

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 7: CONTRASTE DE HIPÓTESIS

- Junio, Ejercicio 4, Opción A
- Reserva 1, Ejercicio 4, Opción A
- Reserva 2, Ejercicio 4, Opción A
- Reserva 3, Ejercicio 4, Opción B
- Septiembre, Ejercicio 4, Opción A

Una máquina está preparada para fabricar piezas de, a lo sumo, 10 cm de longitud. Se toma una muestra de 1000 piezas, comprobándose que la media de sus longitudes es de 10.0037 cm. La longitud de las piezas fabricadas por esa máquina sigue una ley Normal con desviación típica 0.2 cm.

a) Plantee un contraste de hipótesis unilateral para comprobar si con los datos de esa muestra es posible afirmar que la media de la longitud de las piezas fabricadas por la máquina es de más de 10cm.

b) Determine la región de aceptación de la hipótesis nula de ese contraste para un nivel de significación $\alpha = 0.025$.

c) Con los datos de la muestra y usando el contraste de hipótesis del primer apartado, ¿qué conclusión se obtendría sobre la longitud media de las piezas fabricadas?

SOCIALES II. 2011 JUNIO. EJERCICIO 4 OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) Hipótesis nula $H_0 : \mu > 10$; Hipótesis alternativa $H_1 : \mu \leq 10$;

b) Para un nivel de significación de 0'025, el valor z_α que le corresponde, teniendo en cuenta que se trata de un test unilateral, es $z_\alpha = 1'96$.

La región de aceptación vendrá dada por el intervalo:

$$\left(\mu - z_\alpha \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; +\infty \right) = \left(10 - 1'96 \cdot \frac{0'2}{\sqrt{1000}}; +\infty \right) = (9'98; +\infty)$$

c) Como la media muestral es 10'0037 cm, y cae dentro de la zona de aceptación, se acepta la hipótesis nula.

El director de una televisión afirma que un nuevo programa que va a emitirse será visto, al menos, por un 30% de personas. Una vez emitido se realizó una encuesta a 500 personas, elegidas al azar, y ésta reveló que 130 de ellas habían visto ese programa.

a) Formule la hipótesis nula y la alternativa del contraste de hipótesis que permite determinar si los datos de la encuesta realizada son compatibles con la afirmación del director.

b) Halle la región crítica de ese contraste para un nivel de significación del 5.5%.

c) Según el dato obtenido en el apartado anterior ¿qué conclusión se obtiene sobre la afirmación realizada por el director de esa televisión?.

SOCIALES II. 2011 RESERVA 1. EJERCICIO 4 OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

Hipótesis nula $H_0 : p \geq 0'3$; Hipótesis alternativa $H_1 : p < 0'3$;

Para un nivel de significación de 0'055, el valor z_α que le corresponde, teniendo en cuenta que se trata de un test unilateral, es $z_\alpha = 1'6$.

La región de aceptación vendrá dada por el intervalo:

$$\left(p - z_\alpha \cdot \sqrt{\frac{p \cdot q}{n}}; +\infty \right) = \left(0'3 - 1'6 \cdot \sqrt{\frac{0'3 \cdot 0'7}{500}}; +\infty \right) = (0'2673; +\infty)$$

Como $\frac{130}{500} = 0'26 \notin (0'2673; +\infty)$ no se acepta la hipótesis nula. Luego, la afirmación de que al menos el 30% ve por televisión el nuevo programa no es cierta.

El director de un banco afirma que la cantidad media de dinero extraído, por cliente, de un cajero automático de su sucursal no supera los 120 euros. Para contrastar esta hipótesis elige al azar 100 extracciones de este cajero y obtiene una media muestral de 130 euros. Se sabe que la cantidad de dinero extraído por un cliente en un cajero automático se distribuye según una ley Normal de media desconocida y desviación típica 67 euros.

a) Plantee el contraste de hipótesis asociado al enunciado.

b) Determine la región de aceptación, para un nivel de significación $\alpha = 0.05$.

c) Con los datos muestrales tomados, ¿existe evidencia estadística para rechazar la hipótesis de este director, con el mismo nivel de significación anterior?.

SOCIALES II. 2011 RESERVA 2. EJERCICIO 4 OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

Hipótesis nula $H_0 : \mu \leq 120$; Hipótesis alternativa $H_1 : \mu > 120$;

Para un nivel de significación de 0'05, el valor z_α que le corresponde, teniendo en cuenta que se trata de un test unilateral, es $z_\alpha = 1'645$.

La zona de aceptación viene dada por el intervalo:

$$\left(-\infty ; \mu + z_\alpha \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) = \left(-\infty ; 120 + 1'645 \cdot \frac{67}{\sqrt{100}} \right) = (-\infty ; 131'02)$$

Como $130 \in (-\infty ; 131'02)$ se acepta la hipótesis nula. Luego, la afirmación de que la cantidad de dinero extraída del cajero no supera los 120 euros es cierta.

Un estudio sociológico afirma que el 70% de las familias cena viendo la televisión. Se desea contrastar la veracidad de esta afirmación y, para ello, se toma una muestra de 500 familias, en las que se observa que 340 ven la televisión mientras cenan. Decida, mediante un contraste de hipótesis, si la afirmación es cierta con un nivel de significación de 0.01
SOCIALES II. 2011 RESERVA 3. EJERCICIO 4 OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

Hipótesis nula $H_0 : p = 0'7$; Hipótesis alternativa $H_1 : p \neq 0'7$;

Para un nivel de significación de 0'01, el valor $z_{\frac{\alpha}{2}}$ que le corresponde, teniendo en cuenta que se trata de un test bilateral, es $z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'575$.

La región de aceptación viene dada por el intervalo:

$$\left(p - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot q}{n}} ; p + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot q}{n}} \right) = \left(0'7 - 2'575 \cdot \sqrt{\frac{0'7 \cdot 0'3}{500}} ; 0'7 + 2'575 \cdot \sqrt{\frac{0'7 \cdot 0'3}{500}} \right) = (0'6473 ; 0'7527)$$

Como $\frac{340}{500} = 0'68 \in (0'6473 ; 0'7527)$ se acepta la hipótesis nula. Con lo cual la afirmación de que el 70% de las familias cena viendo la televisión es cierta.

Suponiendo que la variable “años de vida de los individuos de un país” sigue una distribución Normal con desviación típica 8.9 años, se desea contrastar la hipótesis de que la vida media de los mismos no supera los 70 años.

A partir de una muestra aleatoria de 100 individuos se ha obtenido que su vida media ha sido 71.8 años.

a) Formule el contraste de hipótesis que indica el enunciado.

b) Determine la región crítica a un nivel de significación del 5 %.

c) Con los datos muestrales, ¿existe evidencia estadística para rechazar la hipótesis a ese nivel de significación?

SOCIALES II. 2011 SEPTIEMBRE. EJERCICIO 4 OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) Hipótesis nula $H_0 : \mu \leq 70$; Hipótesis alternativa $H_1 : \mu > 70$;

b) Para un nivel de significación de 5%, el valor z_α que le corresponde, teniendo en cuenta que se trata de un test unilateral, es $z_\alpha = 1'645$.

La región de aceptación vendrá dada por el intervalo:

$$\left(-\infty ; \mu + z_\alpha \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) = \left(-\infty ; 70 + 1'645 \cdot \frac{8'9}{\sqrt{100}} \right) = (-\infty ; 71'46)$$

La región crítica es el intervalo: $(71'46 ; +\infty)$

c) Como la media muestral es 71'8 años, y no cae dentro de la zona de aceptación, hay evidencia para rechazar la hipótesis.