

MATEMÁTICAS CCSS II Sobrantes 2010 (Modelo 6) SELECTIVIDAD ANDALUCÍA**OPCIÓN A****EJERCICIO 1**

(2.5 puntos) Un supermercado se abastece de gambas y langostinos a través de dos mayoristas, A y B, que le envían contenedores con cajas completas de ambos productos.

El mayorista A envía en cada contenedor 2 cajas de gambas y 3 de langostinos, al precio de 350 euros el contenedor, mientras que el mayorista B envía en cada uno 1 caja de gambas y 5 de langostinos, al precio de 550 euros el contenedor.

El supermercado necesita, como mínimo, 50 cajas de gambas y 180 de langostinos pudiendo almacenar, como máximo, 50 contenedores.

¿Cuántos contenedores debería pedir el supermercado a cada mayorista para satisfacer sus necesidades con el menor coste posible? Indique cuál sería ese coste mínimo.

Solución

Llamamos "x" al número de contenedores del tipo A.

Llamamos "y" al número de contenedores del tipo B.

Para determinar las inecuaciones y la función Coste $F(x,y)$, ponemos un cuadro de doble entrada que nos lo simplificará.

	Tipo A	Tipo B	Min. y Máx.
Gambas	2	1	50
Langostinos	3	5	180
Contenedores	1	1	50
Coste	350€	550€	$350x + 550y$

Teniendo en cuenta el cuadro anterior tenemos las siguientes inecuaciones:

$$2x + y \geq 50; \quad 3x + 5y \geq 180; \quad x + y \leq 50; \quad y \geq 0; \quad x \geq 0$$

La función coste es $F(x,y) = 350x + 550y$

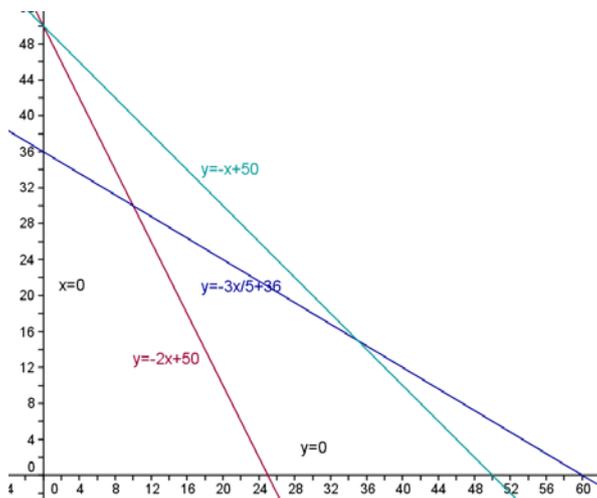
Para dibujar la región factible o recinto, de cada inecuación despejamos la incógnita "y" para dibujar la recta correspondiente, y después observando las inecuaciones tendremos la región factible que indicaremos con la palabra "Recinto factible".

Desigualdades: $2x + y \geq 50$; $3x + 5y \geq 180$; $x + y \leq 50$; $y \geq 0$; $x \geq 0$

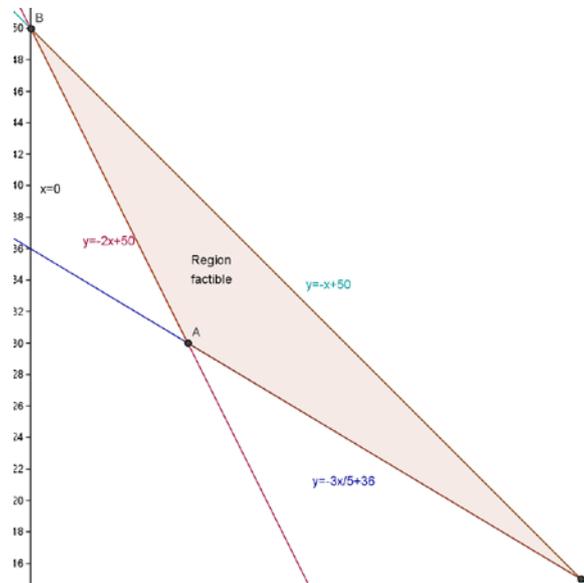
Igualdades: $2x + y = 50$; $3x + 5y = 180$; $x + y = 50$; $y = 0$; $x = 0$

Las rectas son : $y = -2x+50$; $y = -3x/5+180/5$; $y = -x+50$; $y = 0$ (eje OX); $x = 0$ (eje OY)

Dibujamos las rectas



Si nos fijamos de nuevo en las desigualdades $y \geq -2x+50$; $y \geq -3x/5+36$; $y \leq -x+50$; $y \geq 0$; $x \geq 0$ se ve cual es el recinto (es una región cerrada en este caso), o región factible.



