MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES CURSO 2008-2009

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

(a) (2'5 puntos) Represente la región definida por las siguientes inecuaciones y determine sus vértices:

$x + 3y \le 12$; $(x/3)+(y/5) \ge 1$; $y \ge 1$; $x \ge 0$.

(b) (0'5 puntos) Calcule los valores extremos de la función $F(x,y) = 5x + 15y$ en dicha región y dónde se alcanzan.

Solución

(a)

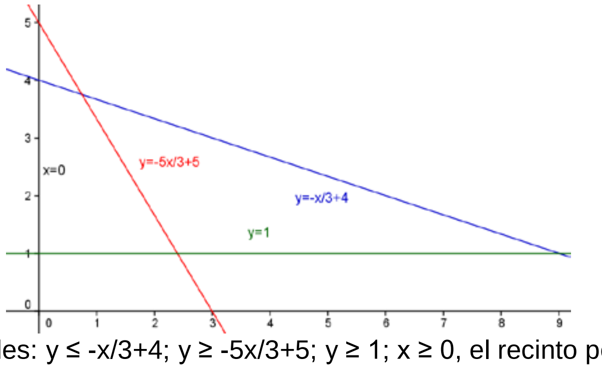
Represente la región definida por las siguientes inecuaciones y determine sus vértices:

$x + 3y \le 12$; $(x/3)+(y/5) \ge 1$; $y \ge 1$; $x \ge 0$.

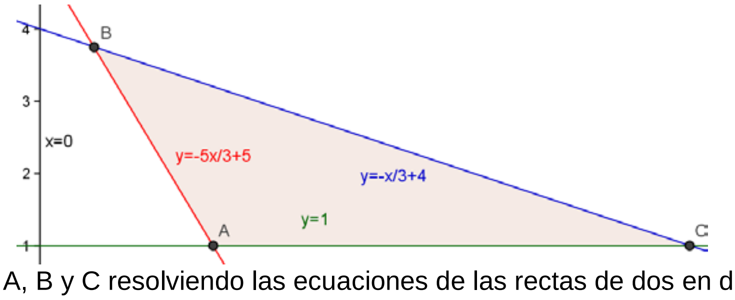
Primeramente transformamos las desigualdades "$x + 3y \le 12$; $(x/3)+(y/5) \ge 1$; $y \ge 1$; $x \ge 0$"; en igualdades, y ya su gráfica es una recta,

$x + 3y = 12$; $(x/3)+(y/5) = 1$; $y = 1$; $x = 0$,

Despejamos la "y", y dibujamos las rectas correspondientes: $y = -x/3+4$; $y = -5x/3+5$; $y = 1$; $x = 0$.



Fijándonos en las desigualdades: $y \le -x/3+4$; $y \ge -5x/3+5$; $y \ge 1$; $x \ge 0$, el recinto pedido y sus vértices A, B y C son:



Calculamos los vértices A, B y C resolviendo las ecuaciones de las rectas de dos en dos:

$y = -x/3+4$; $y = -5x/3+5$; $y = 1$

De $y= -5x/3+5$ e $y= 1$, tenemos $-5x/3+5 = 1$, de donde $-5x = -12$, luego $x = 12/5$ e $y = 1$, y el punto de corte es A(12/5,1).

De $y= -5x/3+5$ e $y= -x/3+4$, tenemos $-5x/3+5 = -x/3+4$, de donde $-5x+15 = -x+12$, luego $3 = 4x$, por tanto $x=3/4$ e $y = 15/4$, y el punto de corte es B(3/4,15/4).

De $y= -x/3+4$ e $y= 1$, tenemos $-x/3+4 = 1$, de donde $-x = -9$, por tanto $x = 9$ e $y = 1$, y el punto de corte es C(9,1).

Los vértices de la región son A(12/5,1), B(3/4,15/4) y C(9,1).

(b)

Calcule los valores extremos de la función $F(x,y) = 5x + 15y$ en dicha región y dónde se alcanzan.

