SELECTIVIDAD ANDALUCÍA MATEMÁTICAS CCSS SOBRANTES 2014 MODELO 1

OPCIÓN A

EJERCICIO 1 (A)

Sean las matrices $B = \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} -1 & -8 & -1 \\ -9 & 3 & 6 \end{pmatrix}$

a) (0'5 puntos) Determine la dimensión que debe tener una matriz *A* para que se verifique la igualdad $A\cdot B = 2C^t$.

b) (2 puntos) Halle la matriz *A* anterior, sabiendo que de ella se conocen los elementos $a_{31} = 2$, $a_{12} = -3$ y $a_{22} = 1$.

Solución

Sean las matrices $B = \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} -1 & -8 & -1 \\ -9 & 3 & 6 \end{pmatrix}$

a)

Determine la dimensión que debe tener una matriz *A* para que se verifique la igualdad $A\cdot B = 2C^t$.

Como $C = \begin{pmatrix} -1 & -8 & -1 \\ -9 & 3 & 6 \end{pmatrix}_{2x3}$, su traspuesta es $C^t = \begin{pmatrix} -1 & -9 \\ -8 & 3 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}_{3x2}$

Sabemos que para poder multiplicar matrices, el número de columnas de la 1ª debe coincidir con el número de filas de la 2ª, y el resultado del producto tiene filas de la 1ª y columnas de la 2ª. En nuestro caso: $A_{\underline{3}x\mathbf{2}}\cdot B_{\mathbf{2}x\underline{2}} = 2C^t{}_{\underline{3}x\underline{2}}$. En nuestro caso **la matriz A tiene de orden 3x2.**

b)

Halle la matriz *A* anterior, sabiendo que de ella se conocen los elementos $a_{31} = 2$, $a_{12} = -3$ y $a_{22} = 1$.

La ecuación es $A\cdot B = 2C^t$, es $\begin{pmatrix} x & -3 \\ y & 1 \\ 2 & z \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} = 2\cdot\begin{pmatrix} -1 & -9 \\ -8 & 3 \\ -1 & 6 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} -5x-12 & -18 \\ -5y+4 & 6 \\ -10+4z & 6z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -18 \\ -16 & 6 \\ -2 & 12 \end{pmatrix}$

Igualando término a término tenemos:

$-5x - 12 = -2$; $-18 = -18$; $-5y + 4 = -16$; $6 = 6$; $-10 + 4z = -2$; $6z = 12$. Con lo cual:

$-5x - 12 = -2 \to -10 = 5x \to$ $\mathbf{x = -2}$.

$-5y + 4 = -16 \to 20 = 5y \to$ $\mathbf{y = 4}$.

$6z = 12 \to$ $\mathbf{z = 2}$.

La matriz pedida es $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 4 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

EJERCICIO 2 (A)

Sea la función $f(x) = -2x^3 + a\cdot e^{-x} + b\cdot x - 1$.

a) (1'5 puntos) Halle los valores de *a* y *b* sabiendo que la función tiene un mínimo en $x = 0$ y que la gráfica de la función pasa por el punto (0,0).

b) (1 punto) Para $a = 0$ y $b = 1$, determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x = -1$.

Solución

Sea la función $f(x) = -2x^3 + a\cdot e^{-x} + b\cdot x - 1$.

a)

Halle los valores de *a* y *b* sabiendo que la función tiene un mínimo en $x = 0$ y que la gráfica de la función pasa por el punto (0,0).

Como f pasa por el punto (0,0), tenemos $\mathbf{f(-4) = -5}$.

Como f tiene un mínimo en el punto de abscisa $x = 0$, tenemos $\mathbf{f'(0) = 0}$.

$f(x) = -2x^3 + a\cdot e^{-x} + b\cdot x - 1$; $f'(x) = -6x^2 - a\cdot e^{-x} + b$.

De $f'(0) = 0 \to -a\cdot e^0 + b = 0 \to -a + b = 0$, de donde $\mathbf{a = b}$.

