

PROBLEMAS RESUELTOS
SELECTIVIDAD ANDALUCÍA
2007

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 1: MATRICES Y DETERMINANTES

- Junio, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 1, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 2, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 3, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 4, Ejercicio 1, Opción A
- Septiembre, Ejercicio 1, Opción B

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$; $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ -2 \end{pmatrix}$; $Y = \begin{pmatrix} -x \\ 2 \\ z \end{pmatrix}$.

a) Determine la matriz inversa de A .

b) Halle los valores de x, y, z para los que se cumple $A \cdot X = Y$.

SOCIALES II. 2007. JUNIO. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) Vamos a calcular la inversa de A .

$$A^{-1} = \frac{(A^d)^t}{|A|} = \frac{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}^t}{1} = \frac{\begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}}{1} = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

b)

$$A \cdot X = Y \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ 2 \\ z \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x-2y-2 \\ y \\ -x+3y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ 2 \\ z \end{pmatrix} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2x-2y=2 \\ y=2 \\ -x+3y-z=0 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=2 \\ z=3 \end{cases}$$

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & x \\ x & 0 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

a) Encuentre el valor o valores de x de forma que $B^2 = A$.

b) Igualmente para que $B + C = A^{-1}$.

c) Determine x para que $A + B + C = 3 \cdot I_2$.

SOCIALES II. 2007. RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCIÓN A.

R E S O L U C I Ó N

a)

$$\begin{pmatrix} 1 & x \\ x & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & x \\ x & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1+x^2 & x \\ x & x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 1+x^2=2 \\ x=1 \\ x^2=1 \end{cases} \Rightarrow x=1$$

b)

$$A^d = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}; (A^d)^t = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}; |A|=1; A^{-1} = \frac{(A^d)^t}{|A|} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & x \\ x & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & x-1 \\ x-1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow x=0$$

c)

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & x \\ x & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 3 & x \\ x & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow x=0$$

Sea la matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & b \end{pmatrix}$. Calcule el valor de b para que $B^2 = I_2$.

SOCIALES II. 2007. RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCIÓN A.

R E S O L U C I Ó N

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & b \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1+b & b^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 1+b=0 \\ b^2=1 \end{cases} \Rightarrow b=-1$$

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$, resuelva la ecuación matricial $A \cdot X + B^t = B$, donde X es una matriz cuadrada de orden 2.
SOCIALES II. 2007. RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCIÓN A.

R E S O L U C I Ó N

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 3a+2c & 3b+2d \\ 2a+4c & 2b+4d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 8 \\ -8 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \begin{cases} 3a+2c=0 \\ 2a+4c=-8 \\ 3b+2d=8 \\ 2b+4d=0 \end{cases} \Rightarrow X = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$$

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$.

a) Calcule $B \cdot B^t - A \cdot A^t$.

b) Halle la matriz X que verifica $(A \cdot A^t) \cdot X = B$.

SOCIALES II. 2007. RESERVA 4. EJERCICIO 1. OPCIÓN A.

R E S O L U C I Ó N

a)

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot (-2 \ 5) - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -10 \\ -10 & 25 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -8 \\ -8 & 20 \end{pmatrix}$$

b)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 5a - 2b = -2 \\ -2a + 5b = 5 \end{cases} \Rightarrow X = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Halle la matriz A que verifica: $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \cdot A = \begin{pmatrix} 9 \\ 28 \end{pmatrix}$.

SOCIALES II. 2007. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \cdot A = \begin{pmatrix} 9 \\ 28 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 28 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 9 \\ -x + 5y = 28 \end{cases} \Rightarrow A = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$$