

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 5: PROBABILIDAD

- Junio, Ejercicio 3, Opción A
- Junio, Ejercicio 3, Opción B
- Reserva 1, Ejercicio 3, Opción A
- Reserva 1, Ejercicio 3, Opción B
- Reserva 2, Ejercicio 3, Opción A
- Reserva 2, Ejercicio 3, Opción B
- Reserva 3, Ejercicio 3, Opción A
- Reserva 3, Ejercicio 3, Opción B
- Reserva 4, Ejercicio 3, Opción A
- Reserva 4, Ejercicio 3, Opción B
- Septiembre, Ejercicio 3, Opción A
- Septiembre, Ejercicio 3, Opción B

El 55% de los alumnos de un centro docente utiliza en su desplazamiento transporte público, el 30% usa vehículo propio y el resto va andando. El 65% de los que utilizan transporte público son mujeres, el 70% de los que usan vehículo propio son hombres y el 52% de los que van andando son mujeres.

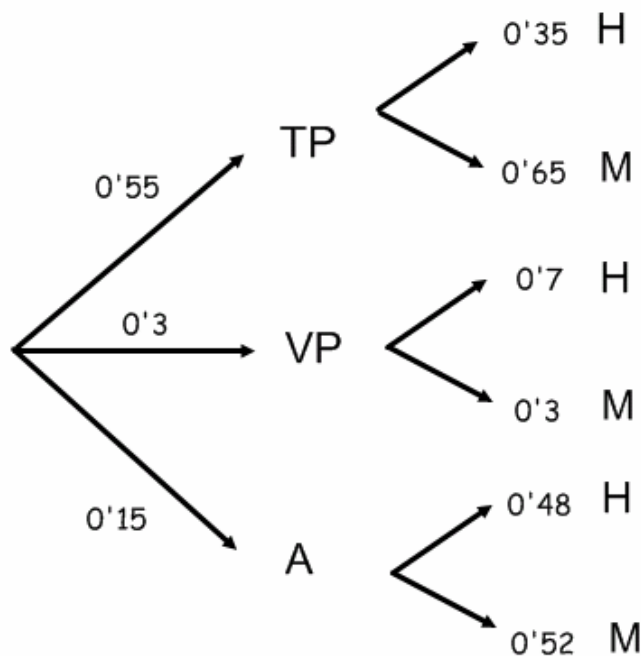
a) Elegido al azar un alumno de ese centro, calcule la probabilidad de que sea hombre.

b) Elegido al azar un hombre, alumno de ese centro, ¿cuál es la probabilidad de que vaya andando?.

SOCIALES II. 2013. JUNIO. EJERCICIO 3. OPCIÓN A

RESOLUCIÓN

Hacemos un diagrama de árbol con los datos del problema



$$a) p(H) = 0'55 \cdot 0'35 + 0'3 \cdot 0'7 + 0'15 \cdot 0'48 = 0'4745$$

$$b) p(A/H) = \frac{0'15 \cdot 0'48}{0'4745} = 0'1517$$

De los sucesos aleatorios independientes A y B se sabe que $p(A) = 0.3$ y que $p(B^c) = 0.25$.
Calcule las siguientes probabilidades:

a) $p(A \cup B)$

b) $p(A^c \cap B^c)$

c) $p(A/B^c)$

SOCIALES II. 2013. JUNIO. EJERCICIO 3. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) Sabemos que: - $p(B^c) = 0.25 \Rightarrow p(B) = 0.75$

- Los sucesos A y B son independientes $\Rightarrow p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B)$

Aplicando la fórmula, tenemos que:

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A) \cdot p(B) = 0.3 + 0.75 - 0.3 \cdot 0.75 = 0.825$$

b) Aplicamos Morgan:

$$p(A^c \cap B^c) = p(A \cup B)^c = 1 - p(A \cup B) = 1 - 0.825 = 0.175$$

c)

$$p(A/B^c) = \frac{p(A \cap B^c)}{p(B^c)} = \frac{p(A) - p(A \cap B)}{p(B^c)} = \frac{0.3 - 0.3 \cdot 0.75}{0.25} = 0.3$$

