

SELECTIVIDAD ANDALUCÍA MATEMÁTICAS CCSS SOBRANTES 2012 (MODELO 1)**OPCIÓN A****EJERCICIO 1_A**

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & x \\ x & 0 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$,

- a) (1 punto) Encuentre el valor o valores de x de forma que $B^2 = A$.
 b) (1 punto) Igualmente para que $B + C = A^{-1}$.
 c) (1 punto) Determine x para que $A + B + C = 3 \cdot I_2$.

Solución

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & x \\ x & 0 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$,

a)

Encuentre el valor o valores de x de forma que $B^2 = A$.

$$B^2 = A \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & x \\ x & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & x \\ x & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} x^2+1 & x \\ x & x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}. \text{ Igualando tenemos:}$$

$$x^2 + 1 = 2$$

$$x = 1$$

$$x = 1$$

$x^2 = 1$, de donde $x = \pm 1$. La única solución común a las cuatro ecuaciones es $x = 1$.

b)

Igualmente para que $B + C = A^{-1}$

Dada la matriz A si mediante transformaciones elementales de Gauss podemos pasar de $(A|I)$ a $(I|D)$ la

matriz D es la inversa de A , es decir $d = A^{-1}$. También podemos calcularla con la fórmula $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \text{Adj}(A^t)$.

$$(A|I) = \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right) \begin{array}{l} \text{Cambio} \\ F_1 \text{ por } F_2 \end{array} \approx \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ F_2 + F_1 \cdot (-2) \end{array} \approx \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -2 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ F_2 \cdot (-1) \end{array} = (I|A^{-1}), \text{ luego}$$

$$\approx \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ F_1 + F_2 \cdot (-1) \end{array} \approx \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Veámoslo por la fórmula:

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 - 1 = 1; \quad A^t = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}; \quad \text{Adj}(A^t) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \text{ luego } A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \text{Adj}(A^t) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$B + C = A^{-1} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & x \\ x & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & x-1 \\ x-1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}. \text{ Igualando tenemos:}$$

$$1 = 1$$

$$x-1 = -1, \text{ de donde } x = 0$$

$$x-1 = -1, \text{ de donde } x = 0$$

$2 = 2$. La única solución común a las cuatro ecuaciones es $x = 0$.

c)

Determine x para que $A + B + C = 3 \cdot I_2$

$$A + B + C = 3 \cdot I_2 \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & x \\ x & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 3 & x \\ x & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}. \text{ Igualando tenemos: } 1$$

$$3 = 3$$

$$x = 0, \text{ de donde } x = 0$$

$$x = 0, \text{ de donde } x = 0$$

$3 = 3$. La única solución común a las cuatro ecuaciones es $x = 0$.

EJERCICIO 2-A

a) (1'5 puntos) Sea la función $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 3x + a & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 + bx + 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$

Halle a b para que la función sea continua y derivable

b) (1'5 puntos) Calcule la derivada de las siguientes funciones

$$g(x) = \frac{3}{(2x-5)^2} + L(1-x), \quad h(x) = g(x) = \frac{e^x}{x^3+1}$$

Solución

a)

Sea la función $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 3x + a & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 + bx + 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$. Halle a y b para que la función sea continua y derivable.

Si la función es derivable, la función es continua.

Cada rama es una función polinómica, por tanto son continuas y derivables en todo R, en particular en los intervalos abiertos en los que están definidas. Veámoslo en $x = 0$

Como f es continua en $x = 0$, tenemos $f(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.

$$f(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (2x^2 - 3x + a) = a.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x^2 + bx + 1) = 1. \text{ Igualando tenemos } \mathbf{a = 1}.$$

$$\text{Tenemos } f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 3x + 1 & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 + bx + 1 & \text{si } x > 0 \end{cases} \quad f'(x) = \begin{cases} 4x - 3 & \text{si } x \leq 0 \\ 2x + b & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Si la función es derivable, la función es continua.

