 126) = \{\text{tipificamos}\} = p(\frac{124 - 125}{0'8} \leq Z \leq \frac{126 - 125}{0'8}) = p(-1'25 \leq Z \leq 1'25) =$

$= p(Z \leq 1'25) - p(Z \leq -1'25) = p(Z \leq 1'25) - [1 - p(Z \leq 1'25)] = 2 \cdot p(Z \leq 1'25) - 1 = \{\text{Mirando en la tabla}\} =$
 $= 2 \cdot 0'8944 - 1 = 0'7888.$

La probabilidad pedida es 0'7888.

b)

Si los lotes fuesen de 64 tabletas, ¿cuál sería la probabilidad de que el peso medio de las tabletas del lote superase los 124 gramos?

Me están pidiendo el porcentaje de la probabilidad "p($\bar{X} \geq 124$)"

Como ahora $n = 64$ la distribución muestral de medias es $N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) = N(125, \frac{4}{\sqrt{64}}) = N(125, 4/8) =$
 $= N(125, 0'5).$

Luego $p(\bar{X} \geq 124) = \{\text{tipificamos}\} = p(Z \geq \frac{124 - 125}{0'5}) = p(Z \geq -2) = 1 - p(Z \leq -2) = 1 - [1 - p(Z \leq 2)]$

$= p(Z \leq 2) = \{\text{Mirando en la tabla}\} = 0'9772.$

La probabilidad pedida es 0'9772.

OPCIÓN B**EJERCICIO 1_B**

(3 puntos) Sean las matrices: $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}$; $D = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$; $E = \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \\ 5 \end{pmatrix}$.

Calcule los valores de los números reales x, y, z , para que se verifique la siguiente igualdad entre matrices:
 $E - x \cdot A \cdot B = y \cdot C + z \cdot D.$

Solución

(3 puntos) Sean las matrices: $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}$; $D = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$; $E = \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \\ 5 \end{pmatrix}$.

Calcule los valores de los números reales x , y , z , para que se verifique la siguiente igualdad entre matrices: $E - x \cdot A \cdot B = y \cdot C + z \cdot D$.

De $E - x \cdot A \cdot B = y \cdot C + z \cdot D$ tenemos $\begin{pmatrix} -2 \\ -5 \\ 5 \end{pmatrix} - x \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = y \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix} + z \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, es decir

$\begin{pmatrix} -2 \\ -5 \\ 5 \end{pmatrix} - x \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2y \\ -5y \\ 2y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1z \\ 2z \\ -3z \end{pmatrix}$, luego $\begin{pmatrix} -2 \\ -5 \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1x \\ 3x \\ 4x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2y+1z \\ -5y+2z \\ 2y-3z \end{pmatrix}$, por tanto $\begin{pmatrix} -2-x \\ -5-3x \\ 5-4x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2y+1z \\ -5y+2z \\ 2y-3z \end{pmatrix}$. Igualando

$$\begin{array}{lcl} -2-x = -2y+z & \rightarrow & -x+2y -z = 2 \\ -5-3x = -5y+2z, \text{ es decir} & \rightarrow & -3x+5y-2z = 5 \quad (F_2 - 3 \cdot F_1) \\ 5-4x = 2y-3z & \rightarrow & -4x-2y+3z = -5 \quad (F_3 - 4 \cdot F_1) \end{array} \rightarrow \begin{array}{lcl} -x+2y -z = 2 \\ -y + z = -1 \\ -10y+7z = -13 \quad (F_3 - 10 \cdot F_2) \end{array}$$

$$-x+2y -z = 2$$

$$-y + z = -1$$

$$-3z = -3, \text{ de donde } z = 1, -y + (1) = -1, \text{ luego } y = 2, \text{ por tanto } -x+2(2)-(1) = 2, \text{ es decir } x = 1.$$

Los valores pedidos son $x = 1$, $y = 2$ y $z = 1$.

EJERCICIO 2_B

Sea la función $f(x) = x^3 - 3x^2 - 1$.

a) (1'5 puntos) Determine la monotonía y los extremos relativos de f .

b) (0'75 puntos) Calcule su punto de inflexión.

c) (0'75 puntos) Teniendo en cuenta los apartados anteriores, representela.

Solución

Sea la función $f(x) = x^3 - 3x^2 - 1$.

a)

Determine la monotonía y los extremos relativos de f .

Recordamos que la monotonía sale del estudio de la primera derivada $f'(x)$.

Los puntos donde se anula $f'(x)$ pueden ser los extremos relativos.

Si $f'(x) > 0$, $f(x)$ es estrictamente creciente (\nearrow) (Se dibuja hacia arriba).

Si $f'(x) < 0$, $f(x)$ es estrictamente decreciente (\searrow) (Se dibuja hacia abajo).

Como $f(x) = x^3 - 3x^2 - 1$, tenemos $f'(x) = 3x^2 - 6x$.