Una granja avícola dedicada a la producción de huevos posee un sistema automático de clasificación en tres calibres según el peso: grande, mediano y pequeño. Se conoce que el 40% de la producción es clasificada como huevos grandes, el 35% como medianos y el 25% restante como pequeños. Además, se sabe que este sistema de clasificación produce defectos por rotura en el cascarón que dependen del peso. Así, la probabilidad de que un huevo grande sea defectuoso por esta razón es del 5%, la de uno mediano del 3% y de un 2% la de uno pequeño. Elegido aleatoriamente un huevo

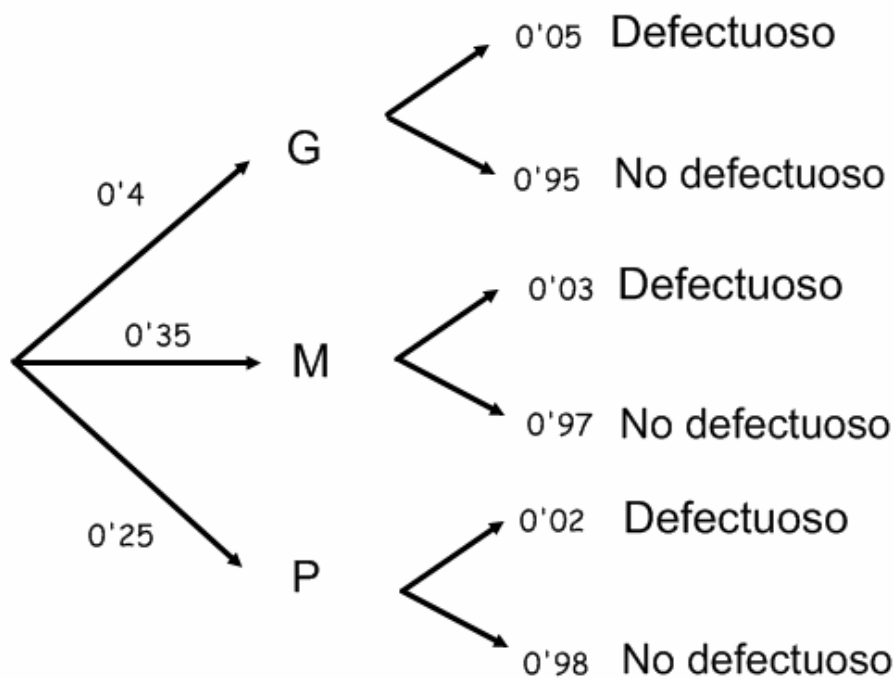
a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea defectuoso?.

b) Si el huevo es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que sea grande.

SOCIALES II. 2013. RESERVA 1. EJERCICIO 3. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol con los datos.



$$a) p(\text{Defectuoso}) = 0'4 \cdot 0'05 + 0'35 \cdot 0'03 + 0'25 \cdot 0'02 = 0'0355$$

$$b) p(G/D) = \frac{0'4 \cdot 0'05}{0'0355} = 0'5633$$

A la Junta General de Accionistas de una empresa asisten 105 accionistas de los cuales 45 tienen menos de 40 años y 18 más de 60 años. Sometida a votación una propuesta, es rechazada por la tercera parte de los menores de 40 años, por la tercera parte de los que están entre 40 y 60 años y por 4 personas mayores de 60 años; los demás la aceptan.

a) Calcule la probabilidad de que, elegida una persona al azar, tenga menos de 40 años y haya aceptado la propuesta.

b) La prensa afirmó que la propuesta había sido aceptada por el 80% de los asistentes, ¿es correcta la afirmación?

c) Si una persona escogida al azar ha rechazado la propuesta, ¿qué probabilidad hay de que tenga más de 60 años?

SOCIALES II. 2013. RESERVA 1. EJERCICIO 3. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

Hacemos una tabla de contingencia:

	< 40 años	Entre 40 y 60	> 60 años	Total
Acepta	30	28	14	72
No acepta	15	14	4	33
Total	45	42	18	105

$$a) p = \frac{30}{105} = 0'2857$$

$$b) p = \frac{72}{105} = 0'6857 < 80\% \Rightarrow \text{Es falso.}$$

$$c) p = \frac{4}{33} = 0'1212$$

En un experimento aleatorio, la probabilidad de que ocurra un suceso A es 0.68, la de que ocurra otro suceso B es 0.2, y la de que no ocurra ninguno de los dos es 0.27. Halle la probabilidad de que:

a) Ocurran los dos a la vez.

b) Ocurra B pero no A.

c) Ocurra B, sabiendo que no ha ocurrido A.