De $f(0) = 0 \to a\cdot e^0 - 1 = 0 \to a - 1 = 0$, luego $\mathbf{a = 1}$ **y** $\mathbf{b = 1}$.

b)

Para *a* = 0 y *b* = 1, determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x = -1$.

Para $a = 0$ y $b = 1$, $f(x) = -2x^3 + x - 1$; $f'(x) = -6x^2 + 1$

La recta tangente en x = -1 es $y - f(-1) = f'(-1)\cdot(x - (-1))$
$f(x) = -2x^3 + x - 1 \rightarrow f(-1) = -2(-1)^3 + (-1) - 1 = 2 - 2 = 0$.
$f'(x) = -6x^2 + 1 \rightarrow f'(-1) = -6(-1)^2 + 1 = -6 + 1 = -5$.
La recta tangente en x = -1 es **$y - (0) = -5\cdot(x + 1)$**, de donde **$y = -5x - 5$.**

EJERCICIO 3 (A)

Sean *A* y *B* dos sucesos aleatorios independientes de los que se conoce que: *p*(*A*) = 0'5 y *p*(*B*) = 0'3.
a) (0'5 puntos) Diga, razonadamente, si *A* y *B* son sucesos incompatibles.
b) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que suceda *A* y no suceda *B*?
c) (1 punto) Calcule $p(A/B^C)$.

Solución

Sean *A* y *B* dos sucesos aleatorios independientes de los que se conoce que: *p*(*A*) = 0'5 y *p*(*B*) = 0'3.
a)
Diga, razonadamente, si *A* y *B* son sucesos incompatibles.

Como son sucesos independientes $\rightarrow$ $p(A\cap B) = p(A)\cdot p(B)$ = 0'5·0'3 = 0'15.
Sabemos que si *A* y *B* son sucesos incompatibles, $p(A\cap B) = 0$; como $p(A\cap B)$ = 0'15, los sucesos no son incompatibles.
b)
¿Cuál es la probabilidad de que suceda *A* y no suceda *B*?

Piden **p(A y noB)** = $p(A\cap B^C) = p(A) - p(A\cap B)$ = 0'5 – 0'15 **= 0'35**.
c)
Calcule $p(A/B^C)$.

$p(A/B^C)$ $= \dfrac{p(A\cap B^C)}{p(B^C)} = \dfrac{p(A) - p(A\cap B)}{1 - p(B)}$;= 0'35/(1 – 0'3) **= 0'5**;

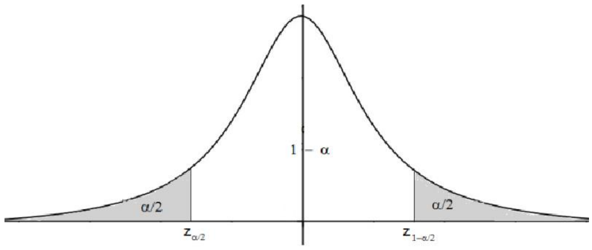
EJERCICIO 4 (A)

Una panadería produce barras de pan cuya longitud, medida en centímetros, sigue una distribución Normal con una desviación típica de 5 centímetros.
a) (1 punto) A partir de una muestra de 100 barras de pan se ha calculado el intervalo de confianza para la media poblacional, resultando ser (31'2, 33'4). Halle la media muestral y el error de estimación.
b) (1'5 puntos) Para un nivel de confianza del 96%, halle el tamaño muestral mínimo necesario para que el error de estimación máximo sea 1'5.