Cada rama es una función polinómica, por tanto son continuas y derivables en todo R, en particular en los intervalos abiertos en los que están definidas. Veámoslo en $x = 0$

Como f es derivable en $x = 0$, tenemos $f'(0+) = f'(0-)$, es decir $\lim_{x \rightarrow 0^-} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x)$. Estamos viendo la continuidad de la derivada (es mas sencillo).

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (4x - 3) = -3.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (2x + b) = b. \text{ Igualando tenemos } \mathbf{b = -3}.$$

b)

Calcule la derivada de las siguientes funciones $g(x) = \frac{3}{(2x-5)^2} + L(1-x)$, $h(x) = \frac{e^x}{x^3+1}$

Recordamos algunas derivadas y reglas de derivación. También algo sobre extremos absolutos

$$(f(x)+g(x))' = f'(x)+g'(x); (f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x); \left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2};$$

$$((f(x))^k)' = k \cdot f(x)^{k-1} \cdot f'(x); (a^x)' = a^x \cdot \ln(a); (e^{kx})' = k \cdot e^{kx}; (x^k)' = k \cdot x^{k-1}; (\ln(f(x)))' = \frac{f'(x)}{f(x)}; (k)' = 0.$$

$$g(x) = \frac{3}{(2x-5)^2} + L(1-x) = 3 \cdot (2x-5)^{-2} + L(1-x)$$

$$g'(x) = 3 \cdot (-2) \cdot (2x-5)^{-3} \cdot (2) + \frac{-1}{1-x} = \frac{-12}{(2x-5)^3} + \frac{-1}{1-x}$$

$$h(x) = \frac{e^x}{x^3+1}$$

$$h'(x) = \frac{e^x \cdot (x^3+1) - e^x \cdot (3x^2)}{(x^3+1)^2} = \frac{e^x \cdot (x^3 - 3x^2 + 1)}{(x^3+1)^2}$$

EJERCICIO 3-A

Parte I Se tienen dos dados, uno (A) con dos caras rojas y cuatro verdes, y otro (B) con dos caras verdes y cuatro rojas. Se lanza una moneda; si sale cara se arroja el dado A y si sale cruz el dado B.

a) (1 punto) Halle la probabilidad de obtener una cara de color rojo.

b) (1 punto) Si sabemos que ha salido una cara de color verde en el dado, ¿cuál es la probabilidad de que en la moneda haya salido cara?

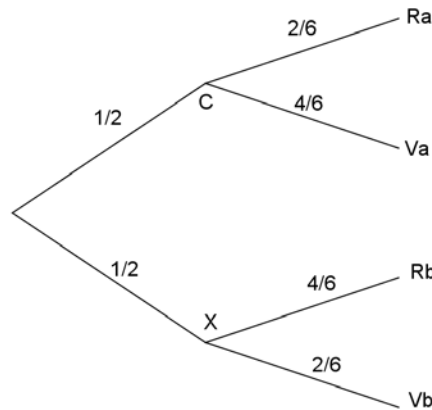
Solución

Se tienen dos dados, uno (A) con dos caras rojas y cuatro verdes, y otro (B) con dos caras verdes y cuatro rojas. Se lanza una moneda; si sale cara se arroja el dado A y si sale cruz el dado B.

Llamemos C, X, Ra, Rb, Va y Vb, a los sucesos siguientes, "salir cara al lanzar moneda", "salir cruz al lanzar moneda", "Salir rojo al lanzar dado A", "Salir rojo al lanzar dado B", "Salir verde al lanzar dado A" y "Salir verde al lanzar dado B", respectivamente.

Además tenemos $p(C) = p(X) = 1/2$, $p(Ra/C) = 2/6$, $p(Rb/X) = 4/6$, $p(Va/C) = 4/6$, $p(Vb/X) = 2/6$

Todo esto se ve mejor en el siguiente diagrama de árbol (completamos las probabilidades sabiendo que la suma de ellas que parten de un mismo nodo vale 1).



a)
Halle la probabilidad de obtener una cara de color rojo.