El Teorema Fundamental de la Programación Lineal, afirma que la función F alcanza su máximo y su mínimo absoluto en la región acotada, y que este extremo debe de estar situado en algún vértice del recinto (si coincide en dos vértices consecutivos, la solución es todo el segmento que los une), por lo que evaluamos la función $F(x,y) = 5x + 15y$ en los puntos anteriores:

$F(12/5,1) = 5(12/5) + 15(1) = 27$, $F(3/4,15/4)= 5(3/4) + 15(15/4) = 240/4 = 60$, $F(9,1) = 5(9) + 15(1) = 60$.

Teniendo en cuenta lo anterior vemos el máximo absoluto de la función F en la región es 60 (el valor mayor en los vértices) y se alcanza en los puntos (3/4,15/4) y (9,1), por tanto se alcanza en todo el segmento que une los puntos (3/4,15/4) y (9,1); y el mínimo absoluto de la función F en la región es 27 (el valor menor en los vértices) y se alcanza en el punto (12/5,1).

EJERCICIO 2

La función derivada de una función f viene dada por $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$.
a) (1.5 puntos) Obtenga los intervalos de monotonía de la función f y los valores de "x" en los que dicha función alcanza sus extremos locales.
b) (0.75 puntos) Determine los intervalos de concavidad y convexidad de la función f.
c) (0.75 puntos) Sabiendo que la gráfica de f pasa por el punto (2,5), calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en dicho punto.

Solución

Recordamos que la monotonía sale del estudio de la primera derivada, y la curvatura del estudio de la segunda derivada.
Si $f'(x) > 0$, f(x) es estrictamente creciente (Se dibuja hacia arriba).
Si $f'(x) < 0$, f(x) es estrictamente decreciente (Se dibuja hacia abajo).
Si $f''(x) > 0$, f(x) es convexa ($\cup$), en Andalucía.
Si $f'(x) < 0$, f(x) es cóncava ($\cap$), en Andalucía

a)
Obtenga los intervalos de monotonía de la función f y los valores de "x" en los que dicha función alcanza sus extremos locales.
$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$. Resolvemos $f'(x) = 0$, que serán los posibles máximos o mínimos relativos
$f'(x) = 0$; $3x^2 - 12x + 9 = 0 \rightarrow x^2-4x+3 = 0 \rightarrow \frac{-(-4)\pm\sqrt{4^2-12}}{2} = \frac{4\pm 2}{2}$, de donde x = 3 y x = 1.
Elegimos un solo numero a izquierda y derecha de las soluciones "1" y "3", y entramos con él en f'(x) para ver su signo.
Como $f'(0) = 9 > 0$, f(x) es estrictamente creciente en $(-\infty,1)$.
Como $f'(2) = 3(2)^2 - 12(2) + 9 = -3 < 0$, f(x) es estrictamente decreciente en (1,3)
Como $f'(4) = 3(4)^2 - 12(4) + 9 = 9 > 0$, f(x) es estrictamente creciente en $(3,+\infty)$
Por definición "x = 1" es un máximo relativo, y "x = 3" es un mínimo relatico.

b)
Determine los intervalos de concavidad y convexidad de la función f.
$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 \rightarrow f''(x) = 6x-12$. Resolvemos $f''(x) = 0$, que serán los posibles puntos de inflexión.
$f''(x) = 0 \rightarrow 6x-12= 0$, de donde "x = 2".
Elegimos un solo numero a izquierda y derecha de la solución "2", y entramos con él en f''(x) para ver su signo.
Como $f''(0) = -12 < 0$, f(x) f(x) es cóncava ($\cap$) en $(-\infty,2)$.
Como $f''(3) = 6(3)-12 = 6 > 0$, f(x) es convexa ($\cup$) en $(2,\infty)$.
Por definición "x = 2" es un punto de inflexión.
c)
Sabiendo que la gráfica de f pasa por el punto (2, 5), calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en dicho punto.
La recta tangente de f(x) en x = 2 es " $y - f(2) = f'(2)(x-2)$ "
Como pasa por el punto (2,5), me dicen que f(2) = 5.
De $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$, tenemos $f'(2) = 3(2)^2 - 12(2) + 9 = -3$.
La recta tangente pedida es " $y - 5 = (-3)(x-2)$ ".

EJERCICIO 3

Parte I

Una enfermedad afecta al 10% de la población. Una prueba de diagnóstico tiene las siguientes características: si se aplica a una persona con la enfermedad, da positivo en el 98% de los casos; si se aplica a una persona que no tiene la enfermedad, da positivo en el 6% de los casos. Se elige una persona, al azar, y se le aplica la prueba.
a) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que dé positivo?
b) (1 punto) Si no da positivo, ¿cuál es la probabilidad de que tenga la enfermedad?

