

Instrucciones:

- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 d) Puede usar una calculadora no programable y no gráfica.
 e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A**EJERCICIO 1**

De un problema de programación lineal se deducen las siguientes restricciones:

$$4x + 3y \geq 60, \quad y \leq 30, \quad x \leq (10 + y)/2, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$

- a) (2 puntos) Represente gráficamente la región factible del problema y calcule sus vértices.
 b) (0'5 puntos) Maximice en esa región factible la función objetivo $F(x, y) = x + 3y$.
 c) (0'5 puntos) ¿Pertenece el punto (11, 10) a la región factible?

EJERCICIO 2

Sea la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida, por $f(x) = \begin{cases} 2^x & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 + mx + 5 & \text{si } x > 1 \end{cases}$.

- a) (1 punto) Calcule m para que la función sea continua en $x = 1$.
 b) (1 punto) Para ese valor de m , ¿es derivable la función en $x = 1$?
 c) (1 punto) Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en $x = .0$

EJERCICIO 3**Parte I**

En un espacio muestral se sabe que para dos sucesos A y B se verifica

$$p(A \cap B) = 0'1, \quad p(A^c \cap B^c) = 0'6, \quad P(A/B) = 0'5$$

- a) (0'75 puntos) Calcule $P(B)$.
 b) (0'75 puntos) Calcule $P(A \cup B)$.
 c) (0'5 puntos) ¿Son A y B independientes?

Parte II

Se sabe que las puntuaciones de un test siguen una ley Normal de media 36 y desviación típica 4'8.

- a) (1 punto) Si se toma una muestra aleatoria de 16 individuos, ¿cuál es la probabilidad de que la media de esta muestra sea superior a 35 puntos?
 b) (1 punto) ¿Qué porcentaje de muestras de tamaño 25 tiene una media muestral comprendida entre 34 y 36?

OPCIÓN B**EJERCICIO 1**

a) (1'5 puntos) Halle la matriz A que verifica $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \cdot A = \begin{pmatrix} 9 \\ 28 \end{pmatrix}$.

- b) (1'5 puntos) Clasifique y resuelva el sistema formado por las tres ecuaciones siguientes:
 $x - 3y + 2z = 0; \quad -2x + y - z = 0; \quad x - 8y + 5z = .0$

EJERCICIO 2

- a) (2 puntos) Sea la función definida para todo número real x por $f(x) = ax^3 + bx$. Determine a y b sabiendo que su gráfica pasa por el punto (1,1) y que en ese punto la pendiente de la recta tangente es -3 .
 b) (1 punto) Si en la función anterior $a = 1/3$ y $b = -4$ determine sus intervalos de monotonía y sus extremos.

EJERCICIO 3**Parte I**

Una urna A contiene tres bolas azules y cuatro rojas y otra urna B contiene dos bolas azules, dos rojas y dos negras. Se extrae, al azar, una bola de una de las urnas.

- a) (1 punto) Calcule la probabilidad de que la bola extraída sea roja.
 b) (1 punto) Si la bola extraída resulta ser azul, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la urna B ?

Parte II

Se sabe que (45'13, 51'03) es un intervalo de confianza, al 95%, para la media de una variable aleatoria que sigue una distribución Normal con desviación típica 15.

- a) (0'5 puntos) ¿Cuál es el error cometido?
 b) (1'5 puntos) Calcule, con el mismo nivel de confianza, el tamaño muestral mínimo necesario para que el error no sea superior a 1'8.