Aplicando el teorema de la probabilidad total, la probabilidad de obtener una cara de color rojo es:

$$p(\text{Roja}) = p(C) \cdot p(Ra/C) + p(X) \cdot p(Rb/X) = (1/2) \cdot (2/6) + (1/2) \cdot (4/6) = 1/2 = \mathbf{0.5}.$$

b)
Si sabemos que ha salido una cara de color verde en el dado, ¿cuál es la probabilidad de que en la moneda haya salido cara?

Aplicando el teorema de Bayes, tenemos:

$$p(C/\text{Verde}) = \frac{p(C \cap \text{Verde})}{p(\text{Verde})} = \frac{p(C) \cdot p(Va/C)}{1 - p(\text{Roja})} = \frac{(1/2) \cdot (4/6)}{1 - (1/2)} = \frac{(1/2) \cdot (4/6)}{(1/2)} = 4/6 \cong \mathbf{0.6667}.$$

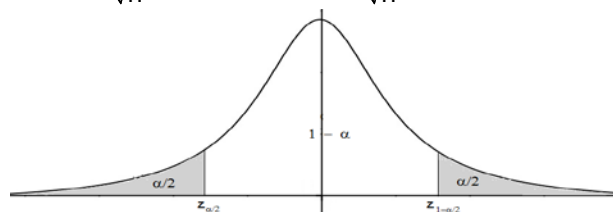
EJERCICIO 3-A

Parte II (2 puntos) El salario de los trabajadores de una ciudad sigue una distribución Normal con desviación típica 15 euros. Se quiere calcular un intervalo de confianza para el salario medio con un nivel de confianza del 98%. Determine cuál es el tamaño mínimo de la muestra que se necesitaría recoger para que el intervalo de confianza tenga una amplitud, como máximo, de 6 euros.

Solución

Sabemos que para la media poblacional μ , el estimador MEDIA MUESTRAL \bar{X} , sigue una $N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$, y

generalmente escribimos $\bar{X} \approx N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ o $\bar{X} \rightarrow N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$



También sabemos que el intervalo de confianza para estimar la media es:

$$I.C. (\mu) = \left(\bar{x} - z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) = (a, b)$$

donde $z_{1-\alpha/2}$ y $z_{\alpha/2} = -z_{1-\alpha/2}$ es el punto crítico de la variable aleatoria Normal tipificada $Z \approx N(0,1)$ que verifica $p(Z \leq z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2$

También sabemos que el error máximo de la estimación es $E = z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, para el intervalo de la media.

Pero la amplitud del intervalo es $b - a = 2 \cdot z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2 \cdot E$, de donde $E = (b - a)/2$, por tanto el tamaño

mínimo de la muestra es $n = \left(\frac{z_{1-\alpha/2} \cdot \sigma}{E} \right)^2$.

El salario de los trabajadores de una ciudad sigue una distribución Normal con desviación típica 15 euros. Se quiere calcular un intervalo de confianza para el salario medio con un nivel de confianza del 98%. Determine cuál es el tamaño mínimo de la muestra que se necesitaría recoger para que el intervalo de confianza tenga una amplitud, como máximo, de 6 euros.

Datos del problema: $b - a = 6$, de donde $E = (b - a)/2 = 6/2 = 3$; $\sigma = 15$; nivel de confianza = 98% = 0'98 = $1 - \alpha$, de donde $\alpha = 0'02$

De $1 - \alpha = 0'98$, tenemos $\alpha = 1 - 0'98 = 0'02$, de donde $\alpha/2 = 0'02/2 = 0'01$

De $p(Z \leq z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2 = 1 - 0'01 = 0'99$. Mirando en las tablas de la $N(0,1)$ vemos que la probabilidad 0'99 no viene, y la mas próxima es 0'9901 que corresponde a $z_{1-\alpha/2} = z_{0'9901} = 2'33$, por tanto tamaño mínimo pedido es:

$n > \left(\frac{z_{1-\alpha/2} \cdot \sigma}{E} \right)^2 = \left(\frac{2'33 \cdot 15}{3} \right)^2 \cong 135'7225$, es decir **el tamaño mínimo es $n = 136$** .