Calculamos los vértices del recinto resolviendo las ecuaciones las rectas de dos en dos.

De $y = -2x + 50$ e $y = -3x/5 + 36$, tenemos $-2x + 50 = -3x/5 + 36$, de donde $-10x + 250 = -3x + 180$, es decir $70 = 7x$, por tanto $x = 10$ e $y = 30$, y el punto de corte es $A(10, 30)$
 De $x = 0$ e $y = -2x + 50$, tenemos $y = 50$, y el punto es $B(0, 50)$
 De $y = -3x/5 + 36$ e $y = -x + 50$, tenemos $-3x/5 + 36 = -x + 50$, de donde $-3x + 180 = -5x + 250$, es decir $2x = 70$, por tanto $x = 35$ e $y = 15$, y el punto de corte es $C(35, 15)$

Los vértices del recinto son: $A(10, 30)$, $B(0, 50)$ y $C(35, 15)$.

Consideremos la función coste es $F(x, y) = 350x + 550y$.

El Teorema Fundamental de la Programación Lineal afirma que la función F alcanza su máximo y su mínimo absoluto en la región factible acotada, y que este extremo debe estar situado en algún vértice del recinto (o en un segmento, si coincide en dos vértices consecutivos), por lo que evaluamos F en los puntos anteriores:

$$F(10, 30) = 350(10) + 550(30) = 20000, \quad F(0, 50) = 350(0) + 550(50) = 27500,$$

$$F(35, 15) = 350(35) + 550(15) = 20500.$$

Teniendo en cuenta lo anterior vemos que el mínimo absoluto de la función coste F en la región es $20000€$ (el valor menor en los vértices) y se alcanza en el punto $(10, 30)$, es decir para obtener el menor coste hay que pedir 10 contenedores del tipo A y otros 30 contenedores del tipo B.

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = 2x^2 + ax + b$.

- a) (1'25 puntos) Determine los valores de a y b sabiendo que su gráfica pasa por el punto $(1, 3)$ y alcanza un extremo local en el punto de abscisa $x = -2$.
- b) (1'25 puntos) Tomando $a = 8$ y $b = -10$ deduzca la curvatura de su gráfica, el valor mínimo que alcanza la función y los valores donde la función se anula.

Solución

a)

Dada $f(x) = 2x^2 + ax + b$, determine los valores de a y b sabiendo que su gráfica pasa por el punto $(1, 3)$ y alcanza un extremo local en el punto de abscisa $x = -2$.

Como pasa por el punto $(1, 3)$ me dicen que $f(1) = 3$

Como tiene un extremo local en el punto de abscisa $x = -2$, me dicen que $f'(-2) = 0$

$f(x) = 2x^2 + ax + b \rightarrow f(1) = 3$, nos da $3 = 2 + a + b$

$f'(x) = 4x + a \rightarrow f'(-2) = 0$, nos da $0 = -8 + a$, de donde $a = 8$ y $b = -7$.

b)

Tomando $a = 8$ y $b = -10$ deduzca la curvatura de su gráfica, el valor mínimo que alcanza la función y los valores donde la función se anula.

$f(x) = 2x^2 + ax + b = 2x^2 + 8x - 10$ ($a = 8$, $b = -10$)

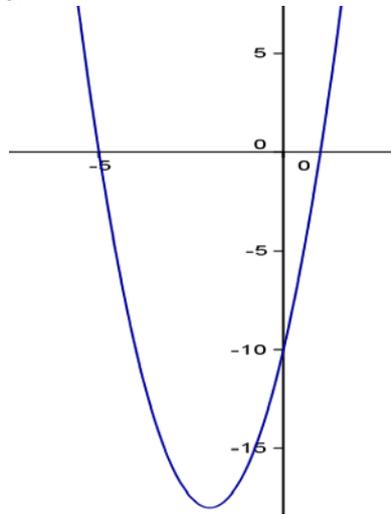
La gráfica de la función $f(x) = 2x^2 + 8x - 10$ ($a = 2$, $b = 8$, $c = -10$) es una parábola con las ramas hacia arriba (\cup), porque $a = 2 > 0$, por tanto ya sabemos que la función es convexa ($f'' > 0$).