SOCIALES II. 2013 RESERVA 2. EJERCICIO 3. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

Datos del problema: $p(A) = 0'68$; $p(B) = 0'2$; $p(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0'27$

a) Por las leyes de Morgan, tenemos que:

$$p(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0'27 = p(\overline{A \cup B}) = 1 - p(A \cup B) \Rightarrow p(A \cup B) = 1 - 0,27 = 0'73$$

Entonces:

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \Rightarrow p(A \cap B) = 0'68 + 0'2 - 0'73 = 0'15$$

$$b) p(B \cap \bar{A}) = p(B) - p(A \cap B) = 0'2 - 0'15 = 0'05$$

$$c) p(B / \bar{A}) = \frac{p(B \cap \bar{A})}{p(\bar{A})} = \frac{p(B) - p(A \cap B)}{1 - p(A)} = \frac{0'2 - 0'15}{1 - 0'68} = \frac{0'05}{0'32} = 0'15625$$

Una encuesta realizada en un banco indica que el 60% de sus clientes tiene un préstamo hipotecario, el 50% tiene un préstamo personal y un 20% tiene un préstamo de cada tipo. Se elige, al azar, un cliente de ese banco:

a) Calcule la probabilidad de que no tenga ninguno de los dos préstamos.

b) Calcule la probabilidad de que tenga un préstamo hipotecario sabiendo que no tiene préstamo personal.

SOCIALES II. 2013 RESERVA 2. EJERCICIO 3. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

Datos del problema: $p(H) = 0'6$; $p(P) = 0'5$; $p(A \cap B) = 0'2$

a) Sabemos que:

$$p(H \cup P) = p(H) + p(P) - p(H \cap P) = 0'6 + 0'5 - 0'2 = 0'9$$

Por las leyes de Morgan, tenemos que:

$$p(\overline{A \cap B}) = p(\overline{A \cup B}) = 1 - p(A \cup B) = 1 - 0'9 = 0'1$$

$$b) p(H / \overline{P}) = \frac{p(H \cap \overline{P})}{p(\overline{P})} = \frac{p(H) - p(H \cap P)}{1 - p(P)} = \frac{0'6 - 0'20}{1 - 0'5} = 0'8$$

En una urna A hay 10 bolas verdes y 10 rojas, y en otra urna B hay 15 verdes y 5 rojas. Se lanza un dado, de forma que si sale múltiplo de 3 se extrae una bola de la urna A y en el resto de casos se extrae una bola de la urna B.

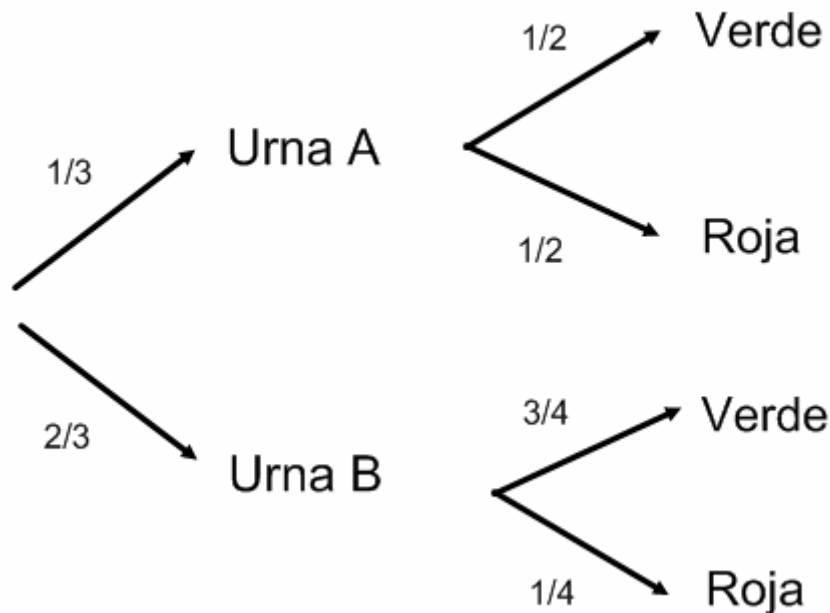
a) Calcule la probabilidad de que la bola extraída sea roja.

b) Si la bola extraída resulta ser de color verde, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la urna B?

