PROBLEMAS RESUELTOS

SELECTIVIDAD ANDALUCÍA

2004

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 1: MATRICES Y DETERMINANTES

- Junio, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 1, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 2, Ejercicio 1, Opción A
- Septiembre, Ejercicio 1, Opción B

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$

a) Calcule la matriz P **que verifica** $B \cdot P - A = C^t$ **.**

b) Determine la dimensión de la matriz M para que pueda efectuarse el producto $A{\cdot}M{\cdot}C$

c) Determine la dimensión de la matriz N **para que** $C^t \cdot N$ **sea una matriz cuadrada.**

SOCIALES II. 2004. JUNIO. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a)

$$B \cdot P - A = C^t \Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 2a+d & 2b+e & 2c+f \\ 2a+2d & 2b+2e & 2c+2f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -2 \\ -2 & 4 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2a+d=3 \\ 2a+2d=-2 \\ 2b+e=-1 \\ 2b+2e=4 \\ 2c+f=-2 \\ 2c+2f=-1 \end{cases} \Rightarrow P = \begin{pmatrix} 4 & -3 & -\frac{3}{2} \\ -5 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

b) La dimensión de M debe ser (3,3).

c) La dimensión de N debe ser (3,2).

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 1 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & -1 & 2\\ 1 & -1 & 0\end{pmatrix}$ **y** $C=\begin{pmatrix}-1 & 2 & -1\\ 0 & 1 & -1\end{pmatrix}$.

a) Calcule $(A-I_2)\cdot B$, **siendo** I_2 **la matriz identidad de orden 2.**

b) Obtenga la matriz B^t **(matriz traspuesta de** B**) y calcule, si es posible,** $B^t\cdot A$.

c) Calcule la matriz X **que verifica** $A\cdot X+B=C$.

SOCIALES II. 2004 RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a)

$$(A-I_2)\cdot B=\left[\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 1 & 2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right]\cdot\begin{pmatrix}0 & -1 & 2\\ 1 & -1 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0 & -1 & 2\\ 1 & -1 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 2 & -4\\ 1 & -2 & 2\end{pmatrix}$$

b)

$$B^t\cdot A=\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & -1\\ 2 & 0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 1 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & -2\\ -2 & 0\end{pmatrix}$$

c)

$$A^{-1}=\frac{(A^d)^t}{|A|}=\frac{\begin{pmatrix}2 & -1\\ 0 & -1\end{pmatrix}^t}{-2}=\frac{\begin{pmatrix}2 & 0\\ -1 & -1\end{pmatrix}}{-2}=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{pmatrix}$$

$$A\cdot X+B=C\Rightarrow X=A^{-1}\cdot(C-B)=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1 & 3 & -3\\ -1 & 2 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & -3 & 3\\ -1 & \frac{5}{2} & -2\end{pmatrix}$$

Dada la matriz $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}$, halle A^{2004}.

SOCIALES II. 2004 RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

$$A^2 = A\cdot A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$A^3 = A^2\cdot A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}$$

$$A^4 = A^2\cdot A^2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$A^{2004}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

De una matriz A se sabe que su segunda fila es $\begin{pmatrix} -1 & 2 \end{pmatrix}$ y que su segunda columna es $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$. Halle los restantes elementos de A sabiendo que $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

SOCIALES II. 2004. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & 1 \\ -1 & 2 \\ b & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} a-1+b & 0 \\ 2a+b & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a-1+b=0 \\ 2a+b=0 \end{cases} \Rightarrow a=-1 \; ; \; b=2$$