Me están pidiendo el mínimo que es el vértice. Su abscisa es $x = -b/2a = -8/4 = -2$, y su ordenada es $f(-2) = 2(-2)^2 + 8(-2) - 10 = -28$. El vértice es $V(-2, -28)$ que es el mínimo.

Me piden también las soluciones de $f(x) = 0$, que es donde la función se anula.

$f(x) = 0 \rightarrow 2x^2 + 8x - 10 = 0 = x^2 + 4x - 5 \rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16+20}}{2} = \frac{-4 \pm 6}{2}$, de donde $x = 1$ y $x = -5$, que son donde la función se anula.

Aunque lo piden la gráfica de $f(x)$ es:



EJERCICIO 3

En el experimento aleatorio consistente en lanzar un dado equilibrado con las caras numeradas del 1 al 6 y observar el resultado se consideran los siguientes sucesos:

A: "obtener un número mayor que 4", B: "obtener un número par".

a) (1 punto) Escriba los elementos de cada uno de los siguientes sucesos: A; B; $A^c \cup B$; $(A \cap B)^c$.

b) (1'5 puntos) Calcule las probabilidades $p(A^c \cap B^c)$ y $p(A^c \cup B^c)$.

Solución

Experimento lanzar dado cúbico numerado del 1 al 6

a)

Sean A: "obtener un número mayor que 4", B: "obtener un número par", respectivamente.

Escriba los elementos de cada uno de los siguientes sucesos: A; B; $A^c \cup B$; $(A \cap B)^c$.

$A = \{5,6\}$; $A^c = \{1,2,3,4\}$; $B = \{2,4,6\}$; $B^c = \{1,3,5\}$.

$A^c \cup B = \{1,2,3,4\} \cup \{2,4,6\} = \{1,2,3,4,6\}$; $(A \cap B)^c = \{\text{Morgan}\} = A^c \cup B^c = \{1,2,3,4\} \cup \{1,3,5\} = \{1,2,3,4,5\}$

b)

Calcule las probabilidades $p(A^c \cap B^c)$ y $p(A^c \cup B^c)$.

$A^c \cap B^c = \{1,2,3,4\} \cap \{1,3,5\} = \{1,3\}$, luego $p(A^c \cap B^c) = 2/6 = 1/2$, aplicando la fórmula de Laplace.

$A^c \cup B^c = \{1,2,3,4\} \cup \{1,3,5\} = \{1,2,3,4,5\}$, luego $p(A^c \cup B^c) = 5/6$, aplicando la fórmula de Laplace.

EJERCICIO 4

En los individuos de una población, la concentración de una proteína en sangre se distribuye según una ley Normal de media desconocida y desviación típica 0'42 g/dl. Se toma una muestra aleatoria de 49 individuos y se obtiene una media muestral de 6'85 g/dl.

a) (1'25 puntos) Obtenga un intervalo de confianza, al 96%, para estimar la concentración media de la proteína en sangre de los individuos de esa población.

b) (1'25 puntos) ¿Es suficiente el tamaño de esa muestra para obtener un intervalo de confianza, al 98%, con un error menor que 0'125 g/dl?

Solución

a)

Obtenga un intervalo de confianza, al 96%, para estimar la concentración media de la proteína en sangre de los individuos de esa población.

Sabemos que si una variable aleatoria X sigue una normal $N(\mu, \sigma)$, la distribución muestral de medias

\bar{X} sigue una normal $N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$.