SOCIALES II. 2013 RESERVA 3. EJERCICIO 3. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol con los datos del problema:



$$a) p(R) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{3}$$

$$b) p(B/V) = \frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}}{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}} = \frac{\frac{2}{4}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{5}{6}} = \frac{3}{5}$$

En una empresa, el 65% de sus empleados habla inglés, y de éstos, el 40% habla también alemán. De los que no hablan inglés, el 25% habla alemán. Se escoge un empleado al azar:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que hable ambos idiomas?

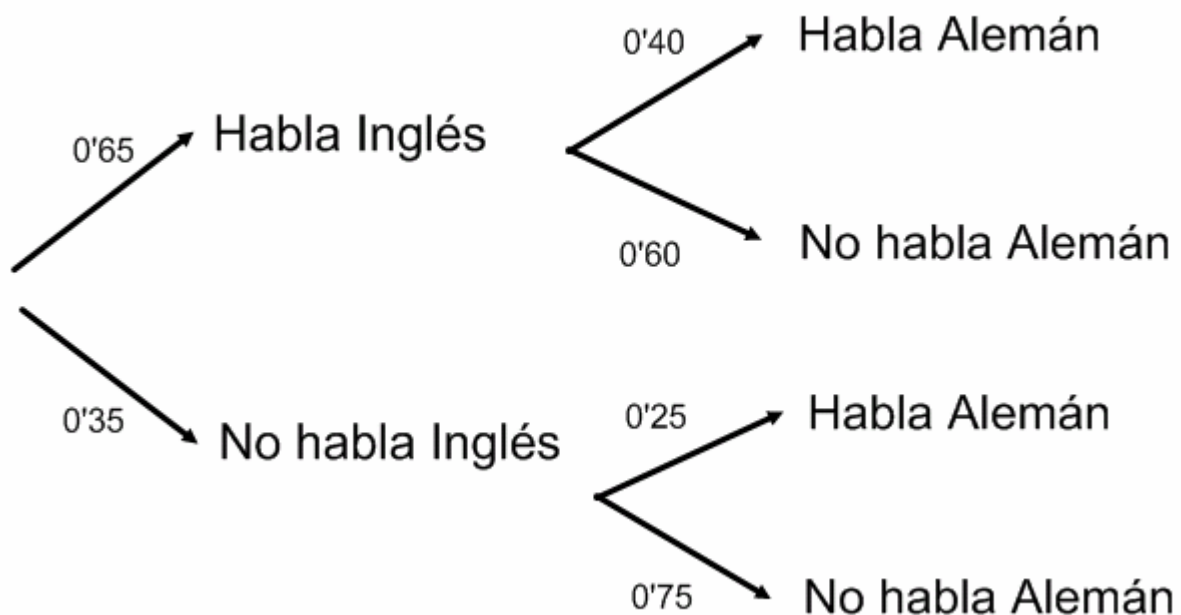
b) ¿Cuál es la probabilidad de que hable alemán?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que, sabiendo que habla alemán, hable también inglés?

SOCIALES II. 2013 RESERVA 3. EJERCICIO 3. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol con los datos del problema:



a) $p(I \cap A) = 0'65 \cdot 0'4 = 0'26$

b) $p(A) = 0'65 \cdot 0'4 + 0'35 \cdot 0'25 = 0'3475$

b) $p(I / A) = \frac{0'26}{0'3475} = 0'7482$

Un Centro de Salud propone dos terapias, A y B, para dejar de fumar. De las personas que acuden al Centro para dejar de fumar, el 45% elige la terapia A, y el resto la B. Después de un año el 70% de los que siguieron la terapia A y el 80% de los que siguieron la B no han vuelto a fumar.

