OPCIÓN A

EJERCICIO 1_A

a) (2 puntos) Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -5 & -4 \end{pmatrix}$ y $B = (1 \quad -1)$.

Explique qué dimensión debe tener la matriz *X* para que tenga sentido la ecuación matricial $X\cdot A + 2B = (1 \quad 0)$. Resuelva dicha ecuación.

b) (1 punto) Plantee, sin resolver, el sistema de ecuaciones que permita encontrar la solución del siguiente problema:

"En un examen de Matemáticas que constaba de tres problemas, un alumno obtuvo una calificación total de 7'2. La puntuación del primer problema fue un 40% más que la del segundo, y la del tercero fue el doble de la suma de las puntuaciones del primero y el segundo. ¿Cuál fue la puntuación de cada problema?"

Solución

a)

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -5 & -4 \end{pmatrix}$ y $B = (1 \quad -1)$.

Explique qué dimensión debe tener la matriz *X* para que tenga sentido la ecuación matricial $X\cdot A + 2B = (1 \quad 0)$. Resuelva dicha ecuación.

Dada la matriz A, si mediante transformaciones elementales de Gauss podemos pasar de (A|I) a (I|D), la matriz D es la inversa de A, es decir $D = A^{-1}$. También podemos calcularla con la fórmula $A^{-1} = \frac{1}{|A|}\cdot Adj(A^t)$.

$$(A|I) = \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & 2 & 1 & 0 \\ -5 & -4 & 0 & 1 \end{array}\right) F_2 + 2\cdot F_1 \approx \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \end{array}\right) \begin{matrix} F_1/2 \\ F_2\cdot(-1) \end{matrix} \approx \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 1 & 1/2 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & -1 \end{array}\right) \begin{matrix} \text{Cambio} \\ F_1 \text{ por } F_2 \end{matrix} \approx \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1/2 & 0 \end{array}\right) \approx$$
$$\approx \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1/2 & 0 \end{array}\right) F_2 - F_1 \approx \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 5/2 & 1 \end{array}\right) = (I|A^{-1}),$$

luego $A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 5/2 & 1 \end{pmatrix} = (1/2)\cdot \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$

Veámoslo por la fórmula:

$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ -5 & -4 \end{vmatrix} = -8 - (-10) = 2$; $A^t = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$; $Adj(A^t) = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$, luego $A^{-1} = \frac{1}{|A|}\cdot Adj(A^t) = (1/2)\cdot\begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} =$

$= \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 5/2 & 1 \end{pmatrix}$, que como vemos sale lo mismo.

Multiplicamos por la derecha la expresión $X\cdot A + 2B = (1 \quad 0)$, por A^{-1} quedándonos:

$X\cdot A\cdot A^{-1} + 2B\cdot A^{-1} = (1 \quad 0)\cdot A^{-1} \rightarrow X\cdot I + 2B\cdot A^{-1} = (1 \quad 0)\cdot A^{-1}$, de donde $X = -2B\cdot A^{-1} + (1 \quad 0)\cdot A^{-1}$.

Calculamos ya $\mathbf{X} = -2B\cdot A^{-1} + (1 \quad 0)\cdot A^{-1} = (-2)\cdot(1 \quad -1)\cdot(1/2)\cdot\begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} + (1 \quad 0)\cdot(1/2)\cdot\begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} =$

$= (-1)\cdot(-9 \quad -4) + (1/2)\cdot(-4 \quad -2) = (9 \quad 4) + (-2 \quad -1)$ **= (7 3)**.

b)

Plantee, sin resolver, el sistema de ecuaciones que permita encontrar la solución del siguiente problema:

"En un examen de Matemáticas que constaba de tres problemas, un alumno obtuvo una calificación total de 7'2. La puntuación del primer problema fue un 40% más que la del segundo, y la del tercero fue el doble de la suma de las puntuaciones del primero y el segundo. ¿Cuál fue la puntuación de cada problema?"

"x" = puntuación del primer problema.
"y" = puntuación del segundo problema.
"z" = puntuación del tercer problema.

De, "tiene una calificación total de 7'2", tenemos: $x + y + z = 7'2$.

De, "puntuación del primer problema fue un 40% más que la del segundo", tenemos: $x = y + 0'4y$.

De, "la del tercero fue el doble de la suma de las puntuaciones del primero y el segundo", tenemos: $z = 2(x + y)$.

El sistema pedido es:

$$\mathbf{x + y + z = 7'2}$$

x = y + 0’4y
z = 2(x + y).