Solución

Sabemos que para la media poblacional **μ**, el *estimador* MEDIA MUESTRAL $\overline{X}$, sigue una $N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$, y

generalmente escribimos $\overline{X} \approx N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ o $\overline{X} \rightarrow N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$



También sabemos que el intervalo de confianza para estimar la media es:

$$I.C.(\mu) = \left(\overline{x} - z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

donde $z_{1-\alpha/2}$ y $z_{\alpha/2} = -z_{1-\alpha/2}$ *es el punto crítico* de la variable aleatoria Normal tipificada $Z \approx N(0,1)$ que verifica $p(Z \le z_{1-\alpha/2}) = 1 - \alpha/2$

También sabemos que el <u>*error máximo*</u> *de la estimación es E =* $z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$*, para el intervalo de la media, de* *donde el tamaño mínimo de la muestra es n =* $\left(\frac{z_{1-\alpha/2}\cdot\sigma}{E}\right)^2$.

Una panadería produce barras de pan cuya longitud, medida en centímetros, sigue una distribución Normal con una desviación típica de 5 centímetros.
a)
A partir de una muestra de 100 barras de pan se ha calculado el intervalo de confianza para la media poblacional, resultando ser (31'2, 33'4). Halle la media muestral y el error de estimación.

Datos del problema: σ = 5; n = 100; (a,b) = $\left(\overline{x} - z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$ = (31'2, 33'4).

Vemos que a + b = 31'2 + 33'4 = 2· $\overline{x}$, luego $\overline{x}$ = 64'6/2 **= 32'3.**

También observamos que **Error = E** = $z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ = b - $\overline{x}$ = 33'4 – 32'3 **= 1'1.**

b)
Para un nivel de confianza del 96%, halle el tamaño muestral mínimo necesario para que el error de estimación máximo sea 1'5.

Datos del problema: Error = E = 1'5, σ = 5, nivel de confianza = 96% = 0'96 = 1 - α, de donde α = 0'04, con la cual α/2 = 0'04/2 = 0'02.

De p(Z ≤ $z_{1-\alpha/2}$) = 1 - α/2 = 1 - 0'02 = 0'98, mirando en las tablas de la N(0,1) la probabilidad 0'98 no viene, y la más próxima es 0'9798, que corresponden a $z_{1-\alpha/2}$ = 2'05.

De E = $z_{1-\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, tenemos n ≥ $\left(\frac{z_{1-\alpha/2}\cdot\sigma}{E}\right)^2$ = $\left(\frac{2'05\cdot 5}{1'5}\right)^2$ = 46'69, es decir **el tamaño mínimo de la muestra de libros es de n = 47 barras de pan.**

OPCION B

EJERCICIO 1 (B)

Un nutricionista receta a una de sus pacientes una dieta semanal especial basada en lácteos y pescado. Cada kg de lácteos cuesta 6€ y proporciona 3 unidades de proteínas y 1 de calorías; cada kg de pescado cuesta 12€, aportando 1 unidad de proteínas y 2 de calorías.
La dieta le exige no tomar más de 4 kg, conjuntamente, de lácteos y pescado, y un aporte mínimo de 4 unidades de proteínas y 3 de calorías.
a) (1 punto) Plantee el problema para obtener la combinación de ambos alimentos que tenga el coste mínimo.
b) (1'5 puntos) Dibuje la región factible y determine la solución óptima del problema

Solución

Un nutricionista receta a una de sus pacientes una dieta semanal especial basada en lácteos y pescado. Cada kg de lácteos cuesta 6€ y proporciona 3 unidades de proteínas y 1 de calorías; cada kg de pescado cuesta 12€, aportando 1 unidad de proteínas y 2 de calorías.
La dieta le exige no tomar más de 4 kg, conjuntamente, de lácteos y pescado, y un aporte mínimo de 4 unidades de proteínas y 3 de calorías.
a) y b)
Plantee el problema para obtener la combinación de ambos alimentos que tenga el coste mínimo. Dibuje la región factible y determine la solución óptima del problema.

Sea x = nº de quilos de lácteos.
Sea y = nº de quilos de pescado.
Para determinar las inecuaciones y la función Beneficio F(x,y), ponemos un cuadro de doble entrada que nos lo simplificará.

