Matemáticas CCSS Modelo nº 6 Sobrantes de 2007-2008

Instrucciones:

- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
- b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
- c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
- d) Puede usar una calculadora no programable y no gráfica.
- e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

(3 puntos) Una empresa produce botellas de leche entera y de leche desnatada y tiene una capacidad de producción máxima de 6000 botellas al día. Las condiciones de la empresa obligan a que la producción de botellas de leche desnatada sea, al menos, la quinta parte de las de leche entera y, como máximo, el triple de la misma. El beneficio de la empresa por botella de leche entera es de 20 céntimos y por botella de leche desnatada es de 32 céntimos. Suponiendo que se vende toda la producción, determine la cantidad de botellas de cada tipo que proporciona un beneficio máximo y el importe de este beneficio.

EJERCICIO 2

Sea la función definida de la forma $f(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } x \le 0 \\ x^2 + x + 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$

- a) (1 punto) ¿Es f continua en x = 0? ¿Es continua en su dominio?
- b) (1 punto) ¿Es f derivable en x = 0? ¿Es derivable en su dominio?
- c) (1 punto) Estudie la monotonía de f.

EJERCICIO 3

Parte I

(2 puntos) Ana y Blas deciden jugar con un dado de la siguiente forma:

"Ana lanza el dado y, si saca un 6, gana y se acaba el juego. En caso contrario lanza Blas, que gana si saca un 2 o un 3, y también se acaba el juego. De no ocurrir esto, la partida se acaba sin ganador.

Halle la probabilidad de los siguientes sucesos: "gana Ana", "gana Blas", "ninguno gana".

Parte II

(2 puntos) En una muestra representativa de 1200 residentes de una ciudad, 450 utilizan habitualmente el transporte público. Obtenga el intervalo de confianza, al 90%, de la proporción de residentes en la ciudad que utilizan habitualmente el transporte público.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Sean A y B las matrices siguientes: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

- a) (1 punto) Calcule (A + B).(A B)
- b) (2 puntos) Determine la matriz X, cuadrada de orden 2, en la ecuación matricial $(A + 2B) \cdot X = 3 \cdot I_2$.

EJÈRCICIO 2

- a) (1'5 puntos) Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x) = \frac{2}{x}$ en el punto de abscisa 1.
- b) (1'5 puntos) Sea la función $g(x) = x^3 + ax^2 + b$. Calcule a y b sabiendo que su gráfica presenta un punto de inflexión en el punto (2, 5).

EJERCICIO 3

<u>Parte I</u>

En una industria de calzado se producen botas y sandalias. De cada 12 pares producidos, 7 pares son botas y 5 de sandalias. La probabilidad de que un par de botas sea defectuoso es 0'08 y de que lo sea un par de sandalias es 0'03. Se escoge al azar un par y resulta ser "no defectuoso".

- a) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que se haya escogido un par de botas?
- b) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que se haya escogido un par de sandalias?

Parte II

El consumo, en gramos, de un cierto producto sigue una ley Normal con varianza 225 g².

- a) (1 punto) A partir de una muestra de tamaño 25 se ha obtenido una media muestral igual a 175 g. Halle un intervalo de confianza, al 90%, para la media del consumo.
- b) (1 punto) ¿Cuál debe ser el tamaño mínimo de la muestra para que el correspondiente intervalo de confianza, al 95%, tenga una amplitud máxima de 5?