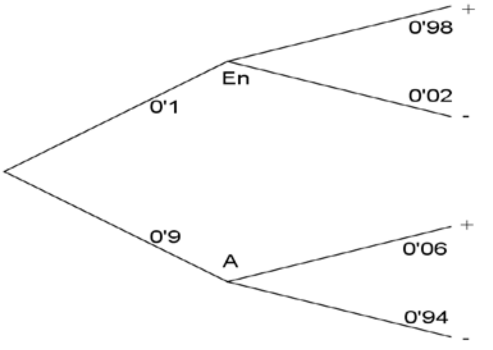
Solución

Llamemos En, En^C= A, + y $+^C$= - a los sucesos siguientes, "tener la enfermedad", "no tener la enfermedad", "dar positivo al aplicar la prueba" y "no dar positivo al aplicar la prueba", respectivamente.

De "una enfermedad afecta al 10% de la población", tenemos p(En) = 10% = 0'1, y por el suceso contrario tenemos $p(En^C)$ = p(A) = 1- p(En) = 1 - 0'1 = 0'9.
De "si se aplica a una persona con la enfermedad, da positivo en el 98% de los casos", tenemos p(+/En) = 98% = 0'98, y por el suceso contrario tenemos $p(+^C/En)$ = p(-) = 1- p(+/En) = 1 - 0'98 = 0'02.

De "si se aplica a una persona que no tiene la enfermedad, da positivo en el 6% de los casos", tenemos p(+/A) = 6% = 0'06, y por el suceso contrario tenemos $p(+^C/A)$ = 1- p(+/En) = 1 - 0'06 = 0'94.

Todo esto se ve mejor en el siguiente diagrama de árbol (completamos las probabilidades sabiendo que la suma de ellas que parten de un mismo nodo vale 1).



a)
¿Cuál es la probabilidad de que dé positivo?
Aplicando el teorema de la probabilidad total, la probabilidad de que dé positivo (+) es:

$$p(+) = p(En).p(+/En) + p(A).p(+/A) = 0'1.0'98 + 0'9.0'06 = 0'152.$$

b)
Si no da positivo, ¿cuál es la probabilidad de que tenga la enfermedad?

Aplicando el teorema de Bayes y la probabilidad del suceso contrario, tenemos:

$$p(En/-) = \frac{p(En\cap -)}{p(1)} = \frac{p(En).p(-/En)}{1-p(+)} = \frac{0'1.0'02}{1-0'152} \cong 0'00236$$

EJERCICIO 3

Parte II

Se desea estimar la proporción de fumadores de una población mediante una muestra aleatoria.
a) (1 punto) Si la proporción de fumadores en la muestra es 0'2 y el error cometido en la estimación ha sido inferior a 0'03, con un nivel de confianza del 95%, calcule el tamaño mínimo de la muestra.
b) (1 punto) Si en otra muestra de tamaño 280 el porcentaje de fumadores es del 25%, determine, para un nivel de confianza del 99%, el correspondiente intervalo de confianza para la proporción de fumadores de esa población.

Solución

Sabemos que la distribución muestral de proporciones $\hat{P}$ cuando el tamaño de la muestra es suficientemente grande sigue una $N\left(\hat{p}, \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right)$, que el intervalo de confianza para estimar la proporción **p**, al nivel de confianza **1-α**, es

$$I(\mathbf{p}) = \left(\hat{p} - z_{1-\alpha/2}\cdot\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_{1-\alpha/2}\cdot\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right) \text{ para estimar } \mathbf{p}$$

Donde $z_{1-\alpha/2}$ **es el punto crítico** de la variable aleatoria Normal tipificada $Z \approx N(0,1)$ tal que $p(Z\le z_{1-\alpha/2}) = 1-\alpha/2$, que se mira en la tabla de la distribución Normal, y nos dará el correspondiente valor crítico $z_{1-\alpha/2}$.

Que el **Error máximo** = E = $z_{1-\alpha/2}\cdot\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = z_{1-\alpha/2}\cdot\sqrt{\frac{\hat{p}.\hat{q}}{n}}$, para el intervalo de la proporción (radio del intervalo) .