	Proteína	Calorías	Precio
Lácteos "x"	3	1	6
Pescado "y"	1	2	12

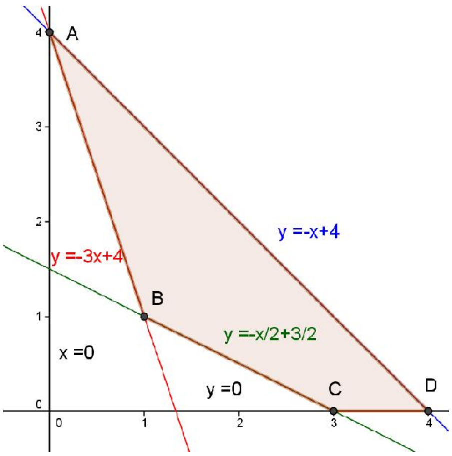
Teniendo en cuenta lo anterior tenemos las siguientes inecuaciones, y la función beneficio:

De "La dieta le exige no tomar más de 4 kg, de lácteos y pescado" → x + y ≤ 4.

De “aporte mínimo de 4 unidades de proteínas” $\rightarrow$ $3x + y \ge 4$.
De “aporte mínimo de 3 unidades de calorías” $\rightarrow$ $x + 2y \ge 3$.
De “se toma algún lácteo y pescado” $\rightarrow$ $x \ge 0$, $y \ge 0$.
De “Cada kg de lácteos cuesta 6€ y cada kg de pescado cuesta 12€”, tenemos la función a optimizar es $F(x,y) = 6x + 12y$.

Resumiendo:
Función a optimizar es $F(x,y) = 6x + 12y$.
Restricciones: $x + y \le 4$; $3x + y \ge 4$; $x + 2y \ge 3$; $x \ge 0$; $y \ge 0$

Las desigualdades $x + y \le 4$; $3x + y \ge 4$; $x + 2y \ge 3$; $x \ge 0$; $y \ge 0$, las transformamos en igualdades, y sus gráficas ya son rectas, $x + y = 4$; $3x + y = 4$; $x + 2y = 3$; $x = 0$; $y = 0$
Para que nos sea más fácil dibujar las rectas (con dos valores es suficiente), despejamos las “y” y tenemos
$$y = -x + 4;\quad y = -3x + 4;\quad y = -x/2 + 3/2;\quad x = 0;\quad y = 0$$
Representamos gráficamente las rectas que verifican estas igualdades, que es el polígono conexo limitado por los vértices de los cortes de dichas rectas, cuyos lados son los bordes del recinto delimitado por las inecuaciones dadas.



Calculamos los vértices del recinto resolviendo las ecuaciones las rectas de dos en dos.
De $x = 0$ e $y = -3x+4$, tenemos $y = 4$, y el vértice es A(0,4).
De $y = -3x+4$ e $y = -x/2+3/2$, tenemos $-3x+4 = -x/2+3/2 \rightarrow -6x+8 = -x+3 \rightarrow 5 = 5x$, de donde $x = 1$ e $y = -3(1)+4 = 1$, y el vértice es B(1,1).
De $y = -x/2+3/2$ e $y = 0$, tenemos $-x/2+3/2 = 0 \rightarrow -x+3 = 0 \rightarrow x = 3$, y el vértice es C(3,0).
De $y = -x+4$ e $y = 0$, tenemos $-x+4 = 0 \rightarrow x = 4$, y el vértice es D(4,0).

Vemos que la región factible es el polígono conexo limitado por los vértices del recinto, que son: A(0,4), B(1,1), C(3,0) y D(4,0).

Veamos la solución óptima de la función $f(x,y) = 6x + 12y$ en el recinto anterior, así como los puntos en los que se alcanza.

El Teorema Fundamental de la Programación Lineal afirma que su máximo y mínimo absoluto están en la región convexa acotada, y que estos extremos deben estar situados en algún vértice del recinto, por lo que evaluamos f en los puntos anteriores A(0,4), B(1,1), C(3,0) y D(4,0). En el caso de que coincidan en dos vértices consecutivos la solución es todo el segmento que los une.