EJERCICIO 2_A

a) (2 puntos) Dada la función $f(x) = a(x-1)^2 + bx$, calcule *a* y *b* para que la gráfica de esta función pase por el punto de coordenadas (1,2) y tenga un extremo relativo en el punto de abscisa *x* = 2.

b) (1 punto) Calcule g ‘’(2) siendo $g(x) = \frac{1}{x} - x$.

Solución

a)
Dada la función $f(x) = a(x-1)^2 + bx$, calcule *a* y *b* para que la gráfica de esta función pase por el punto de coordenadas (1,2) y tenga un extremo relativo en el punto de abscisa *x* = 2.

Como pasa por (1,2) tenemos f(1) = 2.
Sabemos que los extremos relativos anulan la 1ª derivada, luego f ’(2) = 0.
$f(x) = a(x-1)^2 + bx$; f ’(x) = 2a(x – 1) + b.
De f’(2) = 0 $\rightarrow$ 2a(1) + b = 0 $\rightarrow$ a = -b/2.
De f(1) = 2 $\rightarrow$ $a\cdot(0)^2 + b(1) = 2$ $\rightarrow$ **b = 2.**
Por tanto **a** = -(2)/2 **= -1**. Los valores pedidos son **a = -1** y **b = 2**.

b)
Calcule g ‘’(2) siendo $g(x) = \frac{1}{x} - x$.

Recordamos algunas derivadas y reglas de derivación. También la ecuación de la recta tangente.

$(f(x)+g(x))' = f'(x)+g'(x)$; $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x).g(x) - f(x).g'(x)}{(g(x))^2}$.

$g(x) = \frac{1}{x} - x$; $g'(x) = \frac{0 - 1\cdot 1}{x^2} - 1 = \frac{-1}{x^2} - 1$; $g'' = \frac{0 - (-1)\cdot 2x}{x^4} = \frac{2x}{x^4}$. Luego $\mathbf{g''(2) =}\ \frac{2(2)}{2^4} = \frac{1}{4}$.

EJERCICIO 3_A

Parte I

En un espacio muestral se tienen dos sucesos independientes, *A* y *B*. Se sabe que p(A∩B) = 0’18 y p(A/B) = 0’30.
a) (1 punto) Calcule las probabilidades de *A* y de *B*.
b) (1 punto) Calcule la probabilidad de que no ocurra ninguno de esos dos sucesos.

Solución

En un espacio muestral se tienen dos sucesos independientes, *A* y *B*. Se sabe que p(A∩B) = 0’18 y p(A/B) = 0’30.

a)
Calcule las probabilidades de *A* y de *B*.

Sabemos que p(A∪B) = p(A) + p(B) - p(A∩B); A y B son independientes si p(A∩B) = p(A)·p(B);
$p(A/B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)}$; $p(A^C \cap B^C)$ = {Ley de Morgan} = $p(A\cup B)^C$ = {suceso contrario} = 1 - p(A∪B);
$p(A^C) = 1 - p(A)$.

Del problema tenemos: p(A∩B) = 0’18; p(A/B) = 0’3.

Me piden p(A) y p(B).

De p(A/B) = 0’3, tenemos $p(A/B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)}$, es decir 0’3 = 0’18/p(B), luego **p(B)** = 0’18/0’3 **= 0’6.**
Como A y B son independientes p(A∩B) = p(A)·p(B), es decir 0’18 = p(A)·0’6, luego **p(A)** = 0’18/0’6 **= 0’3.**

b)
Calcule la probabilidad de que no ocurra ninguno de esos dos sucesos.

De p(A∪B) = p(A) + p(B) - p(A∩B), tenemos p(A∪B) = 0’3 + 0’6 – 0’18 = 0’72.
Me piden **p(noA y noB)** = $p(A^C \cap B^C)$ = {Ley de Morgan} = $p(A\cup B)^C$ = {suceso contrario} = 1 - p(A∪B) =
= 1 - 0’72 **= 0’28.**

EJERCICIO 3_A

Parte II

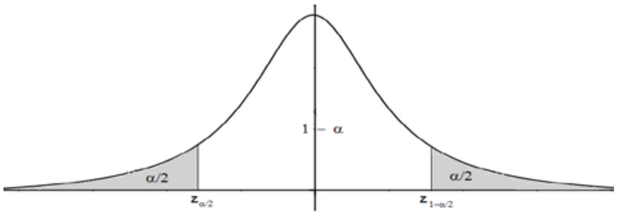
De una población Normal, con media desconocida y varianza 36, se extrae una muestra aleatoria que resulta tener una media muestral de 173.

a) (1 punto) Obtenga un intervalo de confianza del 97% para la media poblacional, si el tamaño de la muestra es 64.

b) (1 punto) ¿Cuál debe ser el tamaño mínimo de la muestra, si se desea que el error cometido al estimar la media poblacional sea inferior a 1'2, para un nivel de confianza del 95%?.

