

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 6: TEORÍA DE MUESTRAS

- Junio, Ejercicio 4, Opción B
- Reserva 1, Ejercicio 4, Opción B
- Reserva 2, Ejercicio 4, Opción B
- Reserva 3, Ejercicio 4, Opción A
- Reserva 4, Ejercicio 4, Opción A
- Reserva 4, Ejercicio 4, Opción B
- Septiembre, Ejercicio 4, Opción B

a) Una población de tamaño 1000 se ha dividido en 4 estratos de tamaño 150, 400, 250 y 200. Utilizando muestreo aleatorio estratificado con afijación proporcional se han seleccionado 10 individuos del tercer estrato, ¿cuál es el tamaño de la muestra?

b) El peso de los individuos de una población se distribuye según una ley Normal de desviación típica 6 kg. Calcule el tamaño mínimo de la muestra para estimar, con un nivel de confianza del 95%, el peso medio en la población con un error no superior a 1 kg.

SOCIALES II. 2011 JUNIO. EJERCICIO 4 OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a)

$$\left. \begin{array}{l} 1000 \rightarrow 250 \\ x \rightarrow 10 \end{array} \right\} x = \frac{10 \cdot 1000}{250} = 40$$

$$b) \frac{1+0'95}{2} = 0'975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'96$$

$$E = 1 = 1'96 \frac{6}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = 138'29 \approx 139$$

El peso neto de las tabletas de chocolate de una determinada marca es una variable aleatoria Normal con media μ y desviación típica 7 gramos. Se sabe que 36 tabletas, elegidas al azar, han dado un peso total de 5274 gramos.

a) Calcule un intervalo con un nivel de confianza del 94% para la media μ .

b) Con el mismo nivel de confianza, ¿cuántas tabletas, como mínimo, habrá que tomar como muestra para que la amplitud del intervalo que se obtenga sea, como máximo, de 3 gramos?

SOCIALES II. 2011. RESERVA 1. EJERCICIO 4. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a)

$$\frac{1+0'94}{2} = 0'97 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'885$$

La media es: $\mu = \frac{5274}{36} = 146'5$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C. = \left(146'5 \pm 1'885 \frac{7}{\sqrt{36}} \right) = (144'30 ; 148'69)$$

b)

$$E = 1'5 = 1'885 \frac{7}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = 77'38 \approx 78$$

Se sabe que la estatura de las personas de una población es una variable aleatoria que sigue una distribución Normal cuya desviación típica es 0.04 m. Para estimar la media de esta variable se ha tomado una muestra aleatoria de 60 personas de esa población y se ha encontrado una estatura media de 1.73 m.

a) Obtenga un intervalo de confianza, con un nivel del 97%, para la media de la distribución de estaturas.

b) Halle el tamaño mínimo que debe tener una muestra de esta población, para que la amplitud de un intervalo de la media con este nivel de confianza sea inferior a 0.08 m.

SOCIALES II. 2011. RESERVA 2. EJERCICIO 4. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a)

$$\frac{1+0'97}{2} = 0'985 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'17$$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C. = \left(1'73 \pm 2'17 \frac{0'04}{\sqrt{60}} \right) = (1'7188 ; 1'7412)$$

b)

$$E = 0'04 = 2'17 \frac{0'04}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = 4'70 \approx 5$$

En un distrito universitario, la calificación de los alumnos sigue una distribución Normal de media 6.2 puntos y desviación típica de 1 punto. Se seleccionó, aleatoriamente, una muestra de tamaño 25.

a) Indique la distribución de la media de las muestras de tamaño 25.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la media de las calificaciones de los alumnos de una de esas muestras esté comprendida entre 6 y 6.6 puntos?.

SOCIALES II. 2011. RESERVA 3. EJERCICIO 4. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) La distribución de las medias muestrales es: $N\left(6.2; \frac{1}{\sqrt{25}}\right) = N(6.2; 0.2)$

b)

$$\begin{aligned} p(6 < x < 6.6) &= p\left(\frac{6-6.2}{0.2} < z < \frac{6.6-6.2}{0.2}\right) = p(-1 < z < 2) = p(z < 2) - [1 - p(z < 1)] = \\ &= 0.9772 - 1 + 0.8413 = 0.8185 \end{aligned}$$

El peso de los adultos de una determinada población sigue una distribución Normal de media 70 Kg y desviación típica 16 Kg. Si elegimos, al azar, muestras de tamaño 4,
a) ¿Cuál es la distribución de la media muestral?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que el peso medio de una de esas muestras esté comprendido entre 65 y 72 Kg?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que ese peso medio sea menor que 70 Kg?.

SOCIALES II. 2011. RESERVA 4. EJERCICIO 4. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) La distribución de las medias muestrales es: $N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(70, \frac{16}{\sqrt{4}}\right) = N(70, 8)$

b)

$$p(65 < x < 72) = p\left(\frac{65-70}{8} < z < \frac{72-70}{8}\right) = p(-0'625 < z < 0'25) = p(z < 0'25) - [1 - p(z < 0'625)] = \\ = 0'5987 - 1 + 0'7324 = 0'3311$$

c)

$$p(x < 70) = p\left(z < \frac{70-70}{8}\right) = p(z < 0) = 0'5$$

Con el fin de estudiar el peso medio de los perros recién nacidos de una determinada raza, se tomó una muestra en una clínica veterinaria y se obtuvieron los siguientes pesos, medidos en Kg: 1.2 0.9 1 1.2 1.1 1 0.8 1.1

Se sabe que el peso de los cachorros de esta raza se distribuye según una ley Normal con desviación típica 0.25 Kg.

- Obtenga un intervalo de confianza para estimar la media poblacional, al 95%.
- Halle el error máximo que se cometería usando el intervalo anterior.
- Razone cómo variaría la amplitud del intervalo de confianza si, manteniendo el mismo nivel de confianza, aumentásemos el tamaño de la muestra.

SOCIALES II. 2011. RESERVA 4. EJERCICIO 4. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

- a) Como el nivel de confianza es del 95%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'95}{2} = 0'975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'96$$

Calculamos la media: $\mu = \frac{1'2+0'9+1+1'2+1'1+1+0'8+1'1}{8} = 1'0375$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C. = (1'0375 \pm 1'96 \cdot \frac{0'25}{\sqrt{8}}) = (0'8643 ; 1,2107)$$

- b)

$$E = 1'96 \cdot \frac{0'25}{\sqrt{8}} = 0'1732$$

- c) Si aumentamos el tamaño de la muestra, en la fórmula del error aumenta el denominador y, por lo tanto, disminuye el error. Luego, la amplitud sería menor.

Sea X una variable aleatoria Normal de media 50 y desviación típica 4. Se toman muestras de tamaño 16.

a) ¿Cuál es la distribución de la media muestral.

b)Cuál es la probabilidad de que la media muestral esté comprendida entre 47.5 y 52.5?.

SOCIALES II. 2011 SEPTIEMBRE. EJERCICIO 4 OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) La distribución de las medias muestrales es: $N\left(50; \frac{4}{\sqrt{16}}\right) = N(50; 1)$

b)

$$\begin{aligned} p(47'5 < x < 52'5) &= p\left(\frac{47'5 - 50}{1} < z < \frac{52'5 - 50}{1}\right) = p(-2'5 < z < 2'5) = p(z < 2'5) - [1 - p(z < 2'5)] = \\ &= 2 \cdot p(z < 2'5) - 1 = 2 \cdot 0'9938 - 1 = 0'9876 \end{aligned}$$