$f(0,4) = 6(0) + 12(4) = 48$; $\mathbf{f(1,1)} = 6(1) + 12(1) \mathbf{= 18}$;
$\mathbf{f(3,0)} = 6(3) + 12(0) \mathbf{= 18}$; $f(4,0) = 6(4) + 12(0) = 24$.

Teniendo en cuenta lo anterior vemos que **el mínimo absoluto de la función f en la región es 18** (el menor valor en los vértices) y **se alcanza en los vértices B(1,1) y C(3,0), por tanto el mínimo se alcanza en todo el segmento que une el vértice B con el vértice C.**

EJERCICIO 2 (B)

(2’5 puntos) Sea la función *f* , definida por $f(x) = \begin{cases} x^2 - ax + 5 & \text{si } x < 0 \\ -x^2 + b & \text{si } x \ge 0 \end{cases}$.
Determine los valores que han de tomar *a* y *b* para que la función *f* sea derivable en *x* = 0.

Solución

Sea la función *f* , definida por $f(x) = \begin{cases} x^2 - ax + 5 & \text{si } x < 0 \\ -x^2 + b & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$. Determine los valores que han de tomar *a* y *b* para que la función *f* sea derivable en *x* = 0.

Como me dicen que la función es derivable en x = 0, también es continua en x = 0.

Veamos la continuidad y la derivabilidad de f en x = 0.

f(x) es continua en x = 0 si $f(0) = \lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^+} f(x)$.

$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} (x^2 - ax + 5) = (0)^2 - a(0) + 5 = 5$;

$f(0) = \lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} (-x^2 + b) = -(0)^2 + b = b$, como son iguales tenemos **b = 5.**

$f(x) = \begin{cases} x^2 - ax + 5 & \text{si } x < 0 \\ -x^2 + b & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$; tenemos $f'(x) = \begin{cases} 2x - a & \text{si } x < 0 \\ -2x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

f(x) es derivable en x = 0 si $\lim_{x\to 0^-} f'(x) = \lim_{x\to 0^+} f'(x)$, estamos viendo la continuidad de la derivada.

$\lim_{x\to 0^-} f'(x) = \lim_{x\to 0^-} (2x - a) = 2(0) - a = a$; $\lim_{x\to 0^+} f'(x) = \lim_{x\to 0^+} (-2x) = (0) = 0$, como son iguales tenemos **a = 0.**

EJERCICIO 3 (B)

Un estudio estadístico de la producción de una fábrica de batidoras determina que el 4'5% de las batidoras presenta defectos eléctricos, el 3'5% presenta defectos mecánicos y el 1% presenta ambos defectos. Se escoge al azar una batidora.

a) (1 punto) Calcule la probabilidad de que no tenga ninguno de los dos defectos.

b) (1 punto) Calcule la probabilidad de que tenga un defecto mecánico sabiendo que tiene un defecto eléctrico.

c) (0'5 puntos) Justifique si los sucesos "tener un defecto eléctrico" y "tener un defecto mecánico" son independientes. ¿Son incompatibles?

Solución

Un estudio estadístico de la producción de una fábrica de batidoras determina que el 4'5% de las batidoras presenta defectos eléctricos, el 3'5% presenta defectos mecánicos y el 1% presenta ambos defectos. Se escoge al azar una batidora.

a)

Calcule la probabilidad de que no tenga ninguno de los dos defectos.

Llamamos A y B a los sucesos "batidora con defectos eléctricos" y "batidora con defectos mecánicos".

Del problema tenemos: p(A) = 4'5% = 0'045, p(B) = 3'5% = 0'035 y $p(A\cap B)$ = 1% = 0'01.