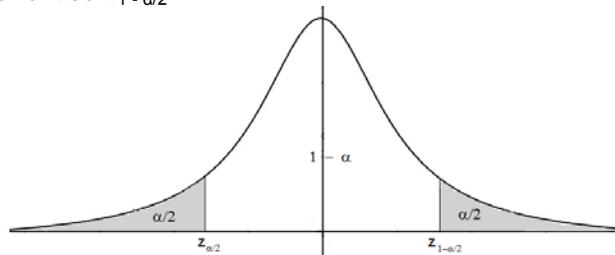
Datos $\sigma = 0'42$; $n = 49$; $\mu(\bar{X}) = \mu = 6'85 = \bar{x}$

Para construir el intervalo:

- Se elige un *estimador* del parámetro que se desea estimar (\bar{X} para μ , y \hat{p} para p), en nuestro caso es de la media, luego es $\bar{x} = 6'85$.
- Se elige *un nivel de confianza* $1 - \alpha$ con el que se desea construir el intervalo, que nos lo dan y es del 96%, es decir $1 - \alpha = 96\% = 0'96$, de donde $\alpha = 0'04 = 4\%$ como *nivel de significación*.
- El intervalo centrado en el estadístico \hat{p} obtenido en la muestra sería:

$$I.C. = I(\mu) = \left(\bar{x} - z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right), \text{ para estimar } \mu.$$

Donde $z_{1-\alpha/2}$ es el *punto crítico* de la variable aleatoria Normal tipificada $Z \approx N(0,1)$ tal que $p(|Z| < z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha$. De esa igualdad se deduce que $p(Z \leq z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2$, que se mira en la tabla de la Normal $N(0,1)$, y nos dará el correspondiente valor crítico $z_{1-\alpha/2}$.



$p(Z \leq z_{1-\alpha/2}) = 1 - (0'04)/2 = 0'98$, mirando en la tabla de la $N(0,1)$ vemos que el valor más próximo a 0'98 es 0'9798, que corresponde a $z_{1-\alpha/2} = 2'05$. Por tanto el intervalo de confianza pedido es

$$I.C. = I(\mu) = \left(\bar{x} - z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) = \left(6'85 - 2'05 \cdot \frac{0'42}{\sqrt{49}}, 6'85 + 2'05 \cdot \frac{0'42}{\sqrt{49}} \right) \cong \\ \cong (6'85 - 0'0123; 6'85 + 0'0123) = (6'18377; 6'9623)$$

b)

¿Es suficiente el tamaño de esa muestra para obtener un intervalo de confianza, al 98%, con un error menor que 0'125 g/dl?

Datos $E = 0'125$, nivel de confianza $1 - \alpha = 98\% = 0'98$, de donde $\alpha = 0'02 = 2\%$.

Sabemos que del error $E = z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, se obtiene que el tamaño de la muestra es $n = \left(\frac{z_{1-\alpha/2} \cdot \sigma}{E} \right)^2$

De $p(Z \leq z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2 = 1 - (0'02)/2 = 0'99$, mirando en la tabla de la $N(0,1)$ vemos que el valor más próximo a 0'99 es 0.9901, que corresponde a $z_{1-\alpha/2} = 2'33$.

Luego el tamaño de la muestra es $n \geq \left(\frac{z_{1-\alpha/2} \cdot \sigma}{E} \right)^2 = \left(\frac{2'33 \cdot 0'42}{0'125} \right)^2 \cong 61'29$, es decir por lo mínimo $n = 62$, y

por lo tanto **el tamaño de la muestra que se ha elegido ($n = 49$) es insuficiente**, con un nivel de confianza del 98%.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

a) (1 punto) Dibuje el recinto del plano definido por las inecuaciones:

$$x + 3y \geq 9; \quad 4x - 5y + 25 \geq 0; \quad 7x - 2y \leq 17; \quad x \geq 0; \quad y \geq 0.$$

b) (1 punto) Calcule los vértices del mismo.

c) (0'5 puntos) Obtenga en dicho recinto los valores máximo y mínimo de la función $F(x,y) = 2x - y + 6$ y los puntos donde se alcanzan.