Que de E = $z_{1-\alpha/2}\cdot\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$, obtenemos **el tamaño de la muestra** es n = $\frac{(z_{1-\alpha/2})^2.\hat{p}.\hat{q}}{E^2}$ en $N\left(\hat{p}; \sqrt{\frac{\hat{p}.\hat{q}}{n}}\right)$.

a)
Si la proporción de fumadores en la muestra es 0'2 y el error cometido en la estimación ha sido inferior a 0'03, con un nivel de confianza del 95%, calcule el tamaño mínimo de la muestra.
Datos del problema: $\hat{p}$ = 0'2, luego $\hat{q}$ = 1- $\hat{p}$ = 1- 0'2 = 0'8; E < 0'03; 1-α = 95% = 0'95.
Sabemos que de 1-α = 0'95, tenemos α = 0'05.
De $p(Z \le z_{1-\alpha/2})$ = 1 - α/2 = 1 - 0'05/2 = 0'975, que miramos en la tabla de la N(0,1) y corresponde a **un punto crítico** $z_{1-\alpha/2}$ = 1'96.

Sabemos que **el tamaño de la muestra** en las distribución de proporciones es $n > \frac{(z_{1-\alpha/2})^2.\hat{p}.\hat{q}}{E^2} =$

$= \frac{(1'96)^2.0'2.0'8}{(0'03)^2} \cong 682'95$, luego **el tamaño mínimo de la muestra es n = 683**.

b)

Si en otra muestra de tamaño 280 el porcentaje de fumadores es del 25%, determine, para un nivel de confianza del 99%, el correspondiente intervalo de confianza para la proporción de fumadores de esa población.

Datos n = 280; $\hat{p}$ = 25% = 0'25, de donde $\hat{q}$ = 0'75 ; 1-α = 99% = 0'99.

Sabemos que de 1-α = 0'99, tenemos α = 0'01.

De $p(Z \le z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2 = 1 - 0'01/2 = 0'995$, que miramos en la tabla de la N(0,1) y no viene. Los valores mas próximos son 0'9949 y 0'9951. Elijo el valor 0'9951 y le corresponde **un punto crítico** $z_{1-\alpha/2} = 2'58$.

Sabemos que el intervalo de confianza es I(**p**) = $\left(\hat{p} - z_{1-\alpha/2}.\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_{1-\alpha/2}.\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right) =$

$= \left(0'25 - 2'58.\sqrt{\frac{0'25.0'75}{280}}, 0'25 + 2'58.\sqrt{\frac{0'25.0'75}{280}}\right) \cong$ (0'183236, 0'316764).

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

a) (1 punto) Calcule A^2 y $2B + I_2$,

b) (2 puntos) Resuelva la ecuación matricial $A \cdot X - I_2 = 2B^2$.

Solución

a)

Calcule A^2 y $2B + I_2$,

$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}.\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ y $2.\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$

b)

Resuelva la ecuación matricial $A \cdot X - I_2 = 2B^2$.

De $A \cdot X - I_2 = 2B^2$, tenemos $A \cdot X = 2B^2 + I_2$. Si A tiene matriz inversa A^{-1} (la tiene), multiplicando por la izquierda por A^{-1} la expresión $A \cdot X = 2B^2 + I_2$, nos resulta $A^{-1}.A \cdot X = A^{-1}.(2B^2 + I_2)$, de donde $\rightarrow X = A^{-1}.(2B^2 + I_2)$.

$2.B^2 + I_2 = 2.\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}.\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 2.\begin{pmatrix} 8 & 4 \\ -4 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 & 8 \\ -8 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 & 8 \\ -8 & 1 \end{pmatrix}$.

Sabemos que si partimos de $(A|I_2)$ y mediante transformaciones elementales de Gauss filas, llegamos a la matriz $(I_2|C)$, la matriz C es la inversa de A, es decir $C = A^{-1}$.

$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \end{array}\right)_{F_2/2} \approx \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \end{array}\right)^{F_1+F_2} \approx \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 1 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \end{array}\right)$, luego $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1/2 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix}$.

También se puede calcular la inversa $A^{-1} = (1/|A|).Adj(A^t)$, ,siempre que $det(A) = |A| \neq 0$.