Solución

Sabemos que para la media poblacional **μ**, el *estimador* MEDIA MUESTRAL $\overline{X}$, sigue una N(μ, $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$), y generalmente escribimos $\overline{X} \approx N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ o $\overline{X} \to N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$



También sabemos que el intervalo de confianza para estimar la media es:

$$I.C.(\mu) = \left(\overline{x} - z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = (a,b)$$

donde $z_{1-\alpha/2}$ y $z_{\alpha/2} = -z_{1-\alpha/2}$ *es el punto crítico* de la variable aleatoria Normal tipificada $Z \approx N(0,1)$ que verifica $p(Z \le z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2$

También sabemos que la <u>media</u> es $\overline{x} = (a + b)/2$, el <u>error máximo</u> de la estimación es E = $z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, para el intervalo de la media. Pero la amplitud del intervalo es $b - a = 2\cdot z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2\cdot E$, de donde $E = (b - a)/2$, por tanto el <u>tamaño mínimo</u> de la muestra es $n = \left(\frac{z_{1-\alpha/2}.\sigma}{E}\right)^2 = \left(\frac{2\cdot z_{1-\alpha/2}.\sigma}{b - a}\right)^2$.

De una población Normal, con media desconocida y varianza 36, se extrae una muestra aleatoria que resulta tener una media muestral de 173.

a) (1 punto) Obtenga un intervalo de confianza del 97% para la media poblacional, si el tamaño de la muestra es 64.

Datos del problema: $\sigma^2 = 36$, $\sigma = 6$, $\overline{x} = 173$, n = 64, nivel de confianza = 97% = 0'97 = 1 - α, de donde α = 0'03, es decir α/2 = 0'03/2 = 0'015.

De $p(Z \le z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2 = 1 - 0'015 = 0'985$. Mirando en las tablas de la N(0,1) vemos que la probabilidad 0'985 viene, y que corresponde a $z_{1-\alpha/2} = 2'17$, por tanto el intervalo de confianza pedido es:

$$I.C.(\mu) = \left(\overline{x} - z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(173 - 2'17\cdot\frac{6}{\sqrt{64}}, 173 + 2'17\cdot\frac{6}{\sqrt{64}}\right) =$$

= (171'3725, 174'6275)

b)

Cuál debe ser el tamaño mínimo de la muestra, si se desea que el error cometido al estimar la media poblacional sea inferior a 1'2, para un nivel de confianza del 95%?.

Datos del problema: σ = 6, E ≤ 1'2, nivel de confianza = 95% = 0'95 = 1 - α, de donde α = 0'05, es decir α/2 = 0'05/2 = 0'025.

De $p(Z \le z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2 = 1 - 0'025 = 0'975$. Mirando en las tablas de la N(0,1) vemos que la probabilidad 0'975 viene, y que corresponde a $z_{1-\alpha/2} = 1'96$.

De $n \ge \left(\frac{z_{1-\alpha/2}.\sigma}{E}\right)^2 = \left(\frac{1'96\cdot 6}{1'2}\right)^2 = 9'8$, tenemos que **el tamaño mínimo es n = 10**.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1_B

Se considera el recinto definido por las inecuaciones

$$y - x \le 4; \quad x - y \le 4; \quad x + y \le 12; \quad x \ge 0; \quad y \ge 0.$$

a) (2 puntos) Represente el recinto y calcule sus vértices.

b) (1 punto) Dada la función objetivo $F(x,y) = \frac{2}{3}x - \frac{4}{5}y$, determine los valores máximo y mínimo de *F* y los puntos del recinto donde se alcanzan.

Solución

(a) y (b)

Función Objetivo **F(x,y) = 2x/3 - 4y/5**.