Solución

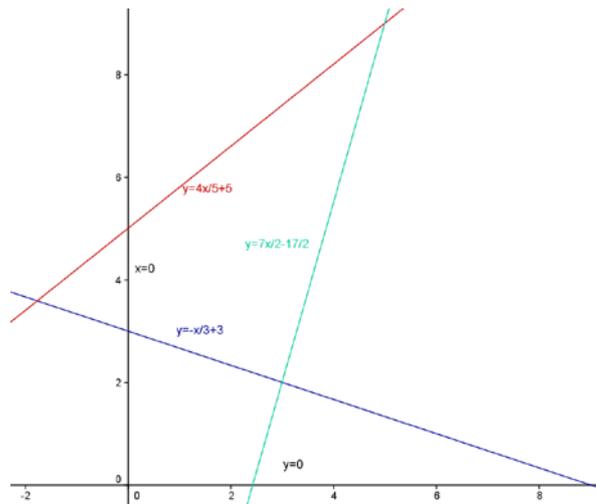
Tenemos las siguientes inecuaciones: $x + 3y \geq 9$; $4x - 5y + 25 \geq 0$; $7x - 2y \leq 17$; $x \geq 0$; $y \geq 0$.

De las desigualdades pasamos a las igualdades: $x + 3y = 9$; $4x - 5y + 25 = 0$; $7x - 2y = 17$; $x = 0$; $y = 0$. Para dibujar la región factible o recinto, de cada inecuación despejamos la incógnita "y" para dibujar la

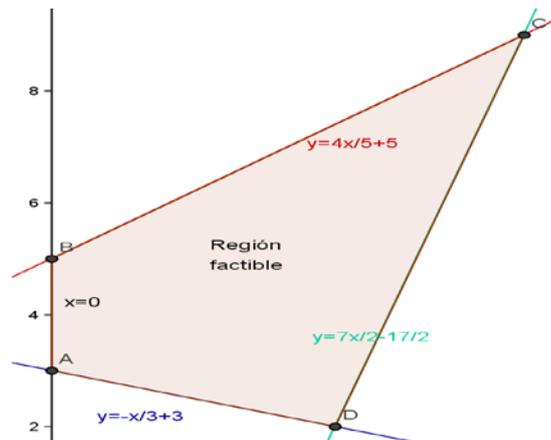
recta correspondiente, y después observando las inecuaciones tendremos la región factible que indicaremos como la letra "Región factible".

$$y = -x/3 + 3; \quad y = 4x/5 + 5; \quad y = 7x/2 - 17/2; \quad x = 0; \quad y = 0.$$

Dibujamos las rectas



Si nos fijamos en las desigualdades " $y \geq -x/3 + 3$; $y \leq 4x/5 + 5$; $y \geq 7x/2 - 17/2$; $x \geq 0$; $y \geq 0$ ", vemos que el recinto factible es:



Calculamos los vértices del recinto A, B, C y D resolviendo las ecuaciones de las rectas de dos en dos.

De $y = -x/3 + 3$ y $x = 0$, tenemos el punto de corte A(0,3)

De $y = 4x/5 + 5$ y $x = 0$, tenemos el punto de corte B(0,5)

De $y = 4x/5 + 5$ e $y = 7x/2 - 17/2$, tenemos $4x/5 + 5 = 7x/2 - 17/2$, es decir $8x + 50 = 35x - 85$, luego $135 = 27x$, por tanto $x = 5$ e $y = 4 + 5 = 9$, y obtenemos el punto C(5,9)

De $y = -x/3 + 3$ e $y = 7x/2 - 17/2$, tenemos $-x/3 + 3 = 7x/2 - 17/2$, es decir $-2x + 18 = 21x - 51$, luego $69 = 23x$, por tanto $x = 3$ e $y = -1 + 3 = 2$, y el punto de corte es D(3,2)

Los vértices del recinto son: A(0,3), B(0,5), C(5,9) y D(3,2).

Consideremos la función $F(x,y) = 2x - y + 6$.

El Teorema Fundamental de la Programación Lineal afirma que la función F alcanza su máximo y mínimo absoluto en la región acotada, y que este extremo debe estar situado en algún vértice del recinto (o en un segmento, si coincide en dos vértices consecutivos), por lo que evaluamos F en los puntos anteriores:

$$F(0,3) = 2(0) - (3) + 6 = 3, \quad F(0,5) = 2(0) - (5) + 6 = 1, \quad F(5,9) = 2(5) - (9) + 6 = 7, \quad F(3,2) = 2(3) - (2) + 6 = 10.$$

Teniendo en cuenta lo anterior vemos que el máximo absoluto de la función F en la región factible es "10" (el valor mayor en los vértices) y se alcanza en el punto (3,2), y el mínimo absoluto de F es "1" (el valor menor en los vértices) y se alcanza en el punto (0,5).

