PROBLEMAS RESUELTOS
SELECTIVIDAD ANDALUCÍA
2010

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 6: TEORÍA DE MUESTRAS

- Junio, Ejercicio 4, Opción A
- Reserva 1, Ejercicio 4,Opción A
- Reserva 2, Ejercicio 4, Opción A
- Reserva 3, Ejercicio 4, Opción A
- Reserva 3, Ejercicio 4, Opción B
- Reserva 4, Ejercicio 4, Opción A
- Septiembre, Ejercicio 4, Opción B

Una empresa consultora quiere estudiar algunos aspectos de la vida laboral de los trabajadores de una ciudad. Para ello selecciona una muestra aleatoria de 500 trabajadores, de los que 118 afirman residir en otra ciudad. Con un nivel de confianza del 93%,
a) Calcule un intervalo de confianza para la proporción de trabajadores que residen fuera.
b) Calcule el error cometido en el intervalo anterior.
SOCIALES II. 2010 JUNIO. EJERCICIO 4 OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) El intervalo de confianza para la proporción viene dado por:

$$I.C.\left(p - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}} \, , \, p + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}} \right)$$

Con los datos del problema calculamos:

$$p = \frac{118}{500} = 0'236$$

$$\frac{1+0'93}{2} = 0'965 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'81$$

Luego, sustituyendo, tenemos:

$$I.C.\left(0'236 - 1'81 \cdot \sqrt{\frac{0'236\cdot 0'764}{500}} \, , 0'236 + 1'81 \cdot \sqrt{\frac{0'236\cdot 0'764}{500}} \right) = (0'202; 0'27)$$

b)

$$E = 1'81 \cdot \sqrt{\frac{0'236\cdot 0'764}{500}} = 0'034$$

a) En una población de 2000 hombres y 2500 mujeres se quiere seleccionar una muestra de 135 personas mediante muestreo aleatorio estratificado con afijación proporcional, ¿cuál sería la composición de la muestra?.
b) Dada la población { 6, 8, 11, *a* }, ¿cuánto debe valer *a* sabiendo que la media de las medias muestrales de tamaño 3, obtenidas mediante muestreo aleatorio simple, es 10.3?
SOCIALES II. 2010. RESERVA 1. EJERCICIO 4. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a)

$$\left.\begin{array}{l} 4500 \text{ personas} \rightarrow 2000 \text{ hombres} \\ 135 \rightarrow x \end{array}\right\} x = 60 \text{ hombres}$$

$$\left.\begin{array}{l} 4500 \text{ personas} \rightarrow 2500 \text{ mujeres} \\ 135 \rightarrow x \end{array}\right\} x = 75 \text{ mujeres}$$

La muestra debe estar formada por 60 hombres y 75 mujeres.

b) La media de las medias muestrales es la misma que la media de la población, luego:

$$10'3 = \frac{6+8+11+a}{4} \Rightarrow a = 16'2$$

De una muestra aleatoria de 350 individuos de una población, 50 son adultos.
a) Calcule un intervalo de confianza, al 98%, para la proporción de adultos de esa población.
b) ¿Puede admitirse, a ese nivel de confianza, que la proporción de adultos de esa población es $\frac{2}{15}$?.
SOCIALES II. 2010. RESERVA 2. EJERCICIO 4. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) El intervalo de confianza para la proporción viene dado por:

$$I.C.\left(p - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}\,,\, p + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}\right)$$

Con los datos del problema calculamos:

$$p = \frac{50}{350} = \frac{1}{7}$$

$$\frac{1+0'98}{2} = 0'99 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'33$$

Luego, sustituyendo, tenemos:

$$I.C.\left(\frac{1}{7} - 2'33 \cdot \sqrt{\frac{\frac{1}{7}\cdot\frac{6}{7}}{350}}\,,\,\frac{1}{7} + 2'33 \cdot \sqrt{\frac{\frac{1}{7}\cdot\frac{6}{7}}{350}}\right) = (0'0993; 0'1863)$$

b) Si, ya que $\frac{2}{15} = 0'133 \in (0'0993; 0'1863)$

Se desea estimar la proporción de votantes a un determinado partido político mediante una muestra aleatoria.
a) Si de una muestra de 500 personas 200 dicen que lo votan, calcule con un nivel de confianza del 97% un intervalo para la proporción de votantes a ese partido en la población.
b) Si la proporción de votantes en otra muestra ha sido 0.2 y el error cometido en la estimación ha sido inferior a 0.05, con un nivel de confianza del 99%, calcule el tamaño mínimo de dicha muestra.
SOCIALES II. 2010. RESERVA 3. EJERCICIO 4. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) El intervalo de confianza para la proporción viene dado por:

$$I.C.\left(p - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}\, , p + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}\right)$$