OPCIÓN B

EJERCICIO 1-B

(3 puntos) Un Ayuntamiento concede licencia para la construcción de una urbanización de a lo sumo 120 viviendas, de dos tipos A y B. Para ello la empresa constructora dispone de un capital máximo de 15 millones de euros, siendo el coste de construcción de la vivienda de tipo A de 100000 euros y la de tipo B 300000 euros. Si el beneficio obtenido por la venta de una vivienda de tipo A asciende a 20000 euros y por una de tipo B a 40000 euros, ¿cuántas viviendas de cada tipo deben construirse para obtener un beneficio máximo?

Solución

"x" = viviendas del tipo A

"y" = viviendas tipo B

Función Beneficio $B(x,y) = F(x,y) = 20000x + 40000y$.

Restricciones:

Se construye alguna vivienda del tipo A o B, luego $x \geq 0$; $y \geq 0$;

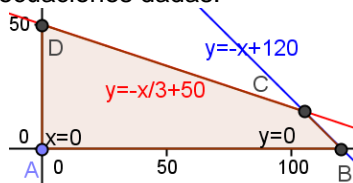
Licencia para a lo sumo 120 viviendas, de dos tipos A y B, luego $x + y \leq 120$;

Capital máximo de 15 millones de euros, siendo el coste de construcción de la vivienda de tipo A de 100000 euros y la de tipo B 300000 euros, luego $100000x + 300000y \leq 15000000$. Simplificando esta última desigualdad tenemos $x + 3y \leq 150$

Las desigualdades $x + y \leq 120$; $x + 3y \leq 150$; $x \geq 0$; $y \geq 0$, las transformamos en igualdades, y ya son rectas, $x + y = 120$; $x + 3y = 150$; $x = 0$; $y = 0$.

Para que nos sea más fácil dibujar las rectas (con dos valores es suficiente), despejamos las "y" y tenemos $y = -x + 120$; $y = -x/3 + 50$; $x = 0$; $y = 0$;

Representamos gráficamente las rectas que verifican estas igualdades, y el recinto en el cual estarán los bordes del recinto delimitado por las inecuaciones dadas.



Calculamos los vértices del recinto resolviendo las ecuaciones las rectas de dos en dos.

De $x = 0$ e $y = 0$; tenemos **el punto de corte es A(0,0)**

De $y = 0$ e $y = -x + 120$; tenemos $x = 120$, de donde **el punto de corte es B(120,0)**

De $y = -x + 120$ e $y = -x/3 + 50$; tenemos $-x + 120 = -x/3 + 50$, de donde $-3x + 360 = -x + 150$, es decir $210 = 2x$, luego " $x = 105$ " e " $y = 15$ ", y **el punto de corte es C(105,15)**

De $x = 0$ e $y = -x/3 + 50$; tenemos $y = 50$, y **el punto de corte es D(0,50)**

Vemos que **los vértices del recinto son: A(0,0); B(120,0); C(105,15) y el D(0,50)**.

Calculemos los valores máximo y mínimo de la función $F(x,y) = 20000x + 40000y$ en dicha región.

El Teorema Fundamental de la Programación Lineal afirma que su máximo y mínimo absoluto están en la región acotada, y que estos extremos deben estar situados en algún vértice del recinto, por lo que evaluamos F en los puntos anteriores A(0,0); B(120,0); C(105,15) y el D(0,50).

$$F(0,0) = 20000(0) + 40000(0) = 0; \quad F(120,0) = 20000(120) + 40000(0) = 2400000$$

$$F(105,15) = 20000(105) + 40000(15) = 2700000; \quad F(0,50) = 20000(0) + 40000(50) = 2000000$$

Teniendo en cuenta lo anterior vemos que el máximo absoluto de la función F en la región es 2700000 (el valor mayor en los vértices) y se alcanza en el vértice C(105,15), es decir **el beneficio máximo es de 2700000 € y se obtiene construyendo 105 casas del tipo A y 15 casas del tipo B**.