EJERCICIO 2

a) (1'5 puntos) Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

$$f(x) = \left(\frac{2-5x}{3}\right)^2 + \frac{1-2x}{x^2}; \quad g(x) = (3x + 2)^2 \cdot \ln(1 + x^2).$$

b) (1 punto) Halle las asíntotas y los puntos de corte con los ejes de $h(x) = \frac{1+2x}{x-2}$.

Solución

a)

Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

$$f(x) = \left(\frac{2-5x}{3}\right)^2 + \frac{1-2x}{x^2}; \quad g(x) = (3x+2)^2 \cdot \ln(1+x^2).$$

Recordamos algunas derivadas y reglas de derivación. También algo sobre extremos absolutos

$$(f(x)+g(x))' = f'(x)+g'(x); \quad \left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}; \quad ((f(x)^k))' = k \cdot f(x)^{k-1} \cdot f'(x);$$

$$(e^{kx})' = k \cdot e^{kx}; \quad (x^k)' = k \cdot x^{k-1}; \quad (\ln(f(x)))' = \frac{f'(x)}{f(x)}; \quad (k)' = 0.$$

$$f(x) = \left(\frac{2-5x}{3}\right)^2 + \frac{1-2x}{x^2};$$

$$f'(x) = 2 \cdot \left(\frac{2-5x}{3}\right) \left(\frac{-5}{3}\right) + \frac{-2(x^2) - (1-2x)(2x)}{(x^2)^2} = \frac{-20+50x}{9} + \frac{-2x^2-2x+4x^2}{x^4} = \frac{-20+50x}{9} + \frac{2x^2-2x}{x^4} = \frac{50x^5-20x^4+18x^2-18x}{9x^4}$$

$$g(x) = (3x+2)^2 \cdot \ln(1+x^2).$$

$$g'(x) = 2 \cdot (3x+2)^1 \cdot (3) \cdot \ln(1+x^2) + (3x+2)^2 \cdot \frac{2x}{1+x^2} = 2 \cdot (3x+2)^1 \cdot [6 \cdot \ln(1+x^2) + (3x+2)^1 \cdot \frac{2x}{1+x^2}] =$$

$$= (6x+4) \cdot \left[\frac{(6+6x^2) \cdot \ln(1+x^2) + 6x^2+4x}{1+x^2} \right]$$

b)

Halle las asíntotas y los puntos de corte con los ejes de $h(x) = \frac{1+2x}{x-2}$.

Recordamos que $x = a$ (suelen ser los números que anulan el denominador) es una asíntota vertical de $h(x)$ si $\lim_{x \rightarrow a} h(x) = \infty$.

Recordamos que $y = b$ es una asíntota horizontal de $h(x)$ si $\lim_{x \rightarrow \infty} h(x) = b$. Sabemos que en los cocientes de funciones polinómicas la asíntota en $+\infty$ y en $-\infty$, es la misma.

Recordamos que la función $h(x)$ se anula en los números que anulan su numerador.

Recordamos que la gráfica de $h(x) = \frac{1+2x}{x-2}$ es la de una hipérbola, y en este caso la la gráfica de la función se aproxima a sus asíntotas pero no puede tocarlas ni atravesarlas.

Vemos que el "2" anula el denominador, y como $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1+2x}{x-2} = \frac{5}{0} = \infty$, (el signo + o el signo - depende de si me acerco por la derecha o por la izquierda al "2") $h(x)$ tiene una asíntota vertical en $x = 2$.