Se elige al azar un usuario del Centro que siguió una de las dos terapias:

a) Calcule la probabilidad de que después de un año no haya vuelto a fumar.

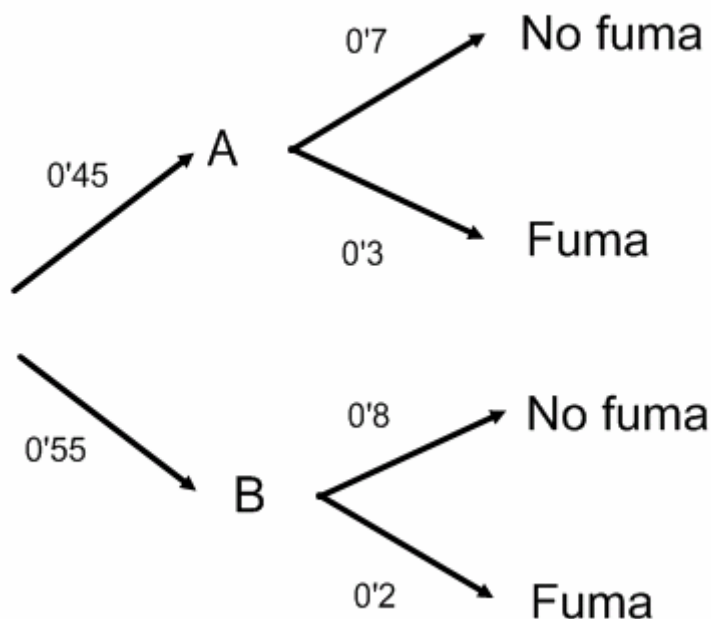
b) Si transcurrido un año esa persona sigue sin fumar, calcule la probabilidad de que hubiera seguido la terapia A.

c) Si transcurrido un año esa persona ha vuelto a fumar, calcule la probabilidad de que hubiera seguido la terapia A.

SOCIALES II. 2013 RESERVA 4. EJERCICIO 3. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol con los datos del problema:



$$a) p(\text{No fuma}) = 0'45 \cdot 0'7 + 0'55 \cdot 0'8 = 0'755$$

$$b) p(A/\text{no fuma}) = \frac{0'45 \cdot 0'7}{0'45 \cdot 0'7 + 0'55 \cdot 0'8} = \frac{0'315}{0'755} = 0'4172$$

$$c) p(A/\text{fuma}) = \frac{0'45 \cdot 0'3}{0'45 \cdot 0'3 + 0'55 \cdot 0'2} = \frac{0'135}{0'245} = 0'551$$

De los sucesos independientes A y B se sabe que $P(A^c) = 0.4$ y $P(A \cup B) = 0.8$.

a) Halle la probabilidad de B .

b) Halle la probabilidad de que no se verifique B si se ha verificado A .

c) ¿Son incompatibles los sucesos A y B ?

SOCIALES II. 2013 RESERVA 4. EJERCICIO 3. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

$$a) p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A) \cdot p(B) \Rightarrow 0'8 = 0'6 + p(B) - 0'6 \cdot p(B) \Rightarrow p(B) = 0'5$$

$$b) p(\bar{B} / A) = \frac{p(\bar{B} \cap A)}{p(A)} = \frac{p(A) - p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{0'6 - 0'6 \cdot 0'5}{0'6} = 0'5$$

c) Como $p(A \cap B) = 0'3 \Rightarrow$ Son compatibles

Se cree que hay una vuelta hacia estilos de bailes más populares, por lo que se realiza una encuesta a estudiantes de bachillerato, resultando que al 40% les gusta la salsa, al 30% le gusta el merengue y al 10% les gusta tanto la salsa como el merengue.