EJERCICIO 2-B

a) (1'5 puntos) Determine dónde se alcanza el mínimo de la función $f(x) = 3x^2 - 6x + a$. Calcule el valor de a para que el valor mínimo de la función sea 5.

b) (1'5 puntos) Calcule $g'(3)$, siendo $g(x) = 2x \cdot e^{3x-1}$

Solución

a)

Determine dónde se alcanza el mínimo de la función $f(x) = 3x^2 - 6x + a$. Calcule el valor de a para que el valor mínimo de la función sea 5.

Sabemos que la gráfica de la función $3x^2 - 6x + a$ es una parábola con los ramas hacia arriba (\cup) porque el número que multiplica a x^2 es positivo. También sabemos que su vértice es un mínimo y anula la primera derivada, por tanto:

$f(x) = 3x^2 - 6x + a$; $f'(x) = 6x - 6$. De $f'(x) = 0$ tenemos $x = 1$, que es la abscisa del vértice, y **es el mínimo**. Como el valor del mínimo (vértice) es 5, tenemos $f(1) = 5$, es decir $3 - 6 + a = 5$, de donde **$a = 8$** .

b)

Calcule $g'(3)$, siendo $g(x) = 2x \cdot e^{3x-1}$

Recordamos algunas derivadas y reglas de derivación. También algo sobre extremos absolutos

$$(f(x)+g(x))' = f'(x)+g'(x); (f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x); \left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2};$$

$$((f(x))^k)' = k \cdot f(x)^{k-1} \cdot f'(x); (a^x)' = a^x \cdot \ln(a); (e^{kx})' = k \cdot e^{kx}; (x^k)' = k \cdot x^{k-1}; (\ln(f(x)))' = \frac{f'(x)}{f(x)}; (k)' = 0.$$

$$g(x) = 2x \cdot e^{3x-1}$$

$$g'(x) = 2 \cdot (e^{3x-1}) + 2x \cdot (e^{3x-1}) \cdot (3), \text{ luego } g'(3) = 2 \cdot (e^{9-1}) + 6 \cdot (e^{9-1}) \cdot (3) = 20 \cdot e^8.$$

EJERCICIO 3-B

Parte I En una población, el porcentaje de personas que ven un determinado programa de televisión es del 40%. Se sabe que el 60% de las personas que lo ven tiene estudios superiores y que el 30% de las personas que no lo ven no tiene estudios superiores.

a) (0'75 puntos) Calcule la probabilidad de que una persona vea dicho programa y tenga estudios superiores.

b) (1'25 puntos) Halle la probabilidad de que una persona que tiene estudios superiores vea el citado programa.

Solución

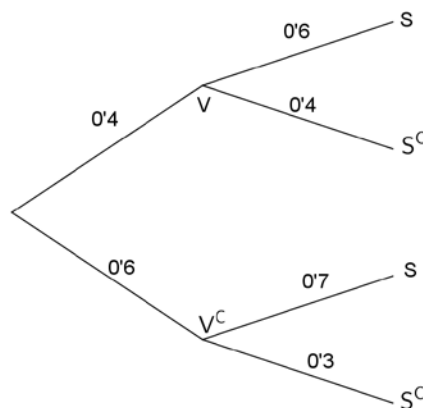
En una población, el porcentaje de personas que ven un determinado programa de televisión es del 40%. Se sabe que el 60% de las personas que lo ven tiene estudios superiores y que el 30% de las personas que no lo ven no tiene estudios superiores.

Llamemos V , V^c , S y S^c a los sucesos siguientes, "ver programa de TV", "no ver programa de TV", "tener estudios superiores" y "no tener estudios superiores", respectivamente.

De ven un determinado programa de televisión es del 40% tenemos $p(V) = 40\% = 0.4$, por tanto también tenemos $p(V^c) = 1 - 0.4 = 0.6$.

De se sabe que el 60% de las personas que lo ven tiene estudios superiores y que el 30% de las personas que no lo ven no tiene estudios superiores tenemos $p(S|V) = 60\% = 0.6$ y $p(S^c|V^c) = 60\% = 0.3$.

Todo esto se ve mejor en el siguiente diagrama de árbol (completamos las probabilidades sabiendo que la suma de ellas que parten de un mismo nodo vale 1).



a)

Calcule la probabilidad de que una persona vea dicho programa y tenga estudios superiores.