Sabemos que $p(A\cup B) = p(A) + p(B) - p(A\cap B)$; $p(A/B) = \frac{p(A\cap B)}{p(B)}$; $p(B) = 1 - p(B^C)$;

$p(A^C\cap B^C)$ = {Ley de Morgan} = $p(A\cup B)^C$ = {suceso contrario} = $1 - p(A\cup B)$; $p(A\cap B^C) = p(A) - p(A\cap B)$.

Me piden **p(no tenga ningún defecto) = p(noA y noB) = $p(A^C\cap B^C)$ =** {Ley de Morgan} =

= $p(A\cup B)^C$ = {suceso contrario} = $1 - p(A\cup B)$ = 1 - 0'07 **= 0'93.**

$p(A\cup B) = p(A) + p(B) - p(A\cap B)$ = 0'045 + 0'035 – 0'01 = 0'07

b)

Calcule la probabilidad de que tenga un defecto mecánico sabiendo que tiene un defecto eléctrico.

Me piden **p(tenga un defecto mecánico. sabiendo que tiene un defecto eléctrico) = p(B/A)**

Luego **p(B/A)** = $\frac{p(B\cap A)}{p(A)}$ = **(**0'01)/(0'045) **= 2/9 ≅ 0'2222**.

c)

Justifique si los sucesos "tener un defecto eléctrico" y "tener un defecto mecánico" son independientes. ¿Son incompatibles?

A y B son independientes si $p(A\cap B) = p(A)\cdot p(B)$. Como **$p(A\cap B)$ =0'01 ≠ p(A)·p(B)** =0'045·0'035 = 0'001575, **los sucesos A y B no son independientes.**

A y B son incompatibles si $p(A\cap B) = 0$. Como **$p(A\cap B)$ = 0'01 ≠ 0**, **los sucesos A y B no son incompatibles.**

EJERCICIO 4 (B)

Queremos estudiar la proporción de personas de una población que usan una determinada marca de ropa; para ello se hace una encuesta a 950 personas y se obtiene que 215 de ellas usan esa marca. Utilizando un contraste de hipótesis ($H_0 : p \geq 0'25$):

a) (1'5 puntos) ¿Podemos afirmar con estos datos y con un nivel de significación del 5% que al menos el 25% de toda la población usa esa marca de ropa?

b) (1 punto) ¿Y con un nivel de significación del 1%?

Solución

Sabemos que *la distribución muestral de proporciones sigue también una distribución normal:* $N\left(\hat{p}, \sqrt{\frac{p_0.(1-p_0)}{n}}\right)$.

Trabajaremos con lo normal N(0,1)

También se puede hacer con la distribución normal muestral y es parecido a los intervalos de confianza.

Queremos estudiar la proporción de personas de una población que usan una determinada marca de ropa; para ello se hace una encuesta a 950 personas y se obtiene que 215 de ellas usan esa marca. Utilizando un contraste de hipótesis ($H_0 : p \geq 0'25$):

a) y b)

¿Podemos afirmar con estos datos y con un nivel de significación del 5% que al menos el 25% de toda la población usa esa marca de ropa? ¿Y con un nivel de significación del 1%?

Nos dice el problema si puede afirmarse que ha al menos el 25% de toda la población usa esa marca de ropa, es decir que el porcentaje de votos no es menor del 25%, por tanto la hipótesis nula es $H_0 : p_0 \geq 0'42$ a niveles de significación de $\alpha = 0,05$ y $\alpha = 0,01$. *Es un contraste unilateral y trabajamos con la normal N(0,1).*

También se puede hacer con la normal muestral y es parecido a los intervalos de confianza.

Datos del problema: $p_0 = 0'25$; $n = 950$; $\hat{p} = 215/950 = 43/190 \cong 0'22632$; región crítica = $\alpha = 0,05 = 5\%$ y $\alpha = 0,01 = 0'1\%$.

El problema la dividimos en cinco etapas

Etapa 1: Formulamos la hipótesis nula y la alternativa.