De $f'(x) = 0$, tenemos $3x^2 - 6x = 0 = x \cdot (3x - 6)$, de donde $x = 0$ y $3x - 6 = 0$, luego $x = 2$, y las soluciones son $x = 0$ y $x = 2$, que serán los posibles extremos relativos.

Como $f'(-1) = 3(-1)^2 - 6(-1) = 9 > 0$, **$f(x)$ es estrictamente creciente (\nearrow) en $(-\infty, 0)$.**

Como $f'(1) = 3(1)^2 - 6(1) = -3 < 0$, **$f(x)$ es estrictamente decreciente (\searrow) en $(0, 2)$.**

Como $f'(3) = 3(3)^2 - 6(3) = 9 > 0$, **$f(x)$ es estrictamente creciente (\nearrow) en $(2, +\infty)$.**

Por definición **$x = 0$ es un máximo relativo y vale $f(0) = (0)^3 - 3(0)^2 - 1 = -1$**

Por definición **$x = 2$ es un mínimo relativo y vale $f(2) = (2)^3 - 3(2)^2 - 1 = -5$**

b)

Calcule su punto de inflexión.

Recordamos que la curvatura sale del estudio de la segunda derivada $f''(x)$.

Los puntos donde se anula $f''(x)$ pueden ser los puntos de inflexión.

Si $f''(x) > 0$, $f(x)$ es convexa (\cup) (en Andalucía).

Si $f''(x) < 0$, $f(x)$ es cóncava (\cap) (en Andalucía).

Como $f(x) = x^3 - 3x^2 - 1$, tenemos $f'(x) = 3x^2 - 6x$ y $f''(x) = 6x - 6$.

De $f''(x) = 0$, tenemos $6x - 6 = 0$, de donde $x = 1$, que será el posible punto de inflexión.

Como $f''(0) = 6(0) - 6 = -6 < 0$, $f(x)$ es cóncava (\cap) en $(-\infty, 1)$.

Como $f''(2) = 6(2) - 6 = 6 > 0$, $f(x)$ es convexa (\cup) en $(1, +\infty)$.

Por definición $x = 1$ es un punto de inflexión de f que vale $f(1) = (1)^3 - 3(1)^2 - 1 = -2$.

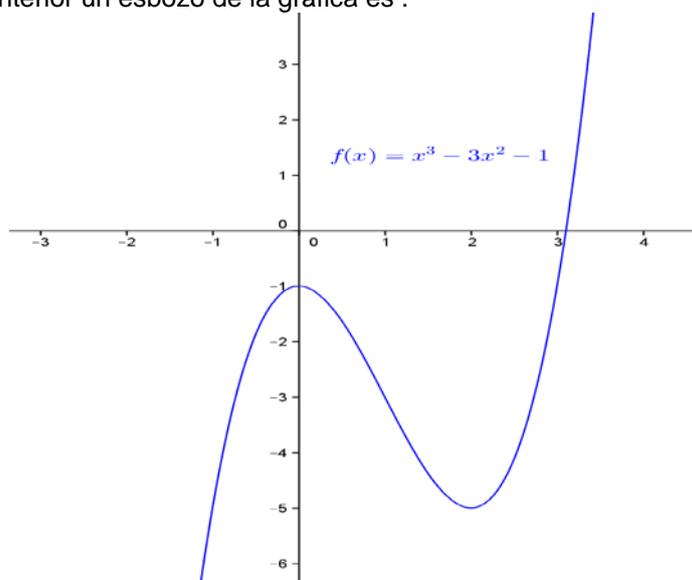
c)

Teniendo en cuenta los apartados anteriores, represéntela.

Con los datos del apartado (a) y (b) ya podríamos hacer un esbozo de la gráfica. No obstante veremos el comportamiento en $\pm \infty$.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - 3x^2 - 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3) = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 3x^2 - 1) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3) = +\infty$$

Teniendo en cuenta lo anterior un esbozo de la gráfica es :



EJERCICIO 3_B

Parte I

Se conocen los siguientes datos de un grupo de personas, relativos al consumo de un determinado producto:

	Consume	No consume
Hombre	10	30
Mujer	25	12

Se elige en ese grupo una persona al azar. Calcule la probabilidad de que:

- (0'5 puntos) Sea mujer.
- (0'75 puntos) Habiendo consumido el producto, se trate de una mujer.
- (0'75 puntos) Sea mujer y no consuma el producto.

Solución

Se conocen los siguientes datos de un grupo de personas, relativos al consumo de un determinado producto:

	Consume	No consume
Hombre	10	30
Mujer	25	12

Completamos la tabla de contingencia sabiendo que tanto la suma en horizontal como en vertical dan los totales. He puesto en negrita los números que he completado.

