PROBLEMAS RESUELTOS

SELECTIVIDAD ANDALUCÍA

2005

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 1: MATRICES Y DETERMINANTES

- Junio, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 3, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 4, Ejercicio 1, Opción B
- Septiembre, Ejercicio 1, Opción A

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}-2 & -1 & 1\\ -1 & 0 & 1\end{pmatrix}$ ***y*** $B=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 2 & 0\\ -2 & 1\end{pmatrix}$

a) Calcule la matriz $C=B\cdot A-A^t\cdot B^t$ **.**

b) Halle la matriz ***X*** **que verifique:** $A\cdot B\cdot X=\begin{pmatrix}4\\ 2\end{pmatrix}$

SOCIALES II. 2005. JUNIO. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a)

$$C=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 2 & 0\\ -2 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-2 & -1 & 1\\ -1 & 0 & 1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-2 & -1\\ -1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & 2 & -2\\ -1 & 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & -1 & 0\\ -4 & -2 & 2\\ 3 & 2 & -1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1 & -4 & 3\\ -1 & -2 & 2\\ 0 & 2 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 3 & -3\\ -3 & 0 & 0\\ 3 & 0 & 0\end{pmatrix}$$

b) $\begin{pmatrix}-2 & -1 & 1\\ -1 & 0 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ 2 & 0\\ -2 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}a\\ b\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\ 2\end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix}-6 & 3\\ -3 & 2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}a\\ b\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\ 2\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{cases}-6a+3b=4\\ -3a+2b=2\end{cases}\Rightarrow a=-\frac{2}{3};b=0$$

Luego la matriz es $X=\begin{pmatrix}-\frac{2}{3}\\ 0\end{pmatrix}$

Sean las matrices: $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ *y* $B=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

De las siguientes operaciones, algunas no se pueden realizar; razone por qué. Efectúe las que se puedan realizar.

$$A+B\,;A^t+B\,;A\cdot B\,;A\cdot B^t$$

SOCIALES II. 2005 RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) $A+B$. No se puede realizar, ya que las matrices no son del mismo orden.

b) $A^t+B=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

c) $A\cdot B=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$

d) $A\cdot B^t$. No se pueden multiplicar, ya que el nº de filas de la primera matriz no es igual al nº de columnas de la segunda matriz.

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix}$ **y** $B=\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

a) Calcule, si existe, la matriz inversa de *B*.

b) Si $A\cdot B=B\cdot A$ **y** $A+A^t=3\cdot I_2$**, calcule *x* e *y*.**

SOCIALES II. 2005 RESERVA 4. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) Vamos a calcular el determinante de *B*.

$$|B|=\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}=-2\neq 0$$. Luego tiene inversa.

b)

$$A\cdot B=B\cdot A\Rightarrow\begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix} -x+y & 2x \\ y+x & -2y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -x-2y & -y+2x \\ x & y \end{pmatrix}\Rightarrow y=0$$

$$A+A^t=3I_2\Rightarrow\begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} x & -y \\ y & x \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}\Rightarrow\begin{pmatrix} 2x & 0 \\ 0 & 2x \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}\Rightarrow x=\frac{3}{2}$$

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & x \end{pmatrix}$

a) Determine el valor de x en la matriz B para que se verifique la igualdad: $A \cdot B = B \cdot A$

b) Obtenga la matriz C tal que: $A^t \cdot C = I_2$

SOCIALES II. 2005. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a)

$$A \cdot B = B \cdot A \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & x \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & -1+3x \\ 0 & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 0 & x \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -1+3x = 5 \Rightarrow x = 2$$

b)

$$A^t \cdot C = I_2 \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} a & b \\ 3a+c & 3b+d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ 3a + c = 0 \\ 3b + d = 1 \end{cases} \Rightarrow C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$