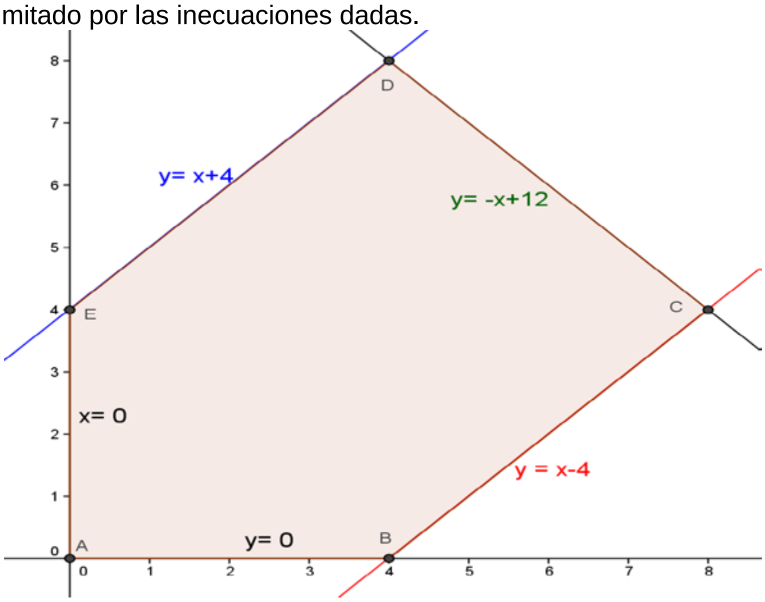
Restricciones:

Que son las desigualdades $y - x \le 4$; $x - y \le 4$; $x + y \le 12$; $x \ge 0$; $y \ge 0$; y las transformamos en igualdades, y ya son rectas, $y - x = 4$; $x - y = 4$; $x + y = 12$; $x = 0$; $y = 0$.

Para que nos sea más fácil dibujar las rectas (con dos valores es suficiente), despejamos las "y" y tenemos

$$y = x + 4; \quad y = x - 4; \quad y = -x + 12; \quad x = 0; \quad y = 0;$$

Representamos gráficamente las rectas que verifican estas igualdades, y el recinto en el cual estarán los bordes del recinto delimitado por las inecuaciones dadas.



Calculamos los vértices del recinto resolviendo las ecuaciones de las rectas de dos en dos.

De x = 0 e y = 0. El punto de corte es A(0,0).
De y = 0 e y = x – 4, tenemos 0 = x – 4, luego x = 4. El punto de corte es B(4,0).
De x = x - 4 e y = -x + 12, tenemos x - 4 = -x + 12, luego 2x = 16, por tanto x = 8 e y = 4. El punto de corte es C(8,4).
De y = -x + 12 e y = x + 4; tenemos -x + 12 = x + 4, es decir 8 = 2x, luego x = 4 e y = 8, y el punto de corte es D(4,8)
De x = 0 e y = x + 4, tenemos y = 4, y el punto de corte es E(0,4)

Vemos que los vértices del recinto son: A(0;0), B(4,0), C(8;4), D(4,8) y E (0;4)**.**

Calculemos el máximo de la función F(x,y) = 2x/3 - 4y/5 en dicha región.

El Teorema Fundamental de la Programación Lineal afirma que su máximo y mínimo absoluto están en la región acotada, y que estos extremos deben estar situados en algún vértice del recinto, por lo que evaluamos F en los puntos anteriores A(0;0), B(4,0), C(8;4), D(4,8) y E (0;4). En el caso de que coincidan en dos vértices consecutivos la solución es todo el segmento que los une.

F(0,0) = 2(0)/3 - 4(0)/5 = 0; **F(4,0)** = 2(4)/3 - 4(0)/5 = **8/3 ≅ 2'67**; F(8,4) = 2(8)/3 - 4(4)/5 = 32/15 ≅ 2'13; **F(4,8)** = 2(4)/3 - 4(8)/5 = **-56/15 ≅ -3'73**; F(0,4) = 2(0)/3 - 4(4)/5 = - 3'2**.**

Teniendo en cuenta lo anterior vemos que **el máximo absoluto de la función F en la región es 8/3≅2'67** (el valor mayor en los vértices) y **se alcanza en el vértice B(4,0) y el mínimo absoluto de la función F en la región es -56/15 ≅ -3'73** (el valor menor en los vértices) y **se alcanza en el vértice D(4,8)**.