Como $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1+2x}{x-2} = \{ \text{nos quedamos con los términos de mayor grado} \} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{x} = \{ \text{simplificamos las "x"} \} =$

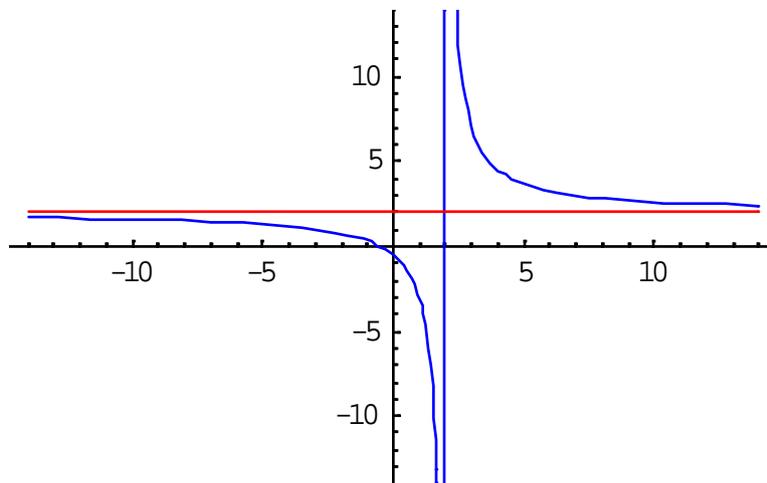
$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{1} = 2$, resulta que la recta $y = 2$ es la asíntota horizontal de $h(x)$ en $\pm\infty$.

Cortes con los ejes.

-Para $x = 0$, tenemos $h(0) = 1/(-2)$. Punto de corte $(0, -1/2)$.

- Para $h(x) = 0$, tenemos $1+2x = 0$, de donde $x = -1/2$. Punto de corte $(-1/2, 0)$

Aunque no lo piden la gráfica de $h(x)$ es:



EJERCICIO 3

Una fábrica posee un sistema de alarma contra robos. Por estudios previos a la instalación del sistema se sabe que la probabilidad de que un día se produzca un robo en la fábrica es 0'08.

Las indicaciones técnicas del fabricante de la alarma dicen que la probabilidad de que suene si se ha producido un robo es 0'98, y de que suene si no ha habido robo es 0'03.

a) (1'25 puntos) En un día cualquiera calcule la probabilidad de que no suene la alarma.

b) (1'25 puntos) Si suena la alarma, ¿cuál es la probabilidad de que no sea debido a un robo?

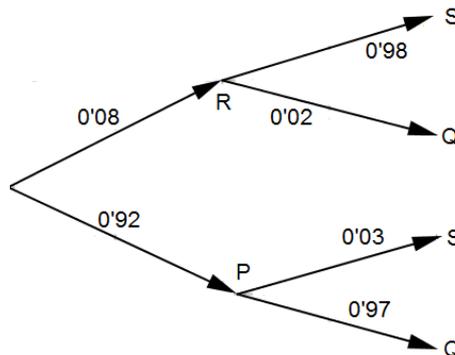
Solución

Llamemos $R, R^C = P, S$ y $S^C = Q$ a los sucesos siguientes, "robo en la fábrica", "no robo en la fábrica", "sonar la alarma" y "no sonar la alarma", respectivamente.

De la probabilidad de que un día se produzca un robo en la fábrica es 0'08 $\rightarrow p(R) = 0'08$ y $p(P) = p(R^C) = 1 - p(R) = 1 - 0'08 = 0'92$, puesto que son suceso contrarios y la suma de sus probabilidades es 1. Como vamos a utilizar un diagrama de árbol la suma de las ramas que parten de un nodo es 1.

De suene si se ha producido un robo es 0'98, y de que suene si no ha habido robo es 0'03, tenemos las siguientes probabilidades $p(S/R) = 0'98$ (su contrario sería 0'02) y $p(S/R^C) = p(S/P) = 0'03$ (su contrario sería 0'97).

Todo esto se ve mejor en el siguiente diagrama de árbol (completamos las probabilidades sabiendo que la suma de ellas que parten de un mismo nodo vale 1).



a)

En un día cualquiera calcule la probabilidad de que no suene la alarma.

Aplicando el teorema de la probabilidad total, la probabilidad de que llegue tarde a clase (R) es:

$$p(Q) = p(R).p(Q/R) + p(P).p(Q/P) = 0'08.0'02 + 0'92.0'97 = 0'894.$$

b)

Si suena la alarma, ¿cuál es la probabilidad de que no sea debido a un robo?