	Consume = C	No consume = C ^c	Totales
Hombre=H	10	30	40
Mujer=M	25	12	37
Totales	35	42	77

a)

Sea mujer.

$$p(\text{silla nueva}) = p(M) = \frac{\text{Total mujeres}}{\text{Total personas}} = \frac{37}{77} \cong 0'48052.$$

b)
Habiendo consumido el producto, se trate de una mujer.

$$p(\text{mujer/consume}) = p(M/C) = \frac{\text{Total mujeres que consumen}}{\text{Total consumen}} = 25/35 \cong \mathbf{0'714286}.$$

c)
Sea mujer y no consuma el producto.

$$p(\text{mujer y no consume}) = p(M \cap C^c) = \frac{\text{Total mujeres que no consumen}}{\text{Total personas}} = 12/77 \cong \mathbf{0'22078}.$$

EJERCICIO 3_B

Parte II

Una variable aleatoria sigue una ley Normal con media desconocida y desviación típica 2'4. Se quiere estimar la media poblacional, con un nivel de confianza del 93%, para lo que se toman dos muestras de distintos tamaños.

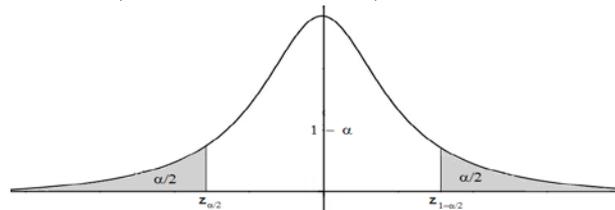
a) (1 punto) Si una de las muestras tiene tamaño 16 y su media es 10'3, ¿cuál es el intervalo de confianza correspondiente?

b) (1 punto) Si con la otra muestra el intervalo de confianza es (9'776, 11'224), ¿cuál es la media muestral? ¿Cuál es el tamaño de la muestra?

Solución

Sabemos que para la media poblacional μ , el estimador MEDIA MUESTRAL \bar{X} , sigue una $N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$, y

generalmente escribimos $\bar{X} \approx N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ o $\bar{X} \rightarrow N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$



También sabemos que el intervalo de confianza para estimar la media es:

$$\text{I.C.}(\mu) = \left(\bar{x} - z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) = (a, b)$$

donde $z_{1-\alpha/2}$ y $z_{\alpha/2} = -z_{1-\alpha/2}$ es el punto crítico de la variable aleatoria Normal tipificada $Z \approx N(0,1)$ que verifica $p(Z \leq z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2$

También sabemos que la media es $\bar{x} = (a + b)/2$, el error máximo de la estimación es $E = z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, para

el intervalo de la media. Pero la amplitud del intervalo es $b - a = 2 \cdot z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2 \cdot E$, de donde $E = (b - a)/2$,

por tanto el tamaño mínimo de la muestra es $n = \left(\frac{z_{1-\alpha/2} \cdot \sigma}{E} \right)^2 = \left(\frac{2 \cdot z_{1-\alpha/2} \cdot \sigma}{b - a} \right)^2$.

Una variable aleatoria sigue una ley Normal con media desconocida y desviación típica 2'4. Se quiere estimar la media poblacional, con un nivel de confianza del 93%, para lo que se toman dos muestras de distintos tamaños.

a)
Si una de las muestras tiene tamaño 16 y su media es 10'3, ¿cuál es el intervalo de confianza correspondiente?

Datos del problema: $\sigma = 2'4$, $n = 16$, $\bar{x} = 10'3$, nivel de confianza = 93% = 0'93 = $1 - \alpha$, de donde $\alpha = 0'07$.

De $1 - \alpha = 0'93$, tenemos $\alpha = 1 - 0'93 = 0'07$, de donde $\alpha/2 = 0'07/2 = 0'035$

De $p(Z \leq z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2 = 1 - 0'035 = 0'965$. Mirando en las tablas de la $N(0,1)$ vemos que la probabilidad 0'965 no viene, y la más próxima es 0'9649 que corresponde a $z_{1-\alpha/2} = 1'81$, por tanto el intervalo de confianza pedido es:

$$\text{I.C. } (\mu) = \left(\bar{x} - z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) = \left(10'3 - 1'81 \cdot \frac{2'4}{\sqrt{16}}, 10'3 + 1'81 \cdot \frac{2'4}{\sqrt{16}} \right) = (9'214, 11'386)$$

b)

Si con la otra muestra el intervalo de confianza es (9'776, 11'224), ¿cuál es la media muestral? ¿Cuál es el tamaño de la muestra?

Datos del problema: $a = 9'776$, $b = 11'224$, luego $\sigma = 2'4$, $z_{1-\alpha/2} = 1'81$.

Hemos visto que **la media** era $\bar{x} = (a + b)/2 = (9'776 + 11'224)/2 = 10'5$.

De $n \geq \left(\frac{z_{1-\alpha/2} \cdot \sigma}{E} \right)^2 = \left(\frac{2 \cdot z_{1-\alpha/2} \cdot \sigma}{b - a} \right)^2 = \left(\frac{2 \cdot 1'81 \cdot 2'4}{11'224 - 9'776} \right)^2 = 36$, es decir **el tamaño mínimo es $n = 36$** .