Las hipótesis nula y alternativa son: $H_0 : p_0 \geq 0'42$ (al menos el 42% votan) y $H_1 : p_0 < 0'42$, la cual *nos indica la dirección del contraste, es decir la región crítica esta a la izquierda del punto crítico* $z_\alpha = -z_{1-\alpha}$.

Etapa 2: Calculamos el punto o puntos críticos que nos darán las regiones críticas y de aceptación.

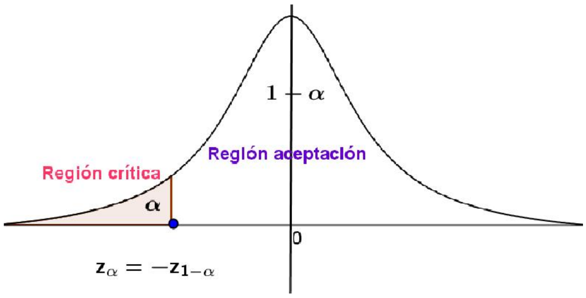
Para el nivel de significación es $\alpha = 0'05$, luego tenemos $1 - \alpha = 0,95$.

De $p(Z \leq z_{1-\alpha}) = 1 - \alpha = 1 - 0'05 = 0'95$, mirando en las tablas de la N(0,1), vemos que no viene dicha probabilidad,y si vienen 0'9495 y 0'9509 que corresponden a 1'64 y 1'65, por tanto tenemos como **valor crítico** es $\mathbf{z_\alpha = -z_{1-\alpha}} = -(1'64 + 1'65) / = \underline{-1'645}$, que separa las zonas de aceptación y rechazo.

Para el nivel de significación es $\alpha = 0'01$, luego tenemos $1 - \alpha = 0,99$.

De $p(Z \leq z_{1-\alpha}) = 1 - \alpha = 1 - 0'01 = 0'99$, mirando en las tablas de la N(0,1), vemos que no aparece en las tablas. El valor más próximo es 0'9901, que corresponde al **valor crítico** es $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = \underline{-2'33}$ que separa las zonas de aceptación y rechazo.

Lo observamos en un dibujo:



<u>Etapas 3 y 4</u>: Ponemos el estadístico del contraste y calculamos el valor observado.

En este caso el **estadístico de prueba** es $Z = \dfrac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0.(1-p_0)}{n}}}$, que sigue una normal tipificada, N(0,1), y el **valor observado del estadístico de prueba** será el número $z_0 = \dfrac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{p_0.(1-p_0)/n}} =$

$= \dfrac{43/190 - 0'25}{\sqrt{\dfrac{0'25 \cdot 0'75}{950}}} \cong -1'68585.$

Recordamos que los puntos críticos eran - 1'645 y - 2'33

<u>Etapa 5</u>: Comparamos el valor observado con el punto crítico para tomar la decisión adecuada.
Como el **valor observado del estadístico de prueba** z_0 = -1'68585 está **en la región de rechazo** para el punto crítico -1'645 que corresponde **al nivel de significación del 5%.** Sin embargo está en la región de aceptación para que el **valor crítico** $z_\alpha = - z_{1-\alpha} = - 2'33$.

Resumiendo:
1.- Rechazamos la hipótesis nula H_0: H_0: $p_0 \geq 0'25$, y aceptamos la hipótesis alternativa H_1 : $p_0 < 0'25$, <u>para el nivel de significación $\alpha = 0'05$</u>.

Con lo cual, con una probabilidad de equivocarnos del 5%, afirmamos que <u>menos</u> del 25% de toda la población usa esa marca de ropa?

2.- Aceptamos la hipótesis nula H_0: H_0: $p_0 \geq 0'25$, <u>para el nivel de significación $\alpha = 0'01$</u>.

Con lo cual, con una probabilidad de equivocarnos del 1%, afirmamos que <u>al menos</u> un 25% de toda la población usa esa marca de ropa?