Me están pidiendo $p(V \cap S) = p(V) \cdot p(S|V) = 0.4 \cdot 0.6 = 0.24$

b)

Halle la probabilidad de que una persona que tiene estudios superiores vea el citado programa.

Me están pidiendo $p(V|S) = \frac{p(V \cap S)}{p(S)} = \frac{p(V) \cdot p(S|V)}{p(S)}$

Aplicando el teorema de la probabilidad total, la probabilidad de tener estudios superiores es:

$$p(S) = p(V) \cdot p(S|V) + p(V^c) \cdot p(S|V^c) = (0.4) \cdot (0.6) + (0.6) \cdot (0.7) = 0.66.$$

Aplicando ya el teorema de Bayes, tenemos:

$$p(V|S) = \frac{p(V \cap S)}{p(S)} = \frac{p(V) \cdot p(S|V)}{p(S)} = \frac{0.4 \cdot 0.6}{0.66} \cong 0.36364.$$

EJERCICIO 3-B

Parte II (2 puntos) En una encuesta representativa realizada a 1230 personas de una ciudad, se obtuvo como resultado que 654 de ellas van al cine los fines de semana. Calcule un intervalo de confianza, al 97%, para la proporción de asistencia al cine los fines de semana en dicha ciudad.

Solución

En una encuesta representativa realizada a 1230 personas de una ciudad, se obtuvo como resultado que 654 de ellas van al cine los fines de semana. Calcule un intervalo de confianza, al 97%, para la proporción de asistencia al cine los fines de semana en dicha ciudad.

Para construir el intervalo:

- Se elige un *estimador* del parámetro que se desea estimar (\bar{X} para μ , y \hat{p} para p), en nuestro caso es de

proporción luego es $\hat{p} = \frac{654}{1230} \cong 0.5317$.

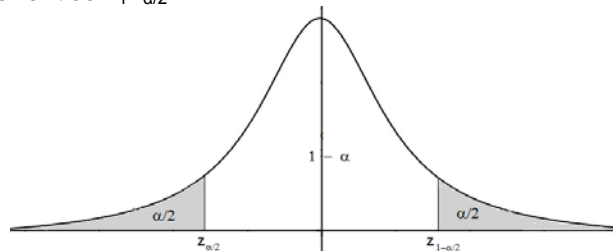
- Se elige un *nivel de confianza* $1 - \alpha$ con el que se desea construir el intervalo, que nos lo dan y es del 97%, es decir $1 - \alpha = 97\% = 0.97$, de donde $\alpha = 0.03 = 3\%$ como *nivel de significación*.

- El intervalo centrado en el estadístico \hat{p} obtenido en la muestra sería:

$$\text{I.C.} = I(\mathbf{p}) = \left(\hat{p} - z_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right) \text{ para estimar } \mathbf{p}$$

Donde $z_{1-\alpha/2}$ es el punto crítico de la variable aleatoria Normal tipificada $Z \approx N(0,1)$ tal que $p(-z_{1-\alpha/2} \leq Z \leq z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha$.

De esa igualdad se deduce que $p(Z \leq z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2$, que se mira en la tabla de la Normal $N(0,1)$, y nos dará el correspondiente valor crítico $z_{1-\alpha/2}$.



$p(Z \leq z_{1-\alpha/2}) = 1 - (0'03)/2 = 0'985$, mirando en la tabla de la $N(0,1)$ vemos que corresponde a $z_{1-\alpha/2} = 2'17$. Por tanto el intervalo de confianza pedido es

$$\begin{aligned} \text{I.C.} &= I_{100(1-\alpha)\%}(\mathbf{p}) = \left(\hat{p} - z_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right) = \\ &= \left(0'5317 - 2'17 \cdot \sqrt{\frac{0'5317 \cdot 0'4683}{1230}}, 0'5317 + 2'17 \cdot \sqrt{\frac{0'5317 \cdot 0'4683}{1230}} \right) \cong (0'5008; 0'5626) \end{aligned}$$