$det\left(\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}\right) = 2 \neq 0$, luego existe A^{-1}.

$A^t = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$; $Adj(A^t) = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $A^{-1} = (1/|A|).Adj(A^t) = (1/2).\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1/2 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix}$

Terminamos ya el problema

$X = A^{-1}.(2B^2 + I_2) = (1/2).\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.\begin{pmatrix} 17 & 8 \\ -8 & 1 \end{pmatrix} = (1/2).\begin{pmatrix} 26 & 17 \\ -8 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 & 17/2 \\ -4 & 1/2 \end{pmatrix}$

EJERCICIO 2 Sea la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + x$.

a) (1'5 puntos) Determine el valor de los parámetros a y b sabiendo que la función f tiene un máximo en x=1 y que f(1) =2.

b) (1'5 puntos) Para a = b = 1, halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x=0.

Solución

a)

Determine el valor de los parámetros a y b sabiendo que la función f tiene un máximo en x=1 y que f(1) =2.

$f(x) = ax^3 + bx^2 + x$
Sabemos que si f(x) tiene un máximo en x = 1, f'(1) = 0
$f(x) = ax^3 + bx^2 + x$; $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + 1$.
De f'(1) = 0, tenemos $0 = 3a(1)^2 + 2b(1) + 1 = 3a + 2b + 1$, luego **3a + 2b = -1**.
De f(1) = 2, tenemos $2 = a(1)^3 + b(1)^2 + (1) = a + b + 1$, luego **a + b = 1**.
De a + b = 1, despejamos b = 1 – a y entramos en la otra ecuación.
3a + 2(1-a) = -1, de donde **a = -3**, y por tanto **b = 4**.
b)
Para a = b = 1, halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x=0.
En este caso la función es $f(x) = x^3 + x^2 + x$.
Sabemos que la recta tangente en x = 0 es " y – f(0) = f'(0)(x-0) "
$f(x) = x^3 + x^2 + x$; $f(0) = (0)^3 + (0)^2 + (0) = 0$.
$f'(x) = 3x^2 + 2x + 1$; $f'(0) = 3(0)^2 + 2(0) + 1 = 1$.
La recta tangent4e pedida es " y-0 = 1(x-0), es decir y = x ".

EJERCICIO 3

Parte I

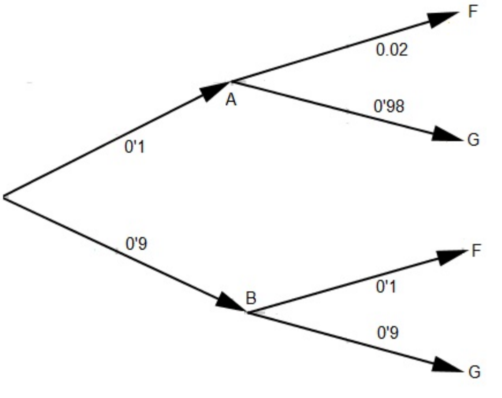
En una editorial hay dos máquinas A y B que encuadernan 100 y 900 libros al día, respectivamente. Además, se sabe que la probabilidad de que un libro encuadernado por A tenga algún fallo de encuadernación es del 2%, y del 10% si ha sido encuadernado por la máquina B. Se elige, al azar, un libro encuadernado por esa editorial.
a) (1 punto) Calcule la probabilidad de que no sea defectuoso.
b) (1 punto) Si es defectuoso, halle la probabilidad de haber sido encuadernado por la máquina A.

Solución

Llamemos A, B, F y F^C = G a los sucesos siguientes, "maquina A", "maquina B", "fallo en la encuadernación" y "no fallo en la encuadernación", respectivamente.

De "hay dos máquinas A y B que encuadernan 100 y 900 libros al día", tenemos p(A) = 100/1000 = 0'1, y p(B) = 900/1000 = 0'9.
De "libros encuadernados por A tienen fallos de encuadernación del 2%", tenemos p(F/A) = 2% = 0'02.
De "libros encuadernados por B tienen fallos de encuadernación del 10%", tenemos p(F/B) = 10% = 0'1.