- a) ¿Cual es la probabilidad de que a un estudiante le guste el merengue si le gusta la salsa?
b) ¿Y la de que a un estudiante le guste el merengue si no le gusta la salsa?
c) ¿Son independientes los sucesos "gustar la salsa" y "gustar el merengue"? ¿Son compatibles?
SOCIALES II. 2013. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 3. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

$$p(\text{salsa}) = 0'4$$

$$p(\text{merengue}) = 0'3$$

$$p(\text{salsa} \cap \text{merengue}) = 0'1$$

$$p(S \cup M) = p(S) + p(M) - p(S \cap M) = 0'4 + 0'3 - 0'1 = 0'6$$

$$\text{a) } p(M / S) = \frac{p(S \cap M)}{p(S)} = \frac{0'1}{0'4} = \frac{1}{4}$$

$$\text{b) } p(M / \bar{S}) = \frac{p(\bar{S} \cap M)}{p(\bar{S})} = \frac{p(M) - p(S \cap M)}{p(\bar{S})} = \frac{0'3 - 0'1}{0'6} = \frac{1}{3}$$

c) Como $p(S \cap M) = 0'1 \Rightarrow$ Son compatibles

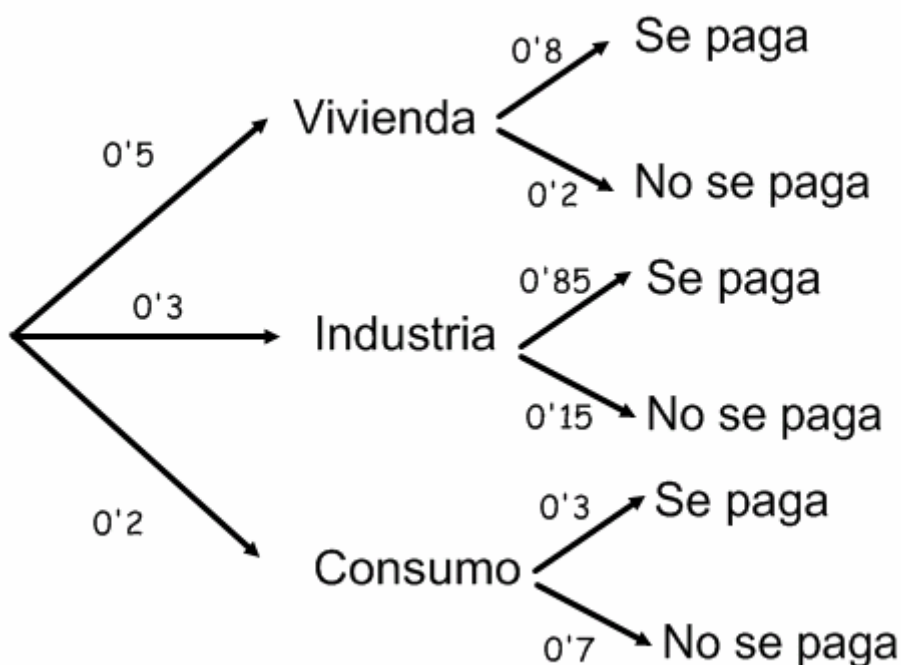
Como $p(S \cap M) = 0'1 \neq 0'4 \cdot 0'3 \Rightarrow$ Son dependientes

El 50% de los préstamos que concede un banco son para vivienda, el 30% para industria y el 20% para consumo. No se pagan el 20% de los préstamos para vivienda, el 15% de los préstamos para industria y el 70% de los préstamos para consumo.

- a) Si se elige al azar un préstamo, calcule la probabilidad de que se pague.
 b) Se elige un préstamo al azar que resulta impagado, ¿cuál es la probabilidad de que sea un préstamo para consumo?
 c) Ante un préstamo impagado el director del banco afirma que es más probable que sea para vivienda que para consumo, ¿lleva razón el director?
 SOCIALES II. 2013. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 3. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol con los datos del problema



$$a) p(\text{Se paga}) = 0'5 \cdot 0'8 + 0'3 \cdot 0'85 + 0'2 \cdot 0'3 = 0'715$$

$$b) p(\text{consumo} / \text{no se paga}) = \frac{0'2 \cdot 0'7}{0'5 \cdot 0'2 + 0'3 \cdot 0'15 + 0'2 \cdot 0'7} = \frac{0'14}{0'285} = 0'491$$

$$c) p(\text{vivienda} / \text{no se paga}) = \frac{0'2 \cdot 0'5}{0'5 \cdot 0'2 + 0'3 \cdot 0'15 + 0'2 \cdot 0'7} = \frac{0'10}{0'285} = 0'350$$

Es falsa la afirmación del director.