EJERCICIO 2_B

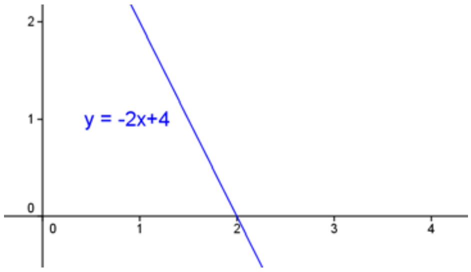
a) (1'5 puntos) De una función *f* se sabe que la gráfica de su función derivada, *f ´*, es la recta de ecuación *y* = – 2*x* + 4. Estudie razonadamente la monotonía de la función *f*, a la vista de la gráfica de la derivada.

b) (1'5 puntos) Dada la función $g(x) = \dfrac{4x - 4}{x + 4}$, calcule la ecuación de la recta tangente a su gráfica en el punto de abscisa *x* = 0.

Solución

a)
De una función *f* se sabe que la gráfica de su función derivada, *f ´*, es la recta de ecuación *y* = – 2*x* + 4. Estudie razonadamente la monotonía de la función *f*, a la vista de la gráfica de la derivada.

La gráfica de f', es la de la recta y = -2x + 4, y con dos puntos (0,4) y (2,0) es suficiente para ello, y es parecida a:



Sabemos que la monotonía se obtiene del estudio de la primera derivada f '(x) = -2x + 4. La igualamos a cero: f '(x) = 0 → -2x + 4 = 0, de donde x = 2 que será el posible extremo de f.

Como f'(0) = 4 > 0, vemos que f'(x) > 0 (encima del eje OX) en el intervalo (-∞,2), es decir *f estrictamente creciente* (↗) en el intervalo (-∞,2).

Como f'(3) = -2 < 0, vemos que f'(x) < 0 (debajo del eje OX) en el intervalo (2,+∞), es decir *f estrictamente decreciente* (↘) en el intervalo (2,+∞).

Por definición x = 2 es un máximo relativo de f.

b)
Dada la función $g(x) = \dfrac{4x - 4}{x + 4}$, calcule la ecuación de la recta tangente a su gráfica en el punto de abscisa *x*=0.

Recordamos algunas derivadas y reglas de derivación. También la ecuación de la recta tangente.

$(f(x)+g(x))' = f'(x)+g'(x)$; $\left(\dfrac{f(x)}{g(x)}\right)' = \dfrac{f'(x).g(x) - f(x).g'(x)}{(g(x))^2}$; $(x^k)' = k.x^{k-1}$; $(k)' = 0$. La ecuación de la recta tangente (R.T.) a la gráfica de g en x = a es "y – g(a) = g'(a)·(x – a)".

En nuestro caso la recta tangente en x = 0 es "y – g(0) = g'(0)·(x – 0)".

$g(x) = \dfrac{4x - 4}{x + 4}$; $g'(x) = \dfrac{4(x + 4) - 1.(4x - 4)}{(x + 4)^2} = \dfrac{8}{(x + 4)^2}$. Luego g(0) = -4/4 = -1 y g'(0) = 8/4^2 = 1/2, y **la recta tangente pedida es y – (–1) = (1/2)·(x – 0), es decir y = x/2 – 1.**

EJERCICIO 3_B

Parte I

En una empresa, el 65% de la plantilla son hombres; de ellos, el 80% usan el ordenador. Se sabe que el 83'5% de la plantilla de la empresa usa el ordenador.

a) (1 punto) Calcule la probabilidad de que una persona de esa empresa, elegida al azar, sea un hombre que no utiliza el ordenador.

b) (1 punto) Seleccionada una mujer de esa empresa, al azar, calcule la probabilidad de que utilice el ordenador.

Solución

En una empresa, el 65% de la plantilla son hombres; de ellos, el 80% usan el ordenador. Se sabe que el

83’5% de la plantilla de la empresa usa el ordenador.
a) (1 punto) Calcule la probabilidad de que una persona de esa empresa, elegida al azar, sea un hombre que no utiliza el ordenador.

Llamemos H**,** M, O y O^C, a los sucesos siguientes, “ser hombre”, “ser mujer”, "usar el ordenador", y "no usar el ordenador", respectivamente.

Este problema es muy fácil de realizar utilizando una **tabla de contingencia** (tabla de doble entrada. La suma de los totales coincide), y después utilizando la definición de probabilidad de Laplace (número de casos favorables partido por número de casos posibles).
También se podría hacer por un diagrama de árbol.
Pasaremos primero el % en probabilidades (el total de los totales es 1).
65% = 0’65; 80% = 0’8; 83’5% = 0’835. El 80% de los hombres usan ordenador = 0’8·0’65 = 0’52

	Usar ordenador = O	No usar ordenador = O^C	Totales
Ser hombre = H	0’52		0’65
Ser mujer = M			
Totales	0’835		1

Completamos la tabla de contingencia sabiendo que tanto la suma en horizontal como en vertical dan los totales. He puesto en negrita los números que he completado.

