

**Instrucciones:**

- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.  
 b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.  
 c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.  
 d) Puede usar una calculadora no programable y no gráfica.  
 e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

**OPCIÓN A****EJERCICIO 1**

Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$

- a) (1'5 puntos) Calcule  $B \cdot B^t - A \cdot A^t$   
 b) (1'5 puntos) Halle la matriz  $X$  que verifica  $(A \cdot A^t) \cdot X = B$

**EJERCICIO 2**

El beneficio obtenido por una empresa, en miles de euros, viene dado por la función

$$f(x) = \begin{cases} -5x^2 + 40x - 60 & \text{si } 0 \leq x \leq 6 \\ \frac{5x}{2} - 15 & \text{si } 6 < x \leq 10 \end{cases}$$

donde  $x$  representa el gasto en publicidad, en miles de euros.

- a) (0'75 puntos) Represente la función  $f$ .  
 b) (0'75 puntos) Calcule el gasto en publicidad a partir del cual la empresa no tiene pérdidas.  
 c) (0'75 puntos) ¿Para qué gastos en publicidad se producen beneficios nulos?  
 d) (0'75 puntos) Calcule el gasto en publicidad que produce máximo beneficio. ¿Cuál es ese beneficio máximo?

**EJERCICIO 3**Parte I

Se lanza una moneda tres veces y se consideran los sucesos:

$A$ : "Obtener al menos dos veces cara" y  $B$ : "Obtener cara en el segundo lanzamiento".

- a) (1 punto) Describa el espacio muestral asociado al experimento. Calcule  $p(A)$  y  $p(A \cup B)$ .  
 b) (1 punto) Los sucesos  $A$  y  $B$ , ¿son independientes?, ¿son incompatibles?

Parte II

En una población una variable aleatoria sigue una ley Normal con desviación típica 8.

Se ha elegido, al azar, una muestra de tamaño 100 y su media ha sido 67.

- a) (1 punto) Calcule el intervalo de confianza, al 93%, para la media de la población.  
 b) (1 punto) ¿Cuántos datos, como mínimo, son necesarios para estimar, con un nivel de confianza del 99%, la media de la población con un error no superior a 2?

**OPCIÓN B****EJERCICIO 1**

(3 puntos) Una fábrica produce bombillas de bajo consumo que vende a 1 euro cada una, y focos halógenos que vende a 1'5 euros. La capacidad máxima de fabricación es de 1000 unidades, entre bombillas y focos, si bien no se pueden fabricar más de 800 bombillas ni más de 600 focos.

Se sabe que la fábrica vende todo lo que produce. Determine cuántas bombillas y cuántos focos debe producir para obtener los máximos ingresos posibles y cuáles serían éstos.

**EJERCICIO 2**

a) (1'5 puntos) La función  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$  tiene un extremo relativo en  $x = 2$  y un punto de inflexión en  $x = 3$ . Calcule los coeficientes  $a$  y  $b$  y determine si el citado extremo es un máximo o un mínimo relativo.

b) (1'5 puntos) Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función  $g(x) = \frac{x}{x-2}$  en el punto

de abscisa  $x = 3$ .

**EJERCICIO 3**Parte I

En un tribunal se han examinado 140 alumnos de un Instituto A y 150 de otro Instituto B. Aprobaron el 80% de los alumnos del A y el 72% del B.

- a) (1 punto) Determine el tanto por ciento de alumnos aprobados por ese tribunal.  
 b) (1 punto) Un alumno, elegido al azar, no ha aprobado, ¿cuál es la probabilidad de que pertenezca al Instituto B?

Parte II

(2 puntos) Para estimar la proporción de estudiantes de una Universidad que está a favor de un aumento del importe de las becas, se entrevistó, aleatoriamente, a 500 estudiantes, de los cuales 465 respondieron afirmativamente. Calcule el intervalo de confianza, al 98%, en el cual se hallará la proporción de la población universitaria que está a favor del aumento de la cuantía de las becas.