Todo esto se ve mejor en el siguiente diagrama de árbol (completamos las probabilidades sabiendo que la suma de ellas que parten de un mismo nodo vale 1).



a)
Calcule la probabilidad de que no sea defectuoso.
Aplicando el teorema de la probabilidad total, la probabilidad de que dé positivo (+) es:

$$p(F^C) = p(G) = p(A).p(G/A) + p(B).p(G/B) = 0'1.0'98 + 0'9.0'9 = 0'908.$$

b)
Si es defectuoso, halle la probabilidad de haber sido encuadernado por la máquina A.

Aplicando el teorema de Bayes y la probabilidad del suceso contrario, tenemos:

$$p(A/F) = \frac{p(A \cap F)}{p(F)} = \frac{p(A).p(F/A)}{1\text{-}p(G)} = \frac{0'1.0'02}{1\text{-}0'908} \cong 0'0217$$

EJERCICIO 3

Parte II

El tiempo que se tarda en la caja de un supermercado en cobrar a los clientes sigue una ley Normal con media desconocida y desviación típica 0'5 minutos. Para una muestra aleatoria de 25 clientes se obtuvo un tiempo medio de 5'2 minutos.

a) (1 punto) Calcule un intervalo de confianza, al nivel del 97%, para el tiempo medio que se tarda en cobrar a los clientes.
b) (1 punto) Indique el tamaño muestral mínimo necesario para estimar dicho tiempo medio con un error máximo de 0'5 y un nivel de confianza del 96%.

Solución

Sabemos que si X sigue una N(μ,σ), la distribución muestral de medias $\overline{X}$ sigue una N(μ, $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$), que el intervalo de confianza para estimar la media **μ**, al nivel de confianza **1-α**, es

$$I(\mu) = \left(\overline{x} - z_{1-\alpha/2}.\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{1-\alpha/2}.\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \text{ para estimar } \mu.$$

Donde $z_{1-\alpha/2}$ **es el punto crítico** de la variable aleatoria Normal tipificada Z ≈ N(0,1) tal que $p(Z \le z_{1-\alpha/2}) = 1-\alpha/2$, que se mira en la tabla de la distribución Normal, y nos dará el correspondiente valor crítico $z_{1-\alpha/2}$.

Que el **Error máximo** es E = $z_{1-\alpha/2}.\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, para el intervalo de la media (radio del intervalo) .

De E = $z_{1-\alpha/2}.\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, obtenemos **el tamaño de la muestra** es n = $\left(\frac{z_{1-\alpha/2}.\sigma}{E}\right)^2$ en N(μ, $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$),.

a)
Calcule un intervalo de confianza, al nivel del 97%, para el tiempo medio que se tarda en cobrar a los clientes.
Datos del problema: n = 25; $\overline{x}$ = 5'2; σ = 0'5; 1-α = 97% = 0'97.
Sabemos que de 1-α = 0'97, tenemos α = 0'03.
De $p(Z \le z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2 = 1 - 0'03/2 = 0'985$, que miramos en la tabla de la N(0,1) y corresponde a **un punto crítico** $z_{1-\alpha/2} = 2'17$.

Sabemos que el intervalo de confianza es $I(\mu) = \left(\overline{x} - z_{1-\alpha/2}.\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{1-\alpha/2}.\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) =$

$$= \left(5'2 - 2'17.\frac{0'5}{\sqrt{25}}, 5'2 + 2'17.\frac{0'5}{\sqrt{25}}\right) = (4'983, 5'417)$$

b)
Indique el tamaño muestral mínimo necesario para estimar dicho tiempo medio con un error máximo de 0'5 y un nivel de confianza del 96%.

Datos E < 0'5; σ = 0'5; 1-α = 96% = 0'96.
Sabemos que de 1-α = 0'96, tenemos α = 0'04.
De $p(Z \le z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2 = 1 - 0'04/2 = 0'98$, que miramos en la tabla de la N(0,1) y no viene. El valor más próximo es 0'9798, que le corresponde **un punto crítico** $z_{1-\alpha/2} = 2'05$.

De E < $z_{1-\alpha/2}.\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, obtenemos el tamaño de la muestra es n > $\left(\frac{z_{1-\alpha/2}.\sigma}{E}\right)^2 = \left(\frac{2'05.0'5}{0'5}\right)^2 = 4'2025$, luego **el tamaño mínimo de la muestra es n = 5.**