	Usar ordenador = O	No usar ordenador = O^C	Totales
Ser hombre = H	0’52	**0’13**	0’65
Ser mujer = M	**0’315**	**0’035**	**0’35**
Totales	0’835	**0’165**	1

(a)

p(ser hombre y no utiliza ordenador) = $p(H\cap O^C) = \dfrac{\text{Total hombres que no usan ordenador}}{\text{Total personas}}$ = 0’13/1 =

= 0’13.
b)
Seleccionada una mujer de esa empresa, al azar, calcule la probabilidad de que utilice el ordenador.

p(Use el ordenador/ser mujer) = $p(O/M) = \dfrac{p(O\cap M)}{p(M)} = \dfrac{\text{Total mujeres usan ordenador}}{\text{Total mujeres}}$ = 0’315/35 =

= 0’9.

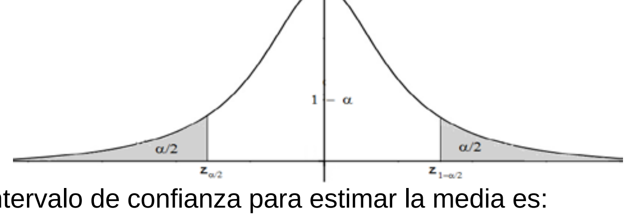
EJERCICIO 3_B

Parte II
Las calificaciones obtenidas por los estudiantes de Matemáticas siguen una ley Normal de media desconocida y desviación típica 1’19. Para una muestra de esa población se obtiene que (6’801, 6’899) es un intervalo de confianza, al 92%, para la media poblacional.
a) (0’5 puntos) Determine la media muestral.
b) (1’5 puntos) Determine el tamaño de la muestra.

Solución

Sabemos que para la media poblacional **μ**, el *estimador* MEDIA MUESTRAL $\overline{X}$, sigue una $N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$, y

generalmente escribimos $\overline{X} \approx N(\mu , \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ o $\overline{X} \rightarrow N(\mu , \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$



También sabemos que el intervalo de confianza para estimar la media es:

$$I.C.(\mu) = \left(\overline{x} - z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = (a,b)$$

donde $z_{1-\alpha/2}$ y $z_{\alpha/2} = - z_{1-\alpha/2}$ *es el punto crítico* de la variable aleatoria Normal tipificada Z ≈ N(0,1) que verifica $p(Z \le z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2$

También sabemos que la *<u>media</u>* *es* $\overline{x} = (a + b)/2$*, el* *<u>error máximo</u>* *de la estimación es E =* $z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$*, para el intervalo de la media. Pero la amplitud del intervalo es b – a = 2·* $z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ *= 2·E, de donde E = (b – a)/2, por tanto el* *<u>tamaño mínimo</u>* *de la muestra es n =* $\left(\frac{z_{1-\alpha/2}.\sigma}{E}\right)^2 = \left(\frac{2\cdot z_{1-\alpha/2}.\sigma}{b - a}\right)^2$.

Las calificaciones obtenidas por los estudiantes de Matemáticas siguen una ley Normal de media desconocida y desviación típica 1’19. Para una muestra de esa población se obtiene que (6’801, 6’899) es un intervalo de confianza, al 92%, para la media poblacional.

a)

Determine la media muestral.

Datos del problema: σ = 1’19, a = 6’801, b = 6’899, nivel de confianza = 92% = 0’92 = 1 - α, de donde α=0’08, por tanto α/2 = 0’08/2 = 0’04.

De $p(Z \le z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2 = 1 - 0'04 = 0'96$. Mirando en las tablas de la N(0,1) vemos que la probabilidad 0’96 no viene, y la más próxima es 0’9599 que corresponde a $z_{1-\alpha/2} = 1'75$.

Hemos visto que **la media** era $\overline{x} = (a + b)/2 = (6'801 + 6'899)/2$ **= 6’85.**

b)

Determine el tamaño de la muestra.

De $n \ge \left(\frac{z_{1-\alpha/2}.\sigma}{E}\right)^2 = \left(\frac{2\cdot z_{1-\alpha/2}.\sigma}{b - a}\right)^2 = \left(\frac{2\cdot 1'75\cdot 1'19}{6'899 - 6'801}\right)^2$ = 1806’25, es decir **el tamaño mínimo es n = 1807**.