Aplicando el teorema de Bayes y la probabilidad del suceso contrario, tenemos:

$$p(P/S) = \frac{p(P \cap S)}{p(S)} = \frac{p(P).p(S/P)}{p(S)} = \frac{0'92.0'03}{1-0'894} \cong 0'2604$$

EJERCICIO 4

El peso de los sacos de patatas de una cooperativa es una variable aleatoria Normal con desviación típica 0'25 kg. El agente de ventas de esa cooperativa afirma que el peso medio de los sacos no baja de 5 kg.

Se desea contrastar estadísticamente esta hipótesis. Para ello se toma una muestra aleatoria de 20 sacos y se obtiene que su peso medio es de 4'8 kg.

- a) (0'5 puntos) Determine las hipótesis del contraste que se plantea en este enunciado.
 b) (1 punto) Halle la región crítica de este contraste para $\alpha = 0'01$.
 c) (1 punto) Con los datos de la muestra tomada, ¿puede decirse que existe evidencia estadística suficiente para rechazar la hipótesis del agente de ventas de la cooperativa, al nivel de significación $\alpha = 0'01$?

Solución

a), b) y c)

Sabemos que si una variable aleatoria X sigue una distribución normal $N(\mu, \sigma)$ y extraemos de ella muestras de tamaño n , la *distribución muestral de medias* \bar{X} sigue también una distribución normal: $N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$.

Como el agente afirma que el peso medio de los sacos no baja de 5 kg, tenemos que la hipótesis nula que se desea contrastar es $H_0: \mu \geq 5$ kg, frente a la hipótesis alternativa de este contraste que sería $H_1: \mu < 5$ kg.

El *estadístico de prueba* de este contraste es $Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$, que sigue una ley normal $N(0,1)$.

Datos dados: $\mu_0 = 5$ kg; $\bar{x} = 4'8$ kg; desviación típica $\sigma = 0'25$ kg; $n=20$; nivel de significación $\alpha = 0'01$.

Calculo de la región crítica para el nivel de significación $\alpha = 0'01$

El *valor crítico* correspondiente es $Z_\alpha = -Z_{1-\alpha}$

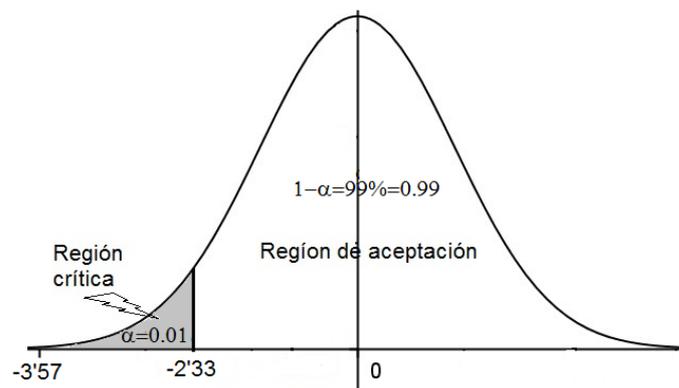
Sabemos que $p(Z \leq z_{1-\alpha}) = 1 - \alpha = 1 - 0'01 = 0'99$, que se mira en la tabla de la distribución Normal, y nos dará el correspondiente valor crítico $z_{1-\alpha}$. Vemos en la tabla de la $N(0,1)$ que el valor más próximo a 0'99 es 0.9901, que corresponde a $z_{1-\alpha} = 2'33$. Por tanto $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -z_{0'9901} \cong -2'33$.

Entonces la **región crítica** o de rechazo está formada por los **números reales situados a la izquierda de los números "-2'33"**.

Cálculo del valor observado del estadístico de contraste:

$$z_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{4'8 - 5}{0'25/\sqrt{20}} \cong -3'5777$$

Resultado del contraste:



Como el valor observado -3'5777 está a la izquierda de -2'33, porque $-3'5777 < -2'33$, el valor observado -3'5777 se encuentra en la región de rechazo o región crítica correspondiente al nivel 0'05, por lo cual se **rechaza la hipótesis nula** $H_0: \mu \geq 5$ a este nivel.

En consecuencia, **se rechaza la hipótesis nula** $H_0: \mu \geq 5$, y **se acepta la hipótesis alternativa** $H_1: \mu < 5$ kg, es decir el peso medio de los sacos es menor de 5 kg al nivel de significación 0'01, pudiendo haber cometido un error del tipo I.