Con los datos del problema calculamos:

$$p = \frac{200}{500} = 0'4$$

$$\frac{1+0'97}{2} = 0'985 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'17$$

Luego, sustituyendo, tenemos:

$$I.C.\left(0'4 - 2'17 \cdot \sqrt{\frac{0'4\cdot 0'6}{500}}, 0'4 + 2'17 \cdot \sqrt{\frac{0'4\cdot 0'6}{500}}\right) = (0'3525; 0'4475)$$

b) $\frac{1+0'99}{2} = 0'995 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'575$

$$E = 0'05 = 2'575 \cdot \sqrt{\frac{0'2\cdot 0'8}{n}} \Rightarrow n = \frac{2'575^2 \cdot 0'2 \cdot 0'8}{0'05^2} = 424'36 \simeq 425$$

Se sabe que el tiempo de reacción a un determinado estímulo se distribuye según una ley Normal de media desconocida y desviación típica 0.2 segundos.
a) Observada una muestra aleatoria de tamaño 25 se ha obtenido una media muestral de 0.3 segundos. Obtenga un intervalo de confianza para la media de la población con un nivel de confianza del 94%.
b) A un nivel de confianza del 90%, ¿cuál será el tamaño muestral mínimo si el error cometido es inferior a 0.05?.
SOCIALES II. 2010. RESERVA 3. EJERCICIO 4. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) La distribución de las medias muestrales es: $N\left(\mu,\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=N\left(0'3,\frac{0'2}{\sqrt{25}}\right)=N(0'3,0'04)$

Como el nivel de confianza es del 94%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'94}{2}=0'97\Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=1'88$$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C.=(0'3\pm 1'88\cdot 0'04)=(0'2248\ ;\ 0'3752)$$

b) $\frac{1+0'90}{2}=0'95\Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=1'645$

$$E=0'05=1'645\cdot\frac{0'2}{\sqrt{n}}\Rightarrow n=\left(\frac{1'645\cdot 0'2}{0'05}\right)^2=43'29\simeq 44$$

En los individuos de una población, la concentración de una proteína en sangre se distribuye según una ley Normal de media desconocida y desviación típica 0.42 g/dl. Se toma una muestra aleatoria de 49 individuos y se obtiene una media muestral de 6.85 g/dl.
a) Obtenga un intervalo de confianza, al 96%, para estimar la concentración media de la proteína en sangre de los individuos de esa población.
b) ¿Es suficiente el tamaño de esa muestra para obtener un intervalo de confianza, al 98%, con un error menor que 0.125 g/dl?.
SOCIALES II. 2010. RESERVA 4. EJERCICIO 4. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) La distribución de las medias muestrales es: $N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(6'85, \frac{0'42}{\sqrt{49}}\right) = N(6'85, 0'06)$

Como el nivel de confianza es del 96%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'96}{2} = 0'98 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'055$$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C. = (6'85 \pm 2'055 \cdot 0'06) = (6'7267 \ ; \ 6'9733)$$

b) $\frac{1+0'98}{2} = 0'99 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'33$

$$E = 0'125 = 2'33 \cdot \frac{0'42}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = \left(\frac{2'33 \cdot 0'42}{0'125}\right)^2 = 61'29 \simeq 62$$

Luego, no es suficiente el tamaño de la muestra.

a) La altura de los alumnos de una Universidad sigue una distribución Normal de media desconocida y desviación típica 11 cm. Calcule el tamaño mínimo que ha de tener una muestra aleatoria de esos alumnos para que el error cometido al estimar la altura media sea inferior a 1 cm, con un nivel de confianza del 98%.
b) Dada la población {10, 12, 17}, escriba todas las muestras de tamaño 2 mediante muestreo aleatorio simple y calcule la media y la desviación típica de las medias muestrales.
SOCIALES II. 2010. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 4. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) $\frac{1+0'98}{2}=0'99 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=2'33$

$$E=1=2'33\,\frac{11}{\sqrt{n}} \Rightarrow n=656'89 \simeq 657$$

b) Las muestras posibles son:

(10,10)	(10,12)	(10,17)
(12,10)	(12,12)	(12,17)
(17,10)	(17,12)	(17,17)

Construimos la tabla para las medias muestrales:

x	f	$x \cdot f$	$x^2 \cdot f$
10	1	10	100
11	2	22	242
12	1	12	144
13’5	2	27	364’5
14’5	2	29	420’5
17	1	17	289
	9	117	1560

Media = $\mu=\frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}=\frac{117}{9}=13$

Desviación típica $=\sigma=\sqrt{\frac{\sum x_i^2 f_i}{\sum f_i}-\bar{x}^2}=\sqrt{\frac{1560}